

ASTRONOMIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA: A INTERDISCIPLINARIDADE PARA A EFETIVAÇÃO DE UM CURRÍCULO CRÍTICO

Mendelssohn Aguiar de Lima Castro*

Resumo

Os currículos oficiais, a BNCC e o Currículo em Movimento do Distrito Federal, fixam os conteúdos mínimos para assegurar os direitos de aprendizagem na Educação Básica. No Currículo em Movimento, em particular, é estabelecido em seus referenciais teóricos que a Educação deve permear todos os aspectos da vida do estudante, buscando uma educação integral e progressista que supere a visão curricular fragmentada. Os conteúdos de Astronomia estão alocados entre as disciplinas do ensino fundamental de modo multidisciplinar, porém, são escassos na formação escolar e demasiadamente abstratos, exigindo maior interpretação e reflexão, não satisfazendo, portanto, as condições apontadas pelo Currículo em Movimento. Por outro lado, o ensino de Astronomia, quando abordado de modo interdisciplinar, pode proporcionar ferramentas para o ensino de matemática de modo a aprovisionar os requisitos de uma educação progressista concebida pelo Currículo em Movimento. Neste trabalho será apresentada uma proposta de articulação entre Astronomia e Matemática, e os resultados de sua implementação junto a estudantes do ensino fundamental. Entre outros fatores, constatou-se que os alunos participantes foram atraídos pelo tema, mostrando que atividades interdisciplinares como a proposta pode propiciar um ensino mais contextualizado e atrativo ao estudante.

Palavras-Chave: Astronomia. Matemática. Interdisciplinaridade. Currículo em Movimento.

1 INTRODUÇÃO

A Astronomia é uma ciência que sempre esteve na vanguarda do conhecimento e tem ganhado ampla notoriedade no cenário mundial devido às contribuições importantes de ordem prática-tecnológica e aos avanços nas descobertas acerca da gênese do cosmo. Não obstante, os conteúdos de Astronomia presentes na Base Nacional Comum Curricular e outros currículos oficiais encontram-se difundidos entre os componentes curriculares de Ciências, Geografia e Matemática sem haver propriamente um diálogo entre os componentes, e por isso, muitas vezes não conseguem aproveitar o que essa ciência oferece.

* Licenciado em Matemática pela UnB - Universidade de Brasília. Acadêmico do curso de Especialização em Educação em Ciências e Matemática, do Instituto Federal de Santa Catarina – IFSC.

Nesse quesito, o ensino de Matemática pode se valer dos conteúdos de Astronomia aproximando os conceitos pertinentes à vida e à atividade antrópica por meio de um ensino interdisciplinar que leve em conta a realidade do estudante e permita ampliar diferentes referenciais de leitura do mundo e desenvolver vivências diversificadas, a construção de saberes de forma integrada e contextualizada.

Este artigo pretende reconhecer os aspectos dos conteúdos de Astronomia que podem ser úteis para um trabalho junto à disciplina de Matemática, propor relações interdisciplinares entre as disciplinas de Ciências, Astronomia e Matemática, relacionar o ensino de Matemática por meio dos conteúdos de Astronomia a uma concepção crítica da Educação para o ensino fundamental e avaliar essas relações/proposições junto a alunos do Ensino Fundamental – 6º ano.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 ASTRONOMIA E MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA INTERDISCIPLINAR

Desde sempre o homem se ocupou em observar e compreender os fenômenos astronômicos condicionados às suas atividades laborais (tais como as práticas agrícolas, pesqueiras e navegações). Portanto, tal empreendimento teve um lado prático relacionado a sobrevivência da espécie e da própria organização da sociedade, como as marcações de tempos e espaços, no desenvolvimento das civilizações, bem como nos aspectos religiosos em sua fenomenologia.

Assim, a Astronomia, que nasceu como uma ciência *a posteriori*, isto é, descoberta a partir das análises e conceitos extraídos da experiência humana, evoluiu na busca de conceitos objetivos ligados à realidade. A partir de então, pode-se estabelecer modelos e abstrações que levaram a predições de outros fenômenos com graus de acurácia cada vez mais precisos.

Diante dessa conjuntura, a Matemática fez-se precípua aliada para a apreensão, compreensão e solução de problemas e construção de modelos aplicados à realidade social em cada época. Assim, a Astronomia moderna já surge integrada à Matemática e relacionada dialogicamente com as outras áreas do conhecimento.

Essa integração é a abordagem epistemológica da interdisciplinaridade, “um diálogo integrativo entre diferentes disciplinas, entendidas como campos do conhecimento” (GARCIA, 2008, p. 365), o que permite que se faça uma leitura de

mundo, da diversidade, de sentidos e de papéis relacionados às práticas sociais articulando experiências e saberes para uma produção social do conhecimento.

A interdisciplinaridade no contexto educacional brasileiro é descrita na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como uma ação de organizar os componentes curriculares com o objetivo de “assegurar as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da Educação Básica” (BRASIL, 2015, p. 16). Em especial, no que tange à Matemática, o ensino interdisciplinar deve envolver “as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro” (IBIDEM, p. 269).

Por sua vez, o Currículo em Movimento, currículo oficial do Distrito Federal, em seus pressupostos teóricos, referem-se à interdisciplinaridade como um dos princípios nucleares para a efetivação de um currículo integrado. Esses princípios “são centrais nos enfoques teóricos e práticas pedagógicas no tratamento de conteúdos curriculares, em articulação a múltiplos saberes que circulam no espaço social e escolar”, é a “prática da contