INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

JOSÉ VITOR KRSYSCYK

OTIMIZAÇÃO EM CORTES BIDIMENSIONAIS: UMA APLICAÇÃO DE DOIS MODELOS MATEMÁTICOS

Jaraguá do Sul – SC

2017

JOSÉ VITOR KRSYSCYK

OTIMIZAÇÃO EM CORTES BIDIMENSIONAIS:
UMA APLICAÇÃO DE DOIS MODELOS MATEMÁTICOS

Monografia apresentada ao Curso Superior de Tecnologia em Fabricação Mecânica do Câmpus Jaraguá do Sul – Rau, do Instituto Federal de Santa Catarina, para a obtenção do diploma de Tecnólogo em Fabricação Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Gerson Ulbricht.

Jaraguá do Sul – SC

Novembro de 2017

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
por meio do programa de geração automática do câmpus Rau, do IFSC

Krsyscyk, José Vitor
OTIMIZAÇÃO EM CORTES BIDIMENSIONAIS: UMA APLICAÇÃO
DE DOIS MODELOS MATEMÁTICOS / José Vitor Krsyscyk ; orientação
de GERSON ULBRICHT. Jaraguá do Sul, SC, 2017.
50 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) - Instituto Federal
de Santa Catarina, Câmpus Jaraguá do Sul -
Rau. Tecnologia em Fabricação Mecânica. .
Inclui Referências.

1. CORTES BIDIMENSIONAIS. 2. MODELOS DE OTIMIZAÇÃO.
3. MINIMIZAÇÃO DE PERDAS. I. ULBRICHT, GERSON. II.
Instituto Federal de Santa Catarina. . III. Título.

OTIMIZAÇÃO EM PROBLEMAS ENVOLVENDO
CORTES BIDIMENSIONAIS

JOSÉ VITOR KRSYSCYK

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do título em Tecnólogo em Fabricação Mecânica, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, e aprovado na sua forma final pela comissão avaliadora abaixo indicada.

Jaraguá do Sul, 21 de novembro de 2017.

Gerson Ulbricht (orientador)
Dr. em Métodos Numéricos em Engenharia
Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC

Gil Magno Portal Chagas
Dr. em Engenharia Mecânica
Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC

Cassiano Rodrigues Moura
MSc em Ciências e Engenharia de Materiais
Instituto Federal de Santa Catarina - IFSC

Sander Joner
Dr. em Métodos Numéricos em Engenharia
Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC

Dedico...

Aos meus Pais, Odair e Marcia, pelo apoio aos estudos.

A minha avó materna Maria (in memoriam).

A minha avó paterna Francisca.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

À Deus, pela saúde e força para alcançar meus objetivos.

À minha família, pelo incentivo durante toda esta etapa.

Aos professores do IFSC-Campus Rau por contribuírem nesta formação.

Ao meu professor orientador e amigo Gerson Ulbricht, pelo apoio e dedicação para me auxiliar na realização deste trabalho e pelo conhecimento passado nos momentos de orientação.

A todos, o meu sincero obrigado!

“Cada sonho que você deixa pra trás, é um pedaço do seu futuro que deixa de existir.”

Steve Jobs.

RESUMO

Neste trabalho são apresentados dois modelos matemáticos de otimização com a finalidade de minimizar o desperdício de material no processo de corte, sendo um modelo com a prática de utilização de estoque e outro sem estoque (com a demanda exata). No primeiro momento foram encontrados manualmente vinte diferentes padrões de cortes e conforme a demanda pré-estabelecida foram selecionados quais padrões e suas respectivas quantidades deveriam ser utilizadas em cada teste. Para validar qual o melhor modelo matemático entre os dois desenvolvidos, quatro instâncias de teste foram realizadas com cinco testes em cada instância e com valores de demanda criados aleatoriamente. Os testes demonstraram que o modelo matemático sem a prática do estoque foi menos eficiente, em alguns casos apenas igualando-se ao outro modelo criado, porém para algumas aplicações específicas, a prática do estoque não é vantajosa. Isto ocorre com o modelo sem estoque principalmente porque o programa precisa utilizar padrões de corte com alta taxa de desperdício para atender a demanda exata estabelecida, diminuindo a possibilidade de gerar menos desperdício. O trabalho foi inspirado no corte de chapas na indústria, mas o modelo pode ser implementado em qualquer ramo onde haja a necessidade de melhorar o processo produtivo, sendo os dois modelos utilizados como uma ferramenta que auxilia na tomada de decisões nos processos de cortes.

Palavras-Chave: Cortes bidimensionais. Modelos de otimização. Minimização de perdas.

ABSTRACT

In this work two mathematical models of optimization are presented with the purpose of minimizing material waste in the cutting process, being one model with the practice of using stock and another without stock (with the exact demand). At the first moment, twenty different cut standards were manually found and according to the pre-established demand it was selected which standards and their respective quantities should be used in each test. In order to validate the best mathematical model between the two developed; four test instances were performed with five tests in each instance and with randomly generated demand. The tests showed that the mathematical model without the practice of the stock was less efficient, in some cases only equating the other created model, but for some specific applications the practice of the stock it is not advantageous. This occurs with the non-stock model mainly because the program needs to use cutting standards with high waste rate to meet the exact demand set, reducing the possibility of generating less waste. The work was inspired by cutting the plates in the industry, but the model can be implemented in any branch where there is a need to improve the production process, both models being used as a tool that assists in making decisions in the cutting processes.

Keywords: Two-dimensional cuts. Optimization model. Losses minimization.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Para que uma indústria possa permanecer atuante no mercado competitivo, é necessário que se busque meios para reduzir custos sem perder a qualidade do produto. Sendo assim, cada vez mais é necessário buscar novos caminhos para se reduzir os custos, eliminar processos desnecessários e reduzir desperdícios, pois com a grande competitividade na busca de novos pedidos na indústria é impossível não pensar na redução dos custos da empresa para conseguir novos mercados.

Um destes custos envolve o desperdício de matéria prima, causado tanto pela compra de materiais na quantidade incorreta, bem como por processos não adequados de utilização destes materiais adquiridos, ocasionando excesso de refugos.

Este trabalho estuda o processo de cortes bidimensionais envolvendo dimensões de comprimento e largura, o que pode ser aplicado em situações que envolvem a fragmentação de chapas de modo a atender as demandas existentes voltadas ao processo produtivo.

Abordando as dificuldades envolvidas com cortes de materiais nas indústrias pode-se buscar minimizar os desperdícios, através de ferramentas que auxiliam na tomada de decisões, que utilizam métodos e algoritmos matemáticos e que ainda são pouco utilizados na indústria, porém essa utilização vem aumentando com o passar dos anos. A complexidade do problema com o corte bidimensional de materiais parece muito simples se for analisada superficialmente, mas à medida que aumentam as variáveis de peças cortadas o problema aumenta significativamente.

Em um problema de corte bidimensional, deve-se ter uma Função Objetivo traçada, em uma determinada aplicação considerando suas limitações e que deste ponto seja gerado um modelo de otimização que se encaixe nos padrões necessários, que assim auxiliem na tomada de decisões em aplicações específicas.

No presente trabalho foi realizado um estudo referente a cortes de chapas, o que caracteriza um problema de cortes bidimensionais, visando minimizar os desperdícios gerados com o corte deste tipo de material, utilizando modelos de otimização linear, buscando assim contribuir na tomada de decisões na indústria.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Estruturar um método de auxílio à decisão para aplicar no processo de cortes bidimensionais, de modo a buscar a redução do desperdício de matéria prima.

1.1.2 Objetivos específicos

São objetivos específicos do trabalho:

- Pesquisar métodos para abordagem matemática de problemas de cortes bidimensionais;
- Aplicar modelos de otimização voltados à resolução de problemas de cortes;
- Executar por meio de softwares específicos, os modelos matemáticos aplicados;
- Analisar os resultados obtidos, para os modelos de otimização propostos.

1.2 Problema

Analisando as diversas situações apresentadas nas empresas metal-mecânicas nota-se que grande parte destas trabalha com a fabricação de itens que envolvem de alguma forma o corte de chapas metálicas, havendo assim inevitavelmente, desperdícios ocasionados por resíduos de corte.

Na maioria das empresas, considerando a utilização de chapas metálicas, estas são adquiridas com dimensões padronizadas conforme cada fornecedor e são posteriormente cortadas conforme as necessidades exigidas pelo processo de fabricação.

Este processo de corte em muitos casos é executado por operadores, sendo o encaixe das peças realizado de forma empírica, ou seja, o operador encaixa as peças a serem cortadas como acredita ser a melhor forma.

Visto o problema nota-se a necessidade de realizar um estudo que envolva a combinação do corte destas chapas. Este estudo envolve a criação de um modelo matemático que auxilie nas decisões buscando as melhores formas de gerenciamento do corte das peças, atendendo às demandas pré-estabelecidas.

Desta forma surge o problema a ser avaliado: Como implementar métodos que auxiliam na redução de desperdícios de matéria-prima ocasionado pelo processo de corte envolvendo chapas?

Para responder a essa pergunta, serão estudados trabalhos já existentes na literatura que possam trazer subsídios para o desenvolvimento de um modelo de otimização a ser aplicado às necessidades existentes na indústria metal mecânica.

1.3 Justificativa

Quando se trata de processos que envolvem cortes de matéria-prima geralmente ocorrem perdas ocasionadas pela sobra de material.

Sendo assim, as empresas buscam reduzir custos constantemente gerados com este tipo de desperdício. Este fato exige um complexo estudo para a busca de combinações de padrões de cortes, sendo que em muitos casos nas empresas, não são utilizados métodos científicos para procurar por bons resultados. Com o passar dos anos estes métodos vêm sendo cada vez mais necessários, pois permitem menores desperdícios de matéria prima, ocasionando menor custo de produção bem como um método sustentável de produção.

Uma das premissas que justificam a realização desse trabalho pauta-se na ideia de que é possível implementar um método de melhoria no gerenciamento de padrões de cortes, com baixo custo de implementação, utilizando de ferramentas computacionais já existentes no mercado.

Com este trabalho deseja-se pesquisar e aplicar métodos para encontrar combinações de padrões que possam vir a atender a essas necessidades. Assim, com estes padrões busca-se a melhor combinação a ser utilizada no processo de cortes, minimizando os desperdícios gerados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo aborda o embasamento teórico voltado à área da matemática que trata de problemas de otimização, conhecida como Pesquisa Operacional. Bem como uma série de pesquisas e estudos que foram e ainda são realizados, buscando solucionar problemas cotidianos no ramo industrial com o auxílio desta ferramenta. Em geral visando minimizar perdas e maximizar os lucros das empresas tornando assim os mercados cada vez mais competitivos.

Para KOTLER e KELLER (2012), em mercados cada vez mais velozes, preço e tecnologia já não são suficientes, pois, a qualidade nos processos e produtos tem influenciado constantemente os consumidores e os produtores a buscar novos recursos que tornem tudo mais sustentável. A crescente oferta de produtos no mercado aliada as novas tecnologias e a globalização têm gerado um aumento no consumo dos mais diversos produtos.

Diante disso, surge a necessidade de se implementar técnicas que permitam a melhor utilização de recursos disponíveis, otimizando o consumo da matéria prima de modo a buscar pela redução de desperdícios.

Segundo MARINS (2011), um fator importante que deve ser considerado para a tomada de decisões é a otimização de processos, sendo que esta ocorre no momento em que busca-se estabelecer quais são as formas mais eficientes para a utilização dos recursos produtivos disponíveis, possibilitando assim atingir certos objetivos. Trata-se, em geral, de recursos limitados, sua utilização de forma criteriosa torna possível aumentar seu rendimento ou sua produtividade, além de melhorar a continuidade do processo.

Uma importante área da ciência que se preocupa com a melhor utilização de recursos produtivos é conhecida como Pesquisa Operacional. Uma breve explicação a respeito desta área é apresentada no tópico a seguir.

2.1 Pesquisa operacional

Com o avanço tecnológico pós-guerra as indústrias perceberam os recursos criados para as batalhas nas operações militares e verificou-se que poderiam aproveitar boa parte destes nas aplicações do ramo industrial.

Segundo HILLIER *et al*. (2013), a Pesquisa Operacional surgiu na Segunda Guerra Mundial atribuída às operações militares da época, que possuíam equipes de cientistas para solucionar problemas táticos e estratégicos. Esta foi uma das primeiras atividades da Pesquisa

Operacional, que contribuíram para vitória da Batalha Aérea na Grã-Bretanha e na Batalha do Atlântico Norte.

Ao término da guerra, com o avanço industrial pós-guerra cada vez maior, surgiram problemas mais complexos, e o sucesso da Pesquisa Operacional na guerra despertou o interesse de consultores de negócios, que perceberam que estes problemas possuíam semelhanças com os problemas enfrentados nas operações militares durante a guerra. Assim, Pesquisa Operacional passou a ser aplicada nos setores comercial, industrial e governamental no início dos anos 1950 e o seu crescimento veio logo em seguida, (LOESCH e HEIN, 2009).

ARENALES et al. (2007) definem a Pesquisa Operacional como sendo a ciência que busca desenvolver métodos científicos com o auxílio de ferramentas quantitativas, tornando-se a base para a tomada de decisões e solução de problemas. Segundo os autores, está associada a métodos e princípios de modelagem de problemas para a tomada de decisão através da utilização de técnicas para auxiliar e modelos matemáticos.

Conforme seu próprio nome já descreve, Pesquisa Operacional, está relacionada ao desenvolvimento de pesquisas sobre operações. Diversas organizações a utilizam na tentativa de compreender e atingir problemas, direcionando os mesmos para uma otimização da administração das atividades (HILLIER *et al*. 2013).

Atualmente, muitas empresas vêm utilizando técnicas da Pesquisa Operacional em seus processos produtivos. Problemas que envolvem essas técnicas podem ser aplicados nas mais distintas áreas, por exemplo, em problemas de programação de produção, fluxo em redes, em problemas de misturas (rações, medicamentos, ligas metálicas, entre outros), na minimização de custos de transporte, na minimização de desperdícios em processos de cortes, entre outros (ANDRADE, 2011); (CAIXETA-FILHO, 2001).

A aplicação da Pesquisa Operacional tem grande importância na resolução de problemas de corte, onde seu objetivo principal consiste em desenvolver planos de corte capazes de atender a demanda estabelecida pela área industrial, tendo o menor desperdício possível de matéria prima. A redução do desperdício resulta diretamente na redução de custos de produção, e contribui com as questões ambientais (ARENALES *et al.*, 2007).

Devido a esse trabalho ser focado em um problema que envolve cortes, esse tipo de aplicação da Pesquisa Operacional será abordado com maiores detalhes, conforme pode ser visto no tópico a seguir.

2.2 Problemas de cortes

Uma das principais áreas de estudo e aplicação da Pesquisa Operacional são os chamados Problemas de Cortes, que consistem em utilizar padrões de cortes de modo a atender a demanda desejada com a mínima quantidade de desperdício de material possível, obtendo maiores resultados com relação à lucratividade em tempo de processos e economia de matéria prima, contribuindo de forma importante para problemas ligados ao meio ambiente. ARENALES *et al.* (2007).

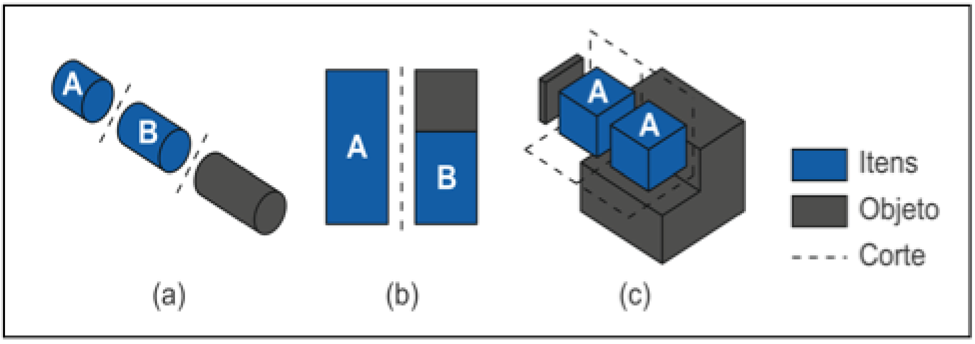
Um dos estudos pioneiros envolvendo problemas de corte, é descrito por Gilmore e Gomory (1963), os quais apresentam formulações matemáticas aplicadas esse tipo de problema.

Conforme HOFFMANN *et al.* (2015), “os problemas de cortes são classificados de acordo com as dimensões importantes para o processo e, em resumo, podem ser unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais”.

Segundo WAVRZYNCZAK (2015), os cortes unidimensionais consideram o desperdício em apenas uma direção. Como exemplo tem-se o corte de tubos, de bobinas e de barras de ferro. Problemas de cortes bidimensionais consideram o desperdício em duas dimensões, como no corte de chapas de modo geral ou de tecidos por exemplo. Já problemas de cortes tridimensionais tem o foco na redução de desperdício em três dimensões, como por exemplo, no carregamento de caixas em contêineres, de modo a minimizar a existência de espaços vazios, buscando o melhor encaixe possível dos itens armazenados.

A Figura 1 mostra as três dimensões que podem ser consideradas em problemas de cortes, onde (a) ilustra cortes unidimensionais, (b) bidimensionais, e (c) tridimensionais.

Figura 1 – Dimensões em problemas de cortes.



Fonte: HOFFMANN *et al.* (2015).

Trabalhos recentemente publicados, mostram que a aplicação de modelos de otimização em problemas de cortes, têm sido foco constante de pesquisas. Alguns trabalhos são citados a seguir.

CUNHA e FERREIRA (2005), apresentaram um estudo de estruturas de vizinhança baseados em grafos de visibilidade com o objetivo a sua aplicação em problemas de cortes e empacotamento retangulares bidimensionais.

MORABITO e PUREZA (2006), desenvolveram um método de busca de padrões de corte para aplicação em um problema de cortes bidimensionais guilhotinados.

GAMPERT (2014) apresentou um estudo de caso e propôs uma solução computacional através de dois estágios para um problema de corte bidimensional, com algoritmos genéticos e com a heurística genética.

Recentemente no curso superior de Tecnologia em Fabricação Mecânica do IFSC, campus Jaraguá do Sul - Rau, foram desenvolvidas algumas pesquisas envolvendo problemas de cortes.

WAVRZYNCZAK (2015), desenvolveu um modelo de otimização voltado a cortes unidimensionais, envolvendo o processo de fragmentação de barras metálicas, onde notou-se após aplicação do método, uma melhoria significativa na redução de desperdícios.

SOUZA (2016), aprimorou o trabalho de WAVRZYNCZAK (2015), criando um algoritmo computacional para a geração de padrões de cortes, vindo assim a facilitar o trabalho da busca de padrões, o que é um trabalho exaustivo.

Os trabalhos desenvolvidos pelos autores acima citados abordaram o problema envolvendo cortes unidimensionais. O diferencial deste trabalho, em relação aos desenvolvidos anteriormente, é que este trata de cortes bidimensionais.

Baseado nos trabalhos pesquisados nota-se que para a resolução dessa classe de problemas é necessário o estudo e desenvolvimento de modelos matemáticos de otimização. No tópico a seguir são abordadas algumas importantes questões neste respeito.

2.3 Modelos e métodos de otimização

O primeiro passo para o desenvolvimento de um problema de otimização é a compreensão do problema como um todo. A partir daí, parte-se para a fase de modelagem do problema. Para SILVA et al. (1998), uma das etapas mais complicadas de um estudo de modelo linear é construir o modelo matemático.

Segundo GOLDBARG e LUNA (2005), os modelos de Pesquisa Operacional possuem uma estruturação lógica e são amparados por ferramentas matemáticas de representação, com um objetivo claro, o qual fundamenta-se em determinar quais são as melhores condições para o funcionamento dos sistemas representados. Os modelos de otimização desenvolvidos na área Pesquisa Operacional, para serem resolvidos precisam recorrer à métodos que envolvem Programação Matemática, que consistem em metodologias para a resolução de problemas, as quais são computacionalmente implementadas.

Ainda conforme GOLDBARG e LUNA (2005) descrevem, a utilização da Programação Matemática, é muito direcionada para ser suporte de tomada de decisões na gestão de sistemas de grande porte, principalmente nos tratamentos destinados a variáveis quantificadas. Com o auxílio de processamentos automáticos dos dados apresentados, os métodos de Pesquisa Operacional podem verificar inúmeras composições viáveis ao problema proposto, sendo possível selecionar, dentro dos critérios estabelecidos, soluções melhores. Esta técnica possibilita a modelagem de variáveis que, de forma intuitiva, dificilmente seriam visíveis.

Modelar um problema é estabelecer um conjunto de expressões matemáticas que possam explicar seu funcionamento. Conforme BIEMBENGUT (2014):

> *Modelagem é o processo envolvido na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento. Trata-se de um processo de pesquisa. A essência desse processo emerge na mente de uma pessoa quando alguma dúvida genuína e/ou circunstância instigam-na a encontrar melhor forma para alcançar uma solução, descobrir meio para compreender, solucionar, alterar, ou ainda, criar ou aprimorar algo. Nesses termos, o modelo é expresso por meio de desenho ou imagem, projeto, esquema, gráfico, lei matemática, dentre outras formas.*

SILVA *et al*. (1998), cita “uma das técnicas mais utilizadas na abordagem de problemas na Pesquisa Operacional é a programação linear”. A programação linear envolve um conjunto de funções, sendo todas lineares, ou seja, funções de 1º grau e de várias variáveis.

Segundo CARDOSO (2011), o objetivo da programação linear é obter a melhor solução possível para os problemas representados. Assim, o termo “Programação” indica que existe um planejamento para as atividades, e “Linear” representa a linearidade nas equações envolvidas na modelagem do problema.

Um modelo matemático de Programação Linear é composto de uma Função Objetivo, que representa os valores a serem otimizados (maximizados ou minimizados), e de restrições técnicas, que se referem às limitações do modelo, ANDRADE (2011), SILVA *et al.* (1998).

Conforme ANDRADE (2011),

> *"(...) uma característica importante da Pesquisa Operacional, que facilita muito o processo de análise de decisão, é a utilização de modelos (matemáticos). Essa abordagem permite a experimentação, ou seja, a possibilidade de uma tomada de decisão ser mais bem avaliada e testada antes de ser efetivamente implementada"*

A disponibilidade de uma técnica de solução que pode ser programada em computador facilita a aplicação prática de um modelo de otimização. Alguns exemplos de aplicações que são mais conhecidos são feitos em sistemas estruturados como: os de produção, finanças e controles de estoque.

Problemas de otimização linear de pequeno porte (2 variáveis) podem ser resolvidos graficamente. Já problemas com um maior número de variáveis necessitam de métodos algébricos, neste caso, destaca-se o método Simplex. Os tópicos a seguir abordam esses métodos de resolução.

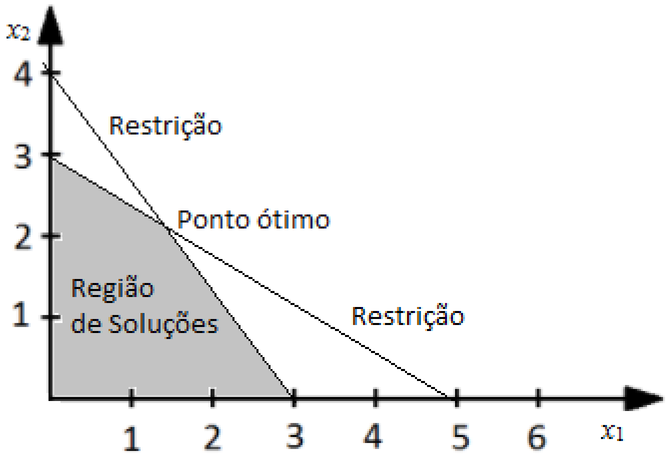
2.3.1 Método gráfico

O método gráfico permite a visualização do modelo matemático, criando uma região de soluções formada em um modelo linear, pelas retas que representam as restrições técnicas.

Conforme SILVA *et al*. (1998), essa técnica consiste em representar num sistema de eixos ortogonais o conjunto das possíveis soluções do problema, isto é, o conjunto de pontos que obedecem ao grupo de restrições impostas pelo sistema em estudo. Pode-se identificar e avaliar o desempenho do modelo conforme a representação gráfica da Função Objetivo. Cada solução obtida é classificada de acordo com sua respectiva posição no gráfico, onde busca-se pela melhor das soluções obtidas, ou seja, a solução ótima.

A Figura 2 mostra um gráfico com duas variáveis (x_1 e x_2) bem como as retas que representam as restrições técnicas.

Figura 2 – Exemplo de um gráfico que representa a região de soluções.



Fonte: O autor (2017).

O método gráfico pode ser utilizado em problemas simples, somente a título de estudos, pois pode envolver no máximo 2 variáveis. Gráficos com 3 variáveis teriam que ser representados em um sistema tridimensional, o que acabaria por tornar complexa sua análise.

Segundo CARDOSO (2011), o método gráfico tem grande importância para a resolução dos problemas, por permitir a visualização do método algébrico de uma forma geral, método este que consiste em analisar o vértice do polígono buscando o melhor valor possível para a função objetivo, o que consistiria nesse caso, na solução ótima do problema de otimização.

2.3.2 Método simplex

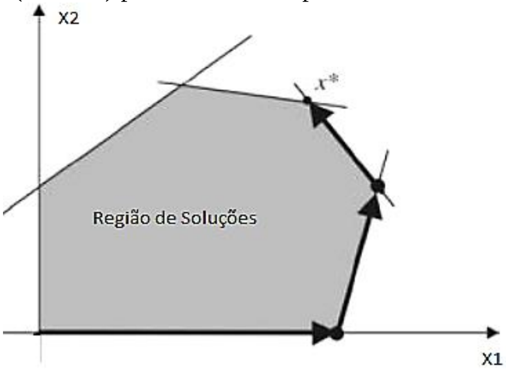
O método Simplex pode ser utilizado em problemas com mais de duas variáveis e com uma maior complexidade de resolução.

Segundo GOLDBARG e LUNA. (2005), o método Simplex é baseado em processos algébricos, onde utiliza-se de um método iterativo para determinar a solução ótima de um problema.

CARDOSO (2011), também afirma que o Método Simplex é um procedimento algébrico e iterativo que busca pela solução exata de um problema de otimização, o que viabiliza sua implementação em programas rápidos e eficientes. Atualmente é possível analisar sistemas com números cada vez maiores de variáveis, permitindo a solução de problemas com milhares ou até milhões de variáveis de decisão.

O algoritmo utilizado parte de uma solução viável do sistema conforme suas restrições, geralmente esta solução viável do sistema de equações é o extremo (vértice), e a partir desta solução identifica possíveis novas soluções viáveis iguais ou melhores as que já foram encontradas conforme mostra a Figura 3.

Figura 3 – Teste dos pontos extremos (vértices) pelo método Simplex.



Fonte: http://wwwp.fc.unesp.br/~adriana/Pos/PO4.pdf - Acesso em 10/08/2017.

Segundo HILLIER *et al.* (2013), utiliza-se o método Simplex quando é inviável encontrar a solução pelo método gráfico, já que o número de equações a resolver seria muito elevado para encontrar o melhor valor para a Função Objetivo. O método Simplex é uma sistemática que ajuda a solucionar três questões fundamentais para ser obtida a solução ótima do problema, que são elas:

Qual sistema de equações deve ser resolvido?

O próximo sistema a ser resolvido fornecerá uma solução melhor que os anteriores?

Como identificar uma solução ótima, uma vez que a tenhamos encontrado?

O método Simplex baseia-se num processo iterativo, que envolve a inversão sucessiva de matrizes. Durante as iterações são encontradas soluções parciais do modelo matemático que está sendo resolvido, e estas são testadas para verificar se há melhorias na solução obtida até então. O método é encerrado quando a melhor solução global é encontrada, ou ainda, quando for cumprido o limite de tempo estipulado para a resolução.

Para resolução do método Simplex, são utilizados softwares, pois estes permitem com que se faça um número elevado de cálculos em um tempo aceitável.

Existem vários softwares no mercado, destinados para este fim, entre eles o Cplex da IBM e o Lingo, porém para ambos é necessária uma licença específica.

Como alternativa para problemas com um número não tão grande de variáveis (até 200 variáveis inteiras), pode utilizar a ferramenta Solver do Microsoft Excel, visto que este software é de licença mais acessível e está presente em grande parte dos computadores pessoais.

BUENO (2007), cita que o Solver é uma ferramenta de fácil utilização, sendo uma interessante opção de auxílio na resolução de problemas complexos através de algoritmos de otimização linear e não linear. Com a utilização deste recurso pode-se concentrar as atenções para a modelagem do problema e para a análise dos resultados obtidos.

2.4 Responsabilidade socioambiental

Nota-se que cada vez mais as empresas necessitam buscar o desenvolvimento sustentável. O objetivo deste trabalho foca-se inicialmente na minimização dos desperdícios, mas não somente buscando a obtenção de vantagens financeiras, mas também com a finalidade voltada para a responsabilidade socioambiental, a qual deve ser trabalhada constantemente.

Conforme ORCHIS (2002), as empresas ambientalmente responsáveis investem e incentivam tecnologias antipoluentes, reciclam seus produtos e os resíduos resultantes da produção, incentivam áreas verdes, mantém programas internos de educação ambiental, buscam reduzir o impacto dos resíduos da produção sobre o meio ambiente.

SILVA *et al.* (2005), descreve que para um desenvolvimento ser considerado bom, deve-se vincular a responsável utilização dos recursos naturais disponíveis, com as perspectivas econômicas, resultando em benefícios para ambas as partes envolvidas, ou seja, desenvolver-se de forma sustentável.

Para elevar a sua contribuição nas áreas social e ambiental, as indústrias trabalham visando a melhoria em suas linhas de produção, adotando técnicas para uma produção limpa, reduzindo o consumo de recursos naturais, aprimorando os materiais utilizados em embalagens, ajustando e reduzindo a espessura/volume e reutilizando ou reciclando todos os materiais.

Analisar o ciclo de vida do produto é uma forma eficiente de identificar os aspectos e os impactos ambientais que surgem durante toda a vida de um determinado produto, desde a extração da matéria-prima, transformação, consumo e descarte, LIMA (2012).

Muitos fatores implicam na redução dos desperdícios gerados nos processos de fabricação dos produtos. Com este trabalho busca-se contribuir para no que diz respeito ao meio ambiente desperdiçando cada vez menos materiais durante o processo produtivo.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo será abordada a metodologia utilizada para o desenvolvimento do trabalho, desde a identificação até a resolução do problema, visando a redução dos desperdícios.

3.1 Abordagens sobre o problema de pesquisa

Nota-se nas empresas, que o processo de cortes de materiais de modo geral, acaba gerando desperdícios. Esses fragmentos geralmente são descartados, o que acarreta além do aumento de custo de produção, o desperdício de materiais, consumindo recursos ambientais.

Muitas vezes, no processo de corte de chapas metálicas na indústria metal mecânica, não há um planejamento eficiente referente aos padrões a serem executados, ficando em alguns casos essa tarefa a cargo dos operadores das máquinas.

Sendo assim, nesse trabalho buscou-se por uma metodologia que auxilie na decisão referente ao planejamento do processo de cortes de modo a criar uma sequência padronizada de cortes de chapas conforme a demanda necessária, utilizando os padrões ideais para se obter o mínimo de desperdício possível.

Tomou-se como ideia geral, para aplicação, o corte de chapas em um processo de fabricação na indústria metal mecânica. Dessa forma, buscou-se implementar um modelo matemático de otimização, o qual será descrito nos próximos tópicos.

3.2 Apresentação de um modelo-exemplo de otimização numérica

O modelo a ser criado deverá atender as condições necessárias de modo a explicar uma situação prática. Esta etapa exige muita atenção, porque os resultados a serem obtidos dependem da correta modelagem do problema.

Existem modelos de otimização lineares e não lineares. Neste trabalho será abordado um modelo de otimização linear. Nesse tipo de modelo, todas as equações e inequações possuem expoentes unitários para as variáveis.

Um modelo linear é composto pelos seguintes itens, conforme LOESCH e HEIN, (2009):

- Objetivo do modelo (maximizar ou minimizar): como exemplos temos a maximização do lucro de produtos vendidos em uma determinada empresa, maximizar o rendimento anual de uma linha de produção, a minimização do custo de fabricação do produto, a minimização dos desperdícios gerados em um determinado processo de fabricação, entre outros.

- Variáveis de decisão: são os valores a serem determinados pela solução do modelo e representam os valores retornados pelo sistema.
- Função Objetivo: é a função matemática que define a qualidade da solução em função das variáveis de decisão nos quais se deseja maximizar ou minimizar os resultados.
- Restrições técnicas: são as limitações físicas do sistema que restringem as variáveis de decisão, os resultados devem ser maximizados ou minimizados dentro das limitações propostas por estas restrições. Um par de variáveis que satisfaz todas as restrições é chamado de Solução Ótima.
- Restrições de não negatividade: são as limitações do sistema que também restringem as variáveis de decisão em função dessas, para maximizarmos o lucro de um produto devemos restringir a variável de decisão como maior ou igual a zero não podendo ser um número negativo para maximizar o lucro.

Para exemplificar, a seguir é mostrado um problema de programação linear (elaborado pelo autor) para encontrar valores de P_1 e P_2 que minimizam.

$$\text{Min } 5P_1 + 8P_2 \tag{1}$$

sujeito a:

$$P_1 + P_2 \geq 5 \tag{2}$$

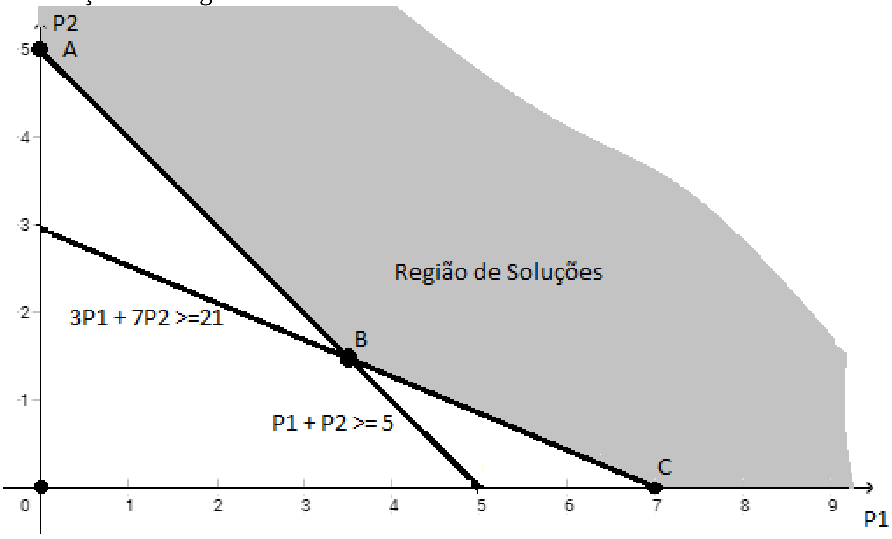
$$3P_1 + 7P_2 \geq 21 \tag{3}$$

$$P_1, P_2 \geq 0 \tag{4}$$

A função linear (1) é chamada de Função Objetivo. As inequações (2) e (3) são as restrições técnicas, e, as inequações (4) são chamadas de restrições de não negatividade das variáveis P_1 e P_2 (ANTON *et al*, 2001).

Utilizando um método gráfico, é possível representar o modelo matemático anteriormente descrito, mostrando as expressões em um mesmo sistema de eixos cartesianos, conforme representado na Figura 4.

Figura 4 – Região de Soluções ou Região Factível e seus Vértices.



Fonte: O autor (2017).

A área demarcada na Figura 4 é chamada de Região Factível. Qualquer ponto encontrado dentro desta região satisfaz as duas desigualdades apresentadas nas expressões propostas. Deve-se encontrar então, o melhor ponto dentro desta região factível, ou seja, o melhor valor para a Função Objetivo conforme a expressão mostrada em (1).

De modo geral, os melhores pontos dentro desta região factível são os vértices. Os vértices são formados pelos encontros das retas que correspondem às restrições nos extremos da figura.

Deve-se calcular o valor da Função Objetivo em cada um dos vértices A, B e C da região de soluções. As coordenadas dos pontos A e C são facilmente visualizadas no gráfico (A(0, 5) e C(7, 0)). Para obter as coordenadas do ponto B, é necessário resolver o sistema de equações apresentado em (5), cuja solução é $P_1 = 3{,}5$ e $P_2 = 1{,}5$.

$$\begin{cases} P_1 + P_2 = 5 \\ 3P_1 + 7P_2 = 21 \end{cases} \tag{5}$$

A solução ótima é dada pelo mínimo valor encontrado nestes vértices, visto que o problema é de minimização.

Tabela 1 – Valor da Função Objetivo para cada vértice.

Vértice	Coordenadas (P_1, P_2)	Valor da F.O. ($5P_1 + 8P_2$)
A	(0, 5)	$5 . 0 + 8 .5 = 40$
B	(3,5, 1,5)	$5 . 3{,}5 + 8 . 1{,}5 = 29{,}5$
C	(7, 0)	$5 . 7 + 8 . 0 = 35$

Fonte: O autor (2017).

Logo, a solução ótima, é dada pelo vértice B(3,5; 1,5) cujo valor da Função Objetivo é 29,5, pois é o menor valor encontrado, já que o problema é de minimização.

O método gráfico pode ser facilmente utilizado para problemas de até 2 variáveis. Para problemas com mais variáveis, recomenda-se utilizar o método Simplex, o qual consiste num processo iterativo onde os dados são apresentados em forma de matrizes. Maiores detalhes podem ser encontrados em GOLDBARG e LUNA. (2015).

3.3 Softwares para resolução

Após a definição do modelo matemático, a próxima etapa consistiu na resolução. Para isso foi utilizada a planilha de cálculo Microsoft Excel, a qual possui um suplemento auxiliar chamado Solver que pode ser utilizado para executar o algoritmo Simplex.

Conforme BUENO (2007), o Solver é uma ferramenta de fácil acesso e utilização e que possibilita a realização de uma grande quantidade de cálculos, permitindo resolver problemas de otimização.

A utilização do suplemento “Solver” disponível no Microsoft Excel, possibilita a resolução de problemas de programação linear, não sendo necessário portanto, a compra de pacotes computacionais geralmente com alto custo financeiro. Pela sua fácil disponibilidade, permite a execução em computadores pessoais e sem qualquer necessidade de instalação de outro software. Para execução dos testes realizados nesta pesquisa, foi utilizada uma licença adquirida do Microsoft Excel instalada em computador pessoal.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL DO PROBLEMA

Neste capítulo são apresentados os padrões de corte bem como dois modelos matemáticos voltados ao corte bidimensional. Os modelos foram inspirados em aplicações para o corte de chapas metálicas em indústrias da área metal mecânica, porém, podem ser aplicados nas mais diversas áreas que envolvam cortes bidimensionais.

4.1 Padrões de cortes

Um padrão de corte consiste nas combinações de várias peças a serem cortadas a partir de uma chapa padrão, com o objetivo de definir o encaixe das peças buscando minimizar a sobra de material que seria desperdiçada.

Para o processo de corte de chapas neste estudo, não foi levado em consideração a quantidade de material que será desperdiçada pela execução do processo de corte em si (desperdício ocasionado por máquinas durante a execução do corte), mas sim, somente a sobra de material ocorrida durante o encaixe das peças a serem cortadas.

Para realizar a modelagem matemática neste estudo, foram consideradas como dimensões da chapa padrão (matéria prima) as medidas 1000 mm de largura e 2000 mm de comprimento. Foram então criadas, para exemplificar a aplicação dos modelos matemáticos, três diferentes medidas de peças a serem cortadas, as quais são mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 – Denominação e medidas das três peças.

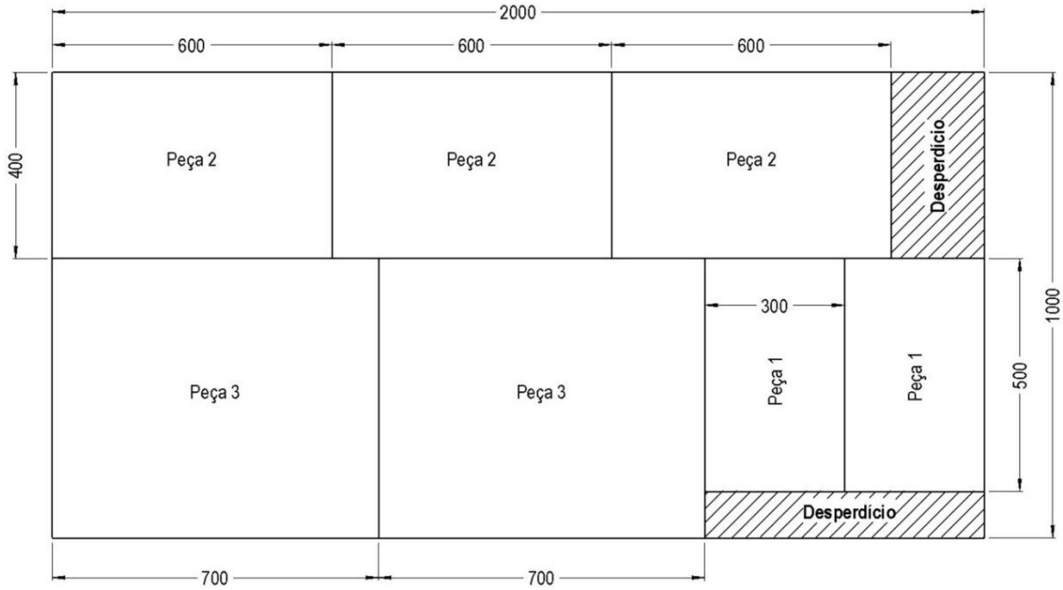
Denominação	**Medidas (mm)**
Peça 1	300 x 500
Peça 2	400 x 600
Peça 3	600 x 700

Fonte: O autor (2017).

O trabalho de encontrar os padrões de cortes foi realizado manualmente e adicionado à planilha eletrônica, onde foram calculados seus respectivos desperdícios.

As medidas das peças foram fornecidas em milímetros, já os desperdícios foram representados em centímetros quadrados (cm²) para facilitar a escrita, diminuindo assim a magnitude dos valores a serem escritos. Para melhor explicação, nas figuras 5 e 6, busca-se representar como exemplo, dois padrões de corte, com a finalidade de apresentar a quantidade de peças e o desperdício de material gerado.

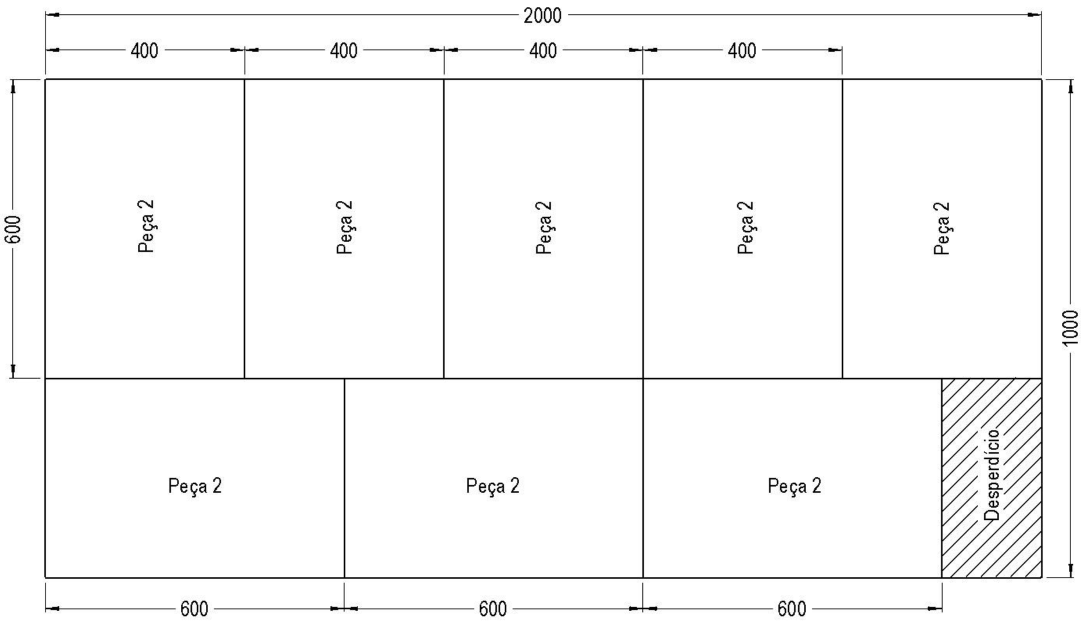
Figura 5 – Padrão de corte P2.



Fonte: O autor (2017).

O padrão de corte mostrado na Figura 5 é denominado como P2 (Padrão 2). Este contém duas unidades da peça 1, três unidades da peça 2 e duas unidades da peça 3. Também pode ser visualizado nesta mesma figura, a área demarcada que corresponde ao desperdício gerado com a utilização deste padrão de corte, representando o total de 1400 cm² de sobra de material. De forma semelhante, a Figura 6 mostra o padrão de corte P6 (Padrão 6).

Figura 6 – Padrão de corte P6.

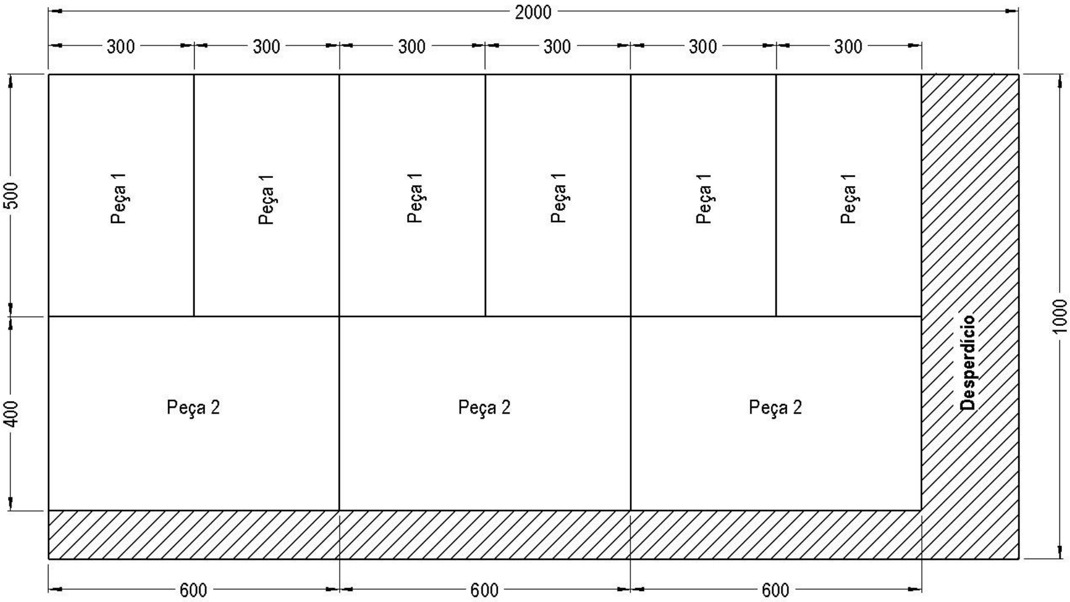


Fonte: O autor (2017).

O padrão de corte P6 (mostrado na Figura 6) produz somente peças do tipo 2 num total de 8 unidades, não produzindo as peças dos tipos 1 e 3. A área demarcada, que corresponde ao desperdício gerado com a utilização deste padrão de corte, gerou ao total 800 cm² de sobra de material.

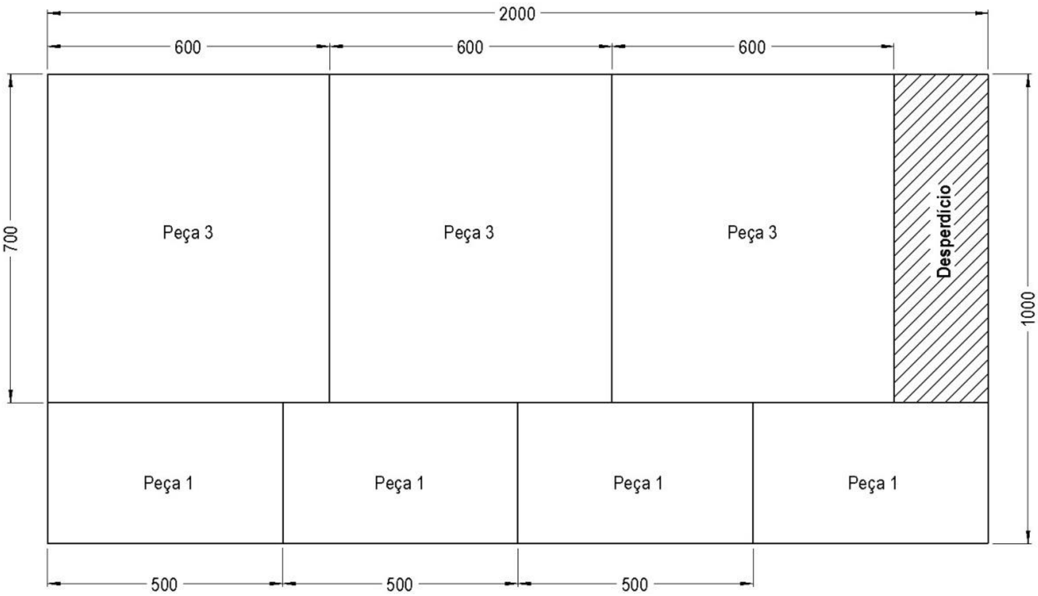
Prosseguindo analogamente, foram encontrados vinte padrões de cortes diferentes. Abaixo estão representados nas imagens alguns padrões de corte encontrados, todos com as dimensões em milímetros.

Figura 7 – Padrão de corte P1.



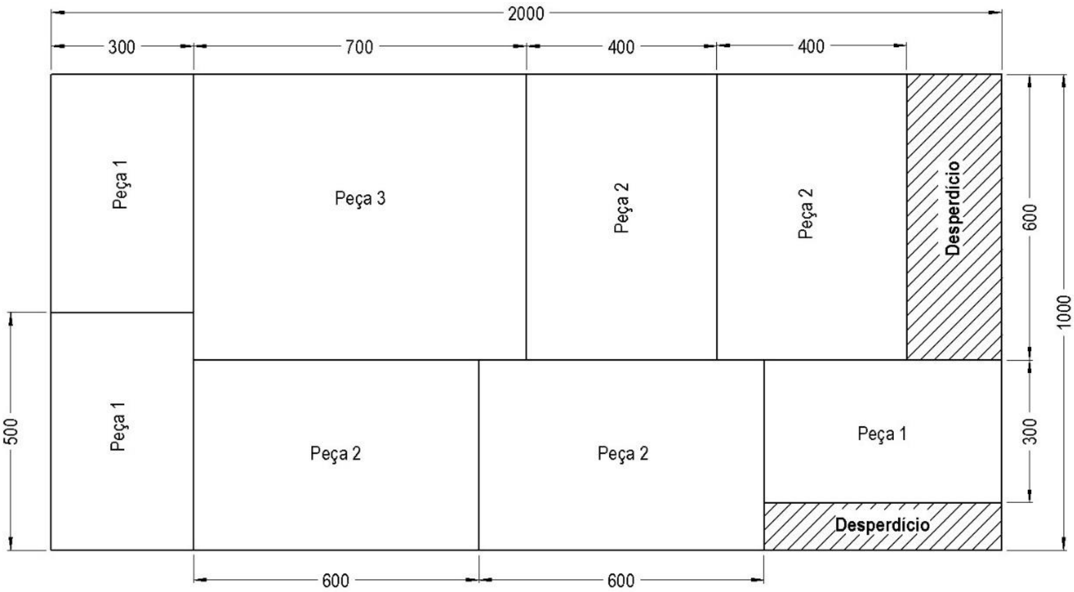
Fonte: O autor (2017).

Figura 8 – Padrão de corte P3.



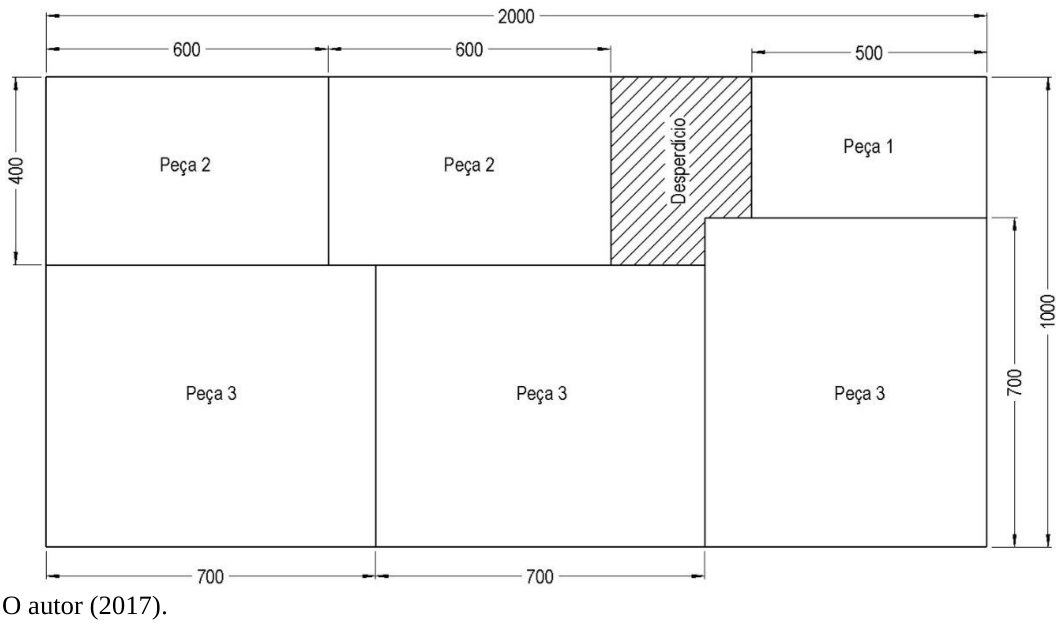
Fonte: O autor (2017).

Figura 9 – Padrão de corte P4.



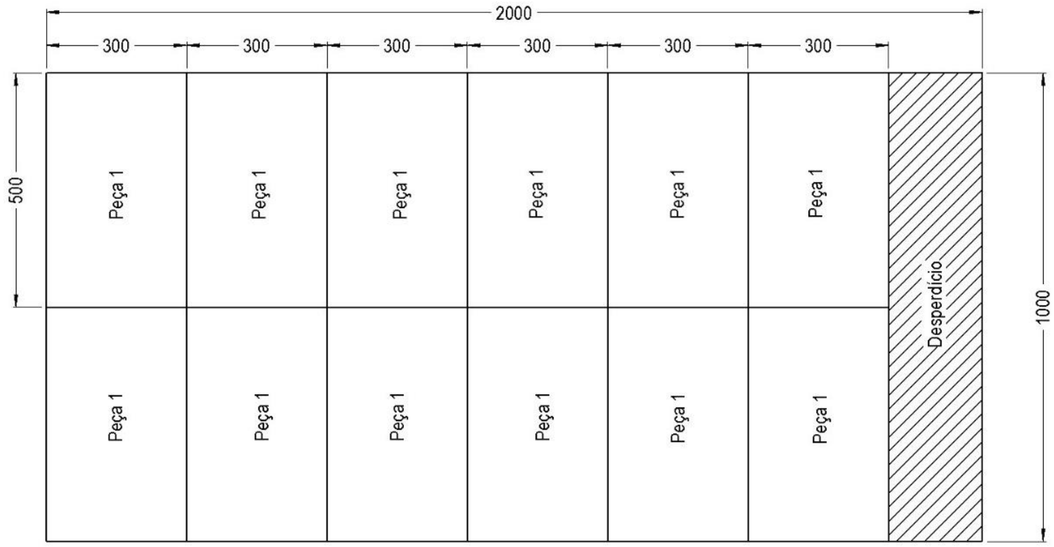
Fonte: O autor (2017).

Figura 10 – Padrão de corte P5.



Fonte: O autor (2017).

Figura 11 – Padrão de corte P7.



Fonte: O autor (2017).

Os modelos matemáticos foram criados de tal forma a buscar a solução ótima com vinte padrões diferentes, porém têm-se uma planilha eletrônica que pode ser alimentada à medida que for sendo encontrados novos padrões de cortes, assim, aumentando cada vez mais a eficiência do modelo de otimização.

Tabela 3 – Alguns dos 20 padrões de cortes encontrados.

Peça e Desperdício	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	**...**	**P17**	**P18**	**P19**	**P20**
Peça 1	6	2	4	3	...	8	1	0	0
Peça 2	3	3	0	4	...	3	0	1	0
Peça 3	0	2	3	1	...	0	0	0	1
Desperdício cm²	2900	1400	1400	1700	...	800	18500	17600	15800

Fonte: O autor (2017).

Notou-se que os padrões P18, P19 e P20 representados na Tabela 3 estão apresentando apenas uma unidade de cada peça cortada em cada padrão, assim, gerando consequentemente uma grande quantidade de desperdício como se pode verificar.

Estes padrões foram criados com a finalidade de evitar a infactibilidade das soluções a serem encontradas no modelo sem estoques que será apresentado nos tópicos a seguir. Sem estes padrões auxiliares, pode não ser possível chegar a uma solução factível por que o problema não encontraria a demanda exata necessária, pois faltariam ou sobrariam unidades de um ou mais tipos de peças. Para o modelo de otimização com estoques, os padrões P18, P19 e P20 não são necessários.

Na construção do modelo matemático foram propostas demandas para cada uma das três peças a serem cortadas nos padrões encontrados, conforme mostrado na Tabela 4. Essas demandas variam de acordo com a necessidade da aplicação a ser implantada.

Tabela 4 – Demanda para cada tipo de peça a ser cortada.

Peça	Demanda (Unidades)
Peça 1	500
Peça 2	800
Peça 3	400

Fonte: O autor (2017).

Como será apresentado posteriormente, esta demanda pode ser utilizada com a exata quantidade que está sendo solicitada ou com a utilização de estoques, o que é realizado frequentemente em algumas empresas para atender seus clientes sem precisar depender da logística ou de outros fatores que poderiam influenciar no prazo para atender as demandas necessárias.

4.2 Modelos de otimização propostos

Nos tópicos a seguir são mostrados os dois modelos matemáticos de variáveis inteiras que foram estudados nesse trabalho e que podem ser aplicados conforme a necessidade detectada em cada ambiente organizacional. O objetivo é apresentar os dois modelos encontrados, bem como a seguir também fazer comparativos entre estes.

4.2.1 Modelo de otimização com demanda exata

A seguir é apresentado o modelo matemático considerando a produção da demanda em suas quantidades exatas (sem estoque).

Minimizar $2900P_1 + 1400P_2 + 1400P_3 + 1700P_4 + \cdots + 17600P_{19} + 15800P_{20}$ (1)

sujeito a:

Peça 1) $6P_1 + 2P_2 + 4P_3 + 3P_4 + \cdots + 0P_{19} + 0P_{20} = 500$ (2)

Peça 2) $3P_1 + 3P_2 + 0P_3 + 4P_4 + \cdots + 1P_{19} + 0P_{20} = 800$ (3)

Peça 3) $0P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 1P_4 + \cdots + 0P_{19} + 1P_{20} = 400$ (4)

$$P_1, P_2, \ldots, P_{20} \in \mathbb{Z}_+ \quad (5)$$

Neste modelo, que considera a programação linear inteira, a Função Objetivo apresentada na expressão (1), representa o desperdício de material em cada padrão executado, o qual deve ser minimizado.

Na restrição técnica apresentada na expressão (2), o coeficiente que multiplica cada variável Pj (j = 1, ..., 20), representam o número de peças do tipo 1 que são produzidas a cada vez que um padrão Pj é executado por uma única vez. A soma dessas quantidades deve ser igual à demanda do tipo de peça 1, que no caso é igual a 500 unidades. Para as restrições técnicas mostradas em (3) e (4), o raciocínio é análogo.

A expressão mostrada em (5), é chamada de restrição técnica, a qual indica que cada variável Pj deve ser inteira positiva.

4.2.2 Modelo com estoques

Neste tópico é apresentado o modelo matemático considerando a produção da demanda com a existência de estoques.

Minimizar $2900P_1 + 1400P_2 + 1400P_3 + 1700P_4 + \cdots + 800P_{17}$ (1)

sujeito a:

Qtde mínima peça 1)	$6P_1 + 2P_2 + 4P_3 + 3P_4 + \cdots + 8P_{17} \geq 500$	(2)
Qtde máxima peça 1)	$6P_1 + 2P_2 + 4P_3 + 3P_4 + \cdots + 8P_{17} \leq 550$	(3)
Qtde mínima peça 2)	$3P_1 + 3P_2 + 0P_3 + 4P_4 + \cdots + 3P_{17} \geq 800$	(4)
Qtde máxima peça 2)	$3P_1 + 3P_2 + 0P_3 + 4P_4 + \cdots + 3P_{17} \leq 880$	(5)
Qtde mínima peça 3)	$0P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 1P_4 + \cdots + 0P_{17} \geq 400$	(6)
Qtde máxima peça 3)	$0P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 1P_4 + \cdots + 0P_{17} \leq 440$	(7)

$$P_1, P_2, \ldots, P_{17} \in \mathbb{Z}_+ \qquad (8)$$

Neste modelo, a Função Objetivo mostrada na expressão (1) é idêntica ao modelo com demandas exatas, apresentado no tópico 4.2.1, representando assim, o desperdício de material em cada padrão executado, o qual deve ser minimizado.

Na restrição técnica apresentada na expressão (2), o coeficiente que multiplica cada variável Pj representa o número de peças do tipo 1 que são produzidas a cada vez que um padrão Pj é executado por 1 única vez. A soma dessas quantidades deve ser maior ou igual à demanda do tipo de peça 1, que no caso é igual a 500 unidades.

De forma semelhante, na restrição técnica apresentada na expressão (3), o coeficiente que multiplica cada variável *Pj* representa o número de peças do tipo 1 que são produzidas a cada vez que um padrão *Pj* é executado por uma única vez. A soma dessas quantidades deve ser menor ou igual à demanda do tipo de peça 1, que no caso é igual a 550 unidades. Essa variação permitida para a demanda, de 500 a 550 unidades, permite com que haja um estoque de peças do tipo 1 se o modelo assim julgar necessário para se tornar factível. Para o estudo aqui apresentado foi considerado um estoque de 10% da quantidade da demanda mínima a ser produzida com os padrões de cortes. Esta quantidade de estoque também pode ser alterada de acordo com a necessidade do modelo de otimização a ser implantado.

Para as restrições técnicas mostradas em (4) a (7), o raciocínio é análogo às expressões (2) e (3).

A expressão mostrada em (8) indica que cada variável *Pj* deve ser inteira positiva.

4.3 Resolução dos modelos de otimização

Neste tópico são apresentadas as resoluções dos modelos de otimização elaborados e suas respectivas planilhas eletrônicas utilizadas para o estudo em questão.

4.3.1 Resolução do modelo de otimização com demanda exata

Para a resolução com demanda exata, na Figura 12, apresenta-se a planilha eletrônica com a quantidade de peças obtidas com a utilização de cada padrão uma única vez *Pj* (j = 1,..., 20), e também seus respectivos desperdícios gerados. Salienta-se que poderão ser inseridos novos padrões à medida que forem sendo encontrados, pois para este estudo foi trabalhado com os 20 padrões apresentados. As células em cor laranja representam os dados de saída da resolução bem como a Função Objetivo, correspondente ao somatório de todos os valores de desperdício gerados. Em verde são representados os dados de entrada que são os valores das células que correspondem à demanda a ser realizada de cada peça a ser cortada, esta célula é editável e poderá ser alterada de acordo com a necessidade da aplicação.

Nas células logo abaixo dos títulos P1, P2, e assim sucessivamente, são retornadas pelo Solver, as quantidades a serem executadas de cada padrão de corte que geram o menor desperdício possível, o qual é indicado na planilha.

Figura 12 – Planilha eletrônica com as variáveis do problema com demanda exata.

Padrão	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
Peça 1 (Unid)	6	2	4	3	1	0	12	2	5	2	0	8	13	3	0	0	8	1	0	0
Peça 2 (Unid)	3	3	0	4	2	8	0	3	0	5	4	1	0	0	3	0	3	0	1	0
Peça 3 (Unid)	0	2	3	1	3	0	0	2	3	1	2	1	0	0	0	3	0	0	0	1
Desperdício mm²	290000	140000	140000	170000	110000	80000	200000	140000	110000	80000	200000	140000	50000	1550000	1280000	740000	80000	1850000	1760000	1580000
Desperdício cm²	2900	1400	1400	1700	1100	800	2000	1400	1100	800	2000	1400	500	15500	12800	7400	800	18500	17600	15800

Desperdício	199200 cm²	Desperdício:	5,19%	1 Chapa Padrão:	20000 cm²

Quantidades de cada padrão em unidades																				Total de Padrões Necessários
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	
0	2	0	0	142	0	0	0	16	22	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	192

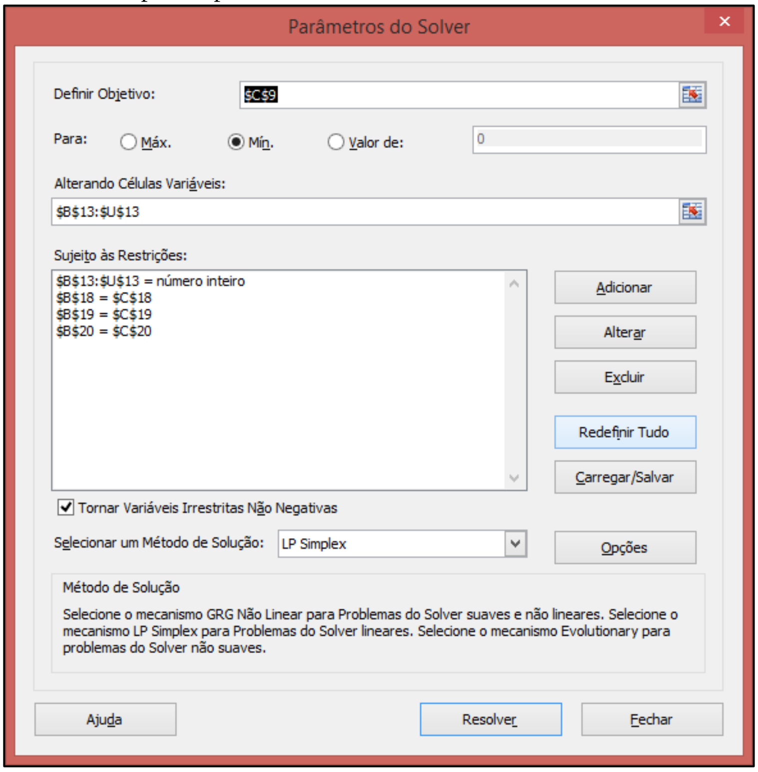
Restrições

	Qtde Produz.	Demanda
Peça 1 (Unid)	400	400
Peça 2 (Unid)	400	400
Peça 3 (Unid)	500	500

Fonte: O autor (2017).

A seguir é apresentada a Figura 13, que mostra a janela da ferramenta Solver do Microsoft Excel preenchida. São mostradas nesta tela as células que definem o objetivo, as células das variáveis do estudo e também todas as restrições do modelo matemático em questão.

Figura 13 – Janela Solver – Excel para o problema com demanda exata.



Fonte: O autor (2017).

Notou-se que para a resolução deste problema com as demandas solicitadas conforme apresentado na Figura 12, não serão necessários à utilização de todos os padrões criados, mas sim apenas os padrões P3, P5, P9, P10 e P13, e bem como suas respectivas quantidades de 1, 75, 14, 130 e 7, totalizando assim 227 padrões com cinco tipos diferentes de padrões de cortes, o que faz com que o problema atinja a menor quantidade de desperdício com a determinada demanda.

Para solucionar este problema, obteve-se a quantidade de desperdício total de 206800 cm², esta foi à solução ótima encontrada pelo Solver. Isto equivale a 4,56%, de sobra de material, o que representa a soma de todos os desperdícios de materiais de cada padrão utilizado.

No tópico a seguir, define-se a resolução do problema com a prática do estoque, outra maneira que se pode utilizar para a solução de problemas de cortes na indústria.

4.3.2 Resolução do modelo de otimização com estoques

Na Figura 14 é apresentada a planilha utilizada para a resolução do modelo com utilização de estoque.

As células em cor laranja mostram os dados de saída bem como a Função Objetivo, correspondente ao somatório de todos os valores de desperdício gerados. Em verde estão os dados de entrada que são os valores das células que correspondem à demanda a ser realizada de cada peça a ser cortada bem como a quantidade de estoque máximo que se deseja obter. Estas células são editáveis (tanto a demanda como o estoque), e podem ser alteradas de acordo com a necessidade da aplicação,

Figura 14 – Planilha eletrônica com as variáveis do problema com estoque.

Padrão	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
Peça 1 (Unid)	6	2	4	3	1	0	12	2	5	2	0	8	13	3	0	0	8	1	0	0
Peça 2 (Unid)	3	3	0	4	2	8	0	3	0	5	4	1	0	0	3	0	3	0	1	0
Peça 3 (Unid)	0	2	3	1	3	0	0	2	3	1	2	1	0	0	0	3	0	0	0	1
Desperdício mm²	290000	140000	140000	170000	110000	80000	200000	140000	110000	80000	200000	140000	50000	1550000	1280000	740000	80000	1850000	1760000	1580000
Desperdício cm²	2900	1400	1400	1700	1100	800	2000	1400	1100	800	2000	1400	500	15500	12800	7400	800	18500	17600	15800

Desperdício: 130400 cm² | Desperdício: 4,79% | 1 Chapa Padrão: 20000 cm²

Quantidades de cada padrão em unidades																				
P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	Total de padrões necessários
0	0	0	0	90	0	0	0	2	24	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	136

Restrições

	Qtde Produz.	Demanda min	Demanda máx	% de estoque máx
Peça 1 (Unid)	408	400	420	5%
Peça 2 (Unid)	300	300	330	10%
Peça 3 (Unid)	300	300	345	15%

Fonte: O autor (2017).

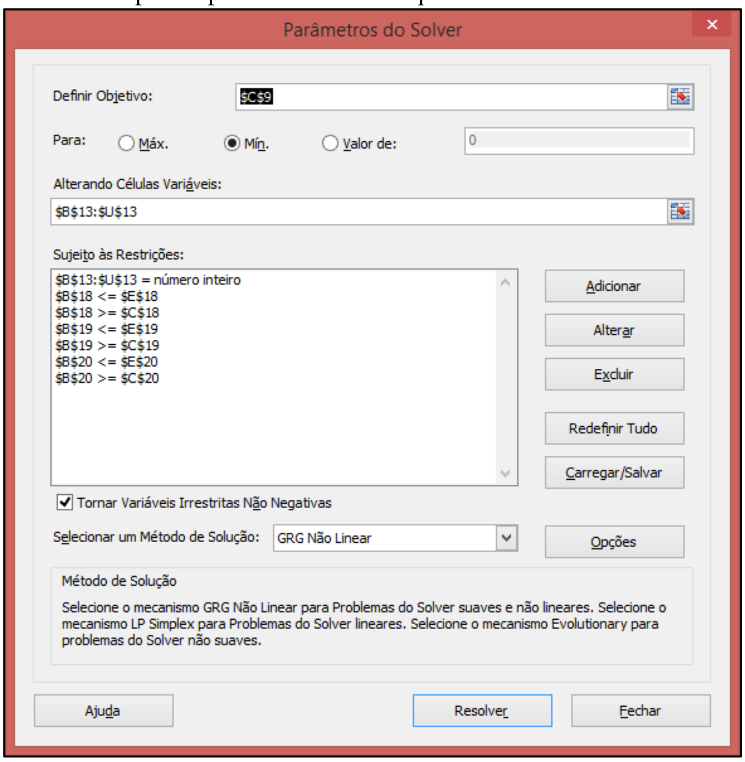
As restrições desta resolução possuem uma diferença comparadas a resolução com o método anterior, que são um range de valores onde podem se encontrar os valores desejáveis de demanda com um estoque mínimo, que seria o valor da demanda exata inserido conforme necessidade da aplicação e um valor de estoque máximo que pode ser alterado pelo percentual desejado.

De forma semelhante ao modelo sem estoques, nas células logo abaixo dos títulos P1, P2, assim sucessivamente são retornadas pelo Solver, as quantidades a serem executadas de cada padrão de corte que geram o menor desperdício possível, o qual é indicado na planilha.

Nesta resolução deste problema não será necessária a utilização de todos os padrões criados. Apenas serão utilizados para esta demanda os padrões P5, P9, P10 e P13, nas quantidades respectivas de 90, 2, 124 e 12 vezes, totalizando 228 padrões de quatro diferentes tipos de cortes. Essa combinação permite atingir a menor quantidade de desperdício com a demanda estipulada.

A Figura 15 mostra a janela da ferramenta Solver da Microsoft Excel e seus respectivos preenchimentos. Encontram-se nesta tela: as células que definem o objetivo, as células das variáveis do estudo e também todas as restrições do modelo matemático em questão.

Figura 15 – Janela Solver – Excel para o problema com estoques.



Fonte: O autor (2017).

Na resolução deste problema, obteve-se a quantidade de desperdício total de 206400 cm², sendo esta a solução ótima encontrada pelo Solver. Isto equivale a 4,53%, de sobra de material, o que representa a soma de todos os desperdícios de materiais de cada padrão utilizado.

A diferença deste modelo com estoque, é que este permite encontrar maiores tipos de combinações sempre visando o mínimo desperdício e não se preocupando em atender uma demanda exata, mas sim uma faixa de valores o que deixa a resolução computacionalmente mais fácil. Porém em algumas aplicações onde não se deseja trabalhar com estoque está opção se tornaria inviável.

4.3 Testes computacionais

Para testar os dois modelos matemáticos apresentados em 4.3.1 e 4.3.2, foram realizados alguns testes computacionais. O Quadro 1 mostra os 20 padrões encontrados e que foram utilizados nos testes que serão a seguir mencionados.

Quadro 1 – Padrões de cortes utilizados nos testes.

Padrão	Quantidade de peças (Unidades)			Desperdício (cm²)
	Peça 1	Peça 2	Peça 3	
P1	6	3	0	2900
P2	2	3	2	1400
P3	4	0	3	1400
P4	3	4	1	1700
P5	1	2	3	1100
P6	0	8	0	800
P7	12	0	0	2000
P8	2	3	2	1400
P9	5	0	3	1100
P10	2	5	1	800
P11	0	4	2	2000
P12	8	1	1	1400
P13	13	0	0	500
P14	3	0	0	15500
P15	0	3	0	12800
P16	0	0	3	7400
P17	8	3	0	800
P18	1	0	0	18500
P19	0	1	0	17600
P20	0	0	1	15800

Fonte: O autor (2017).

Para análise e melhor entendimento dos resultados dos dois modelos matemáticos, foram criadas instâncias de testes, que basicamente são conjuntos de dados.

No Quadro 2 apresentado a seguir é mostrado todas as demandas utilizadas nas instâncias de testes. Estas demandas foram estipuladas aleatoriamente para serem realizados os testes e analisar os modelos matemáticos apresentados. Este quadro informa também o resultado da Função Objetivo, que é o valor esperado resultante da resolução de cada problema, valor este apresentado em centímetros quadrados (cm²) correspondente ao desperdício obtido através da utilização dos respectivos padrões.

Quadro 2 – Testes realizados e desperdícios obtidos.

		Demandas			**Função Objetivo**			
		Peça 1	Peça 2	Peça 3	Com Estoque (Máx. 10%)		Demanda Exata	
					Desperdício		Desperdício	
					cm²	%	cm²	%
Instância 01	1	400	500	600	236400	5,18	236800	5,22
	2	500	600	700	279200	5,15	278400	5,16
	3	600	700	800	321700	5,12	322400	5,15
	4	700	800	900	363100	5,1	363200	5,12
	5	800	900	1000	405900	5,09	404800	5,09
Instância 02	1	3000	4000	5000	1942300	5,24	1948400	5,26
	2	4000	5000	6000	2363200	5,18	2362400	5,19
	3	5000	6000	7000	2783500	5,15	2783600	5,15
	4	6000	7000	8000	3204400	5,12	3203600	5,12
	5	7000	8000	9000	3624700	5,1	3647200	5,13
Instância 03	1	550	750	950	368500	5,26	367400	5,26
	2	950	550	750	306200	4,94	306200	4,94
	3	750	950	550	273900	4,57	273400	4,57
	4	480	680	280	160600	4,34	160400	4,36
	5	13000	15650	10500	4953900	4,67	4953200	4,67
Instância 04	1	6000	6000	6000	2524700	4,94	2547200	4,98
	2	7000	7000	7000	2947400	4,94	2946000	4,94
	3	8000	8000	8000	3367400	4,94	3366000	4,94
	4	9000	9000	9000	3787100	4,94	3787200	4,94
	5	10000	10000	10000	4207700	4,94	4207200	4,94

Fonte: O autor (2017).

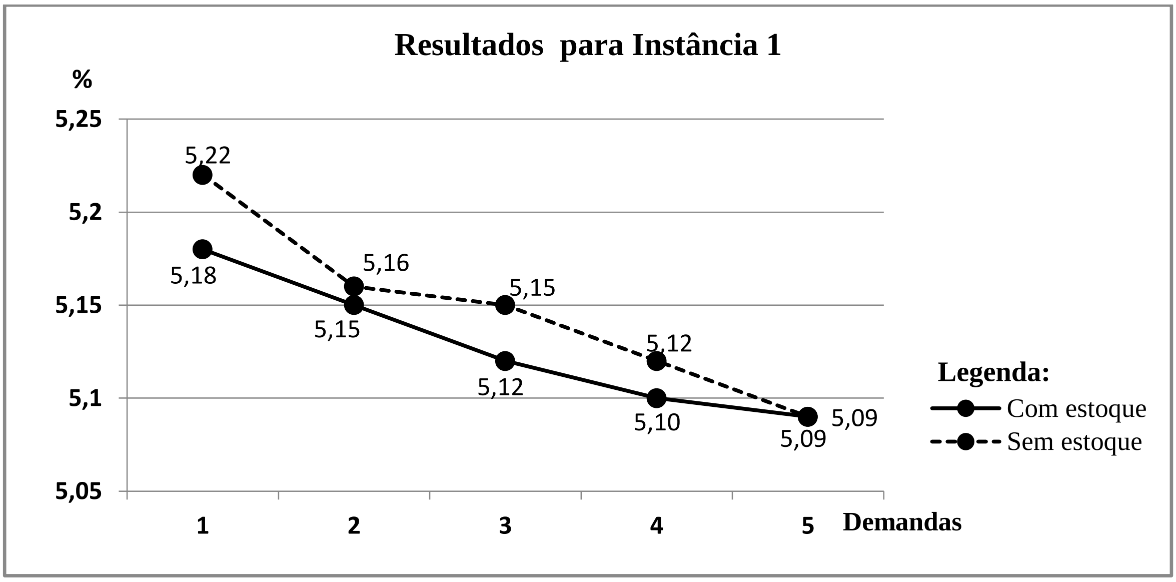
A seguir são apresentados gráficos gerados para as quatro instâncias de testes utilizando os valores percentuais obtidos para comparação dos resultados entre os modelos criados.

No Gráfico 1 correspondente a instância de teste 1, verificou-se que o modelo com estoque obteve menores valores de desperdício comparado ao segundo modelo matemático, sem ultrapassá-lo e somente igualando-se em um dos pontos. Para demandas de peças que variaram de 400 a 1000 unidades os valores percentuais de desperdício variaram de 5,09% a

5,22%. Notou-se que o aumento da demanda de peças a serem processadas fez com que os valores de desperdício diminuíssem em geral nos dois modelos matemáticos. Pode-se notar que não são em todos os casos que a variação da demanda vai fazer com que a Função Objetivo varie proporcionalmente entre os dois modelos matemáticos. Isso acontece devido à variação de possibilidades que pode-se obter com os vinte padrões diferentes encontrados.

Neste caso, o modelo que utilizou estoque foi superior em seus resultados de Função Objetivo, sendo mais vantajoso para as demandas testadas nesta instância.

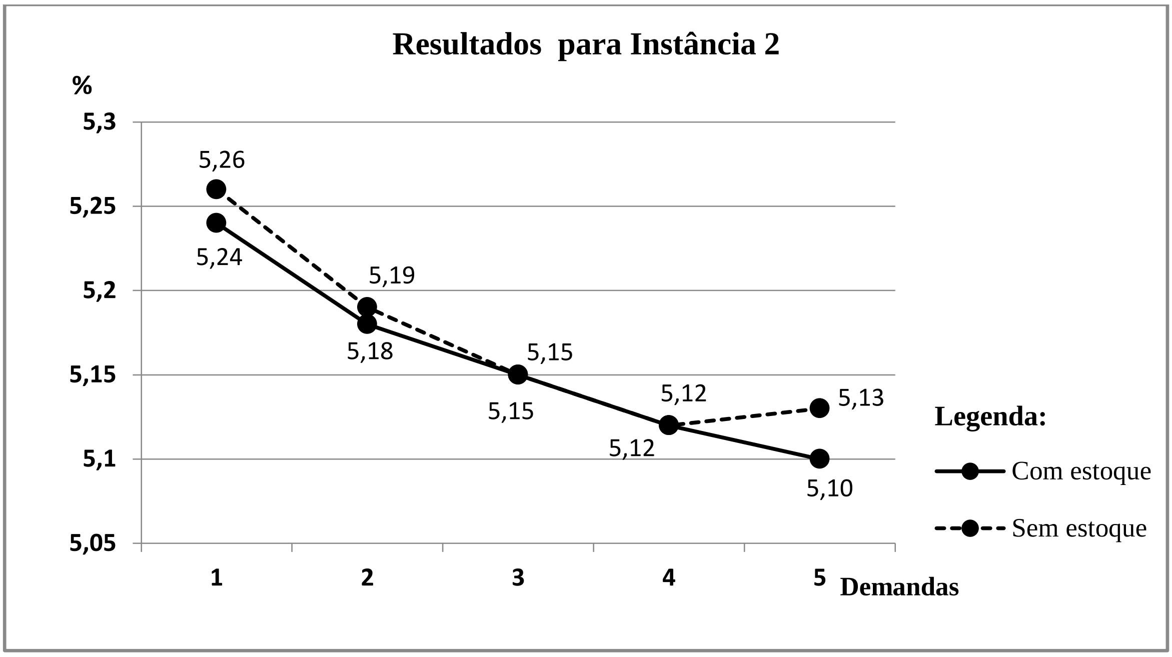
Gráfico 1 – Instância de teste 1.



Fonte: O autor (2017).

Para os resultados obtidos com a segunda instância obtiveram-se resultados similares comparados os dois modelos, de que o modelo sem estoque foi mais eficiente que o outro para os resultados da Função Objetivo. E da mesma maneira que se aumentou a demanda foi possível visualizar a redução dos desperdícios gerados.

Gráfico 2 – Instância de teste 2.

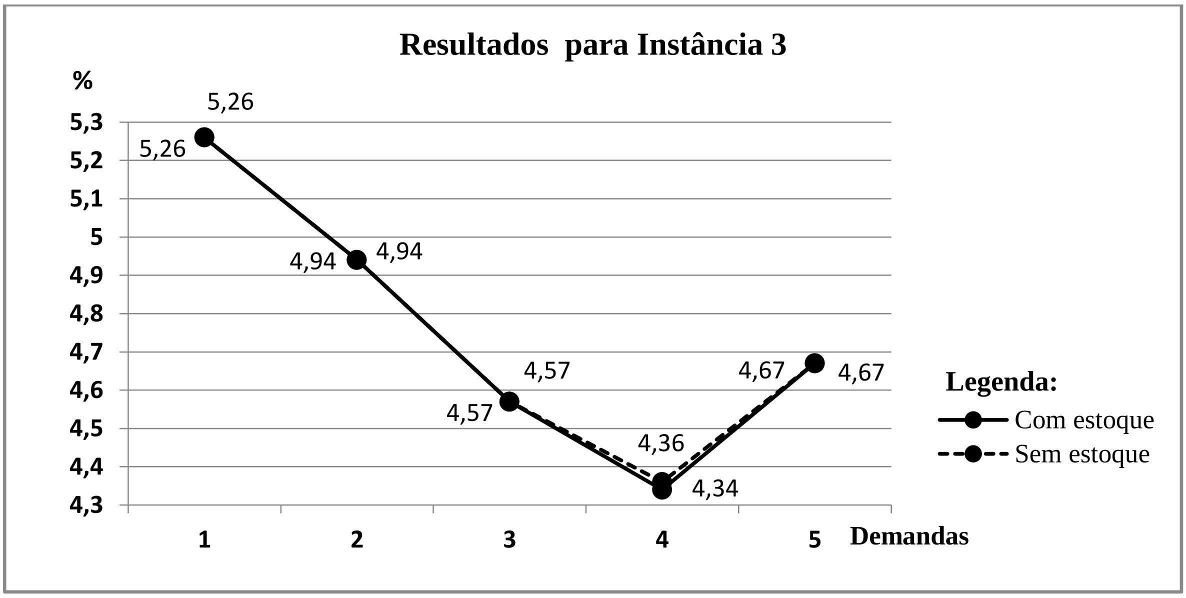


Fonte: O autor (2017).

Na instância 2 os valores de desperdício de material oscilaram no intervalo de 5,10% a 5,26%. As demandas analisadas neste caso foram variadas de 3000 até 9000 unidades, sendo que foram aumentadas em mil unidades gradativamente.

A instância de teste 3 apresentou resultados relevantes. Verificou-se que quatro dos cinco testes realizados apresentaram o mesmo valor percentual para a Função Objetivo, mas como nos mesmos resultados obtidos nas duas instâncias anteriores, nenhum dos valores foi menor no modelo matemático sem estoque.

Gráfico 3 – Instância de teste 3.



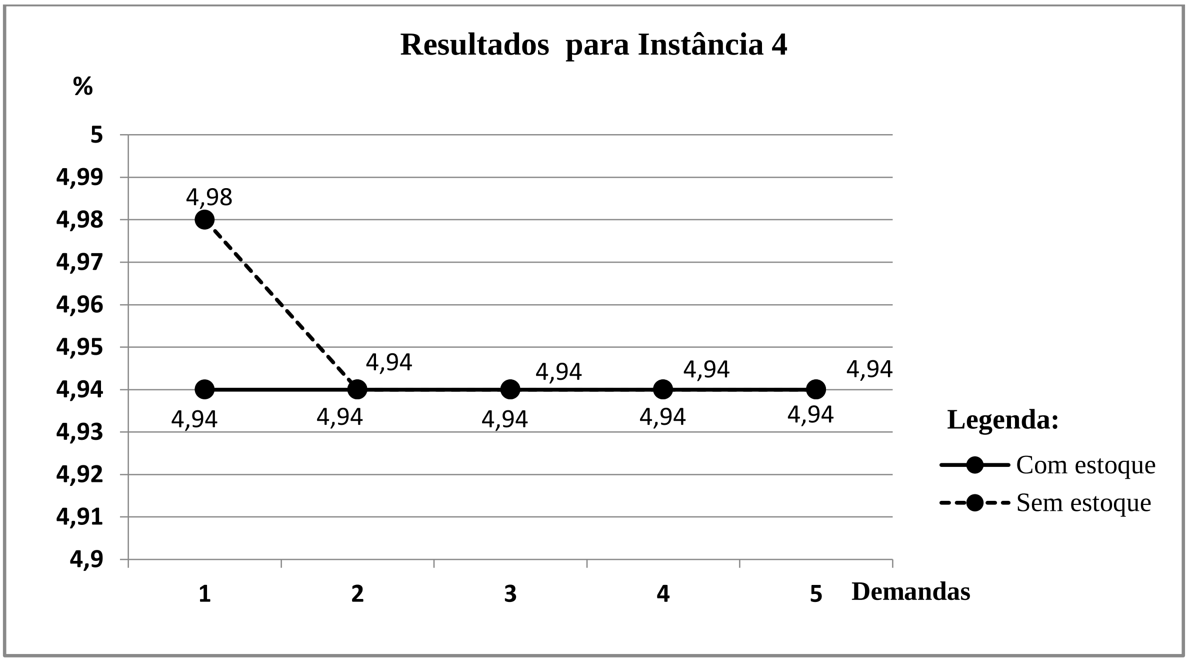
Fonte: O autor (2017).

Os valores de demanda nesta Instância de número 3 foram variados, o valor que foi utilizado em uma peça para um teste foi também utilizado para outra peça em outro teste da mesma instância.

Outro resultado significativo deste estudo foi obtido na instância de teste 4, na qual foram testados valores de demanda iguais para os três tipos de peças de cada teste realizado. Neste caso foi possível verificar que os valores percentuais de desperdício gerados foram os mesmos 4,94%, exceto no primeiro teste quando o modelo matemático de demanda exata (sem estoque) foi menos eficiente gerando 4,98% de desperdício.

As demandas testadas foram de 6000 a 10000 unidades em cada peça, aumentadas gradativamente em 1000 unidades a cada teste. Verificou-se que quando não houve variação nas demandas de peças no mesmo teste, os valores de desperdício apresentados foram semelhantes quando comparados entre as demandas utilizadas nesta instância.

Gráfico 4 – Instância de teste 4.



Fonte: O autor (2017).

Os testes realizados permitiram verificar que em todas as instâncias, o modelo matemático com estoque gerou valores menores para a Função Objetivo (desperdício), sendo assim, mais eficiente, porém gerando unidades de peças a mais do que a demanda exata, em muitos casos desnecessários para algumas aplicações.

Os resultados obtidos nestes testes podem variar se tornando cada vez melhores à medida que forem encontrados e adicionados novos padrões de cortes à planilha eletrônica utilizada. Novos e diferentes padrões trariam mais possibilidades de combinações para os modelos matemáticos podendo ocasionar melhorias no valor da Função Objetivo (menor desperdício).

Os resultados aqui gerados formam um limitante superior para o problema, ou seja, a inclusão de novos padrões de cortes possibilita resultados somente menores (menor desperdício) para o valor da Função Objetivo.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho buscou-se implementar ferramentas que possam auxiliar na redução dos desperdícios gerados durante o processo de cortes bidimensionais. Desta forma, foram apresentados, dois diferentes modelos: o primeiro envolvendo a produção das demandas exatas, e o segundo possibilitando a extrapolação das demandas, ou seja, a existência de estoques.

Após gerados esses dois modelos matemáticos, foi utilizada a ferramenta Solver, existente no Microsoft Excel para resolver os modelos de programação linear gerados.

Foram executados testes envolvendo conjuntos de dados, denominados “instâncias de teste”. Notou-se nos testes realizados, que quando resolvido um mesmo problema considerando ou não a possibilidade da existência de estoques, o desperdício gerado pelo modelo com estoques, foi menor ou igual ao desperdício gerado no modelo sem estoques (modelo com demanda exata).

Um fator verificado durante a análise dos resultados computacionais, é que no modelo sem estoques, há maior dificuldade de se encontrar uma combinação perfeita de padrões que possam atender à demanda de forma exata. Muitas vezes, para atender à demanda exata, faz-se necessária a utilização de padrões com alta taxa de desperdício. Considerando o modelo com estoques, este tipo de ocorrência é mais raro, ou seja, a resolução fica focada em padrões com menor desperdício, visto que o atendimento à demanda não precisa ser exato.

Como conclusão final encontrada nessa pesquisa, recomenda-se a utilização do modelo com estoques, o qual produz resultados melhores, ou seja, com menor taxa de desperdício, a menos que haja a real necessidade, dependendo da aplicação, de não se trabalhar com estoques.

Considerando sugestões para trabalhos futuros, recomenda-se testes com problemas de maior dimensão (maior número de itens de diferentes tipos) e também a utilização de uma quantidade maior de instâncias de testes. Pode-se ainda, em pesquisas futuras trabalhar em ideias que facilitem a geração computacional de padrões de cortes, os quais neste caso, foram gerados manualmente.

Por fim, salienta-se que este trabalho foi inspirado numa aplicação envolvendo cortes de chapas, porém os modelos de otimização gerados podem ser também implementados em outros tipos de situações, como por exemplo, no corte de tecidos, madeiras, ou outras aplicações industriais, onde haja necessidade de melhorar a eficiência no processo produtivo.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. **Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e modelos para análise de decisões.** 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

ANTON, Howard.*et al.* **Álgebra Linear com aplicações.** 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

ARENALES, Marcos Nereu. *et al*. **Pesquisa Operacional.** 4ª reimpressão. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem matemática & resolução de problemas, projetos e etnomatemática: pontos confluentes**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.7, n.2, p.197-219, 2014.

BUENO, Fabrício. **Otimização Gerencial com Excel.** Florianópolis: Visual Books, 2007.

CAIXETA-FILHO, J. V. **Pesquisa Operacional: Técnicas de otimização aplicadas a sistemas agroindustriais.** São Paulo: Atlas, 2001.

CARDOSO, Andréa. **Fundamentos da Pesquisa Operacional**. Minas Gerais: Unifal, 2011. 102 p.

CUNHA, Maria Eduarda da. FERREIRA, Silva Pinto. **Abordagens baseadas em grafos para problemas de cortes retangulares bidimensionais.** Tese de Doutorado da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto – Portugal, 2005.

GAMPERT, Gilberto. **Problema de corte bidimensional.** Programa de Pós-Graduação em Computação Aplicada. Instituto de Ciências Exatas e Geociências, UPF, Campus 1 - BR 285 - Passo Fundo (RS) - Brasil , 2014.

GILMORE, P. C.; GOMORY, R. E. **A linear programming approach to the cutting stock problem – part II.** Operations Research, Vol. 11, No. 6, p. 863-888, 1963.

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca L.. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos.** 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 519 p.

HILLIER, Frederick S.; *et al*. **Introdução à Pesquisa Operacional.** 9 ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

HOFFMANN, Fábio Moacir *et al*. **Otimização de padrões de cortes bidimensionais guilhotinados restritos. Espacios,** Caracas, v. 36, n. 9, p.1-10, 2015

KOTLER, P., KELLER, K L. **Administração de marketing.** 14. ed. São Paulo: Pearson Education - Br, 2012.

LIMA. R.C., **Gestão ambiental e responsabilidade socioambiental em empresas de celulose.** Disponível em: http://www.avm.edu.br/docpdf/monografias_publicadas/k216661.pdf – 2011.

LOESCH, Cláudio; HEIN, Nelson. **Pesquisa Operacional:** Fundamentos e modelos. São Paulo: Saraiva, 2009.

MARINS, Fernando Augusto Silva. **Introdução à Pesquisa Operacional**. Sao Paulo/SP: Cultura Acadêmica, 2011. 176 p.

MORABITO, Reinaldo; PUREZA, Vitória. **Geração de padrões de cortes bidimensionais guilhotinados restritos via programação dinâmica e busca em grafo.** São Paulo: Cubo, 2006.

ORCHIS, Marcelo A. *et al.* **Impactos da responsabilidade social nos objetivos e estratégias empresariais.** In: Responsabilidade Social da Empresa. São Paulo: Petrópolis, 2002.

SILVA, Medeiros da; *et al* **Pesquisa Operacional.** 3. ed. São Paulo: Atlas, 1998.

SILVA, C. L. *et al.* . **Reflexões sobre o desenvolvimento sustentável: agentes e interações sob a ótica multidisciplinar.** Petrópolis: Vozes, 2005.

SOUZA, Cristian de. **Otimização em problemas de cortes unidimensionais para eletrodutos – uma simulação industrial.** Trabalho de Conclusão de Curso. IFSC - Jaraguá do Sul, 2016.

WAVRZYNCZAK, Hione Cleder. *et al.* **Modelo matemático para cortes de barras de aço no processo de fabricação de triângulos.** HOLOS, Ano 31, Vol. 8, 2015.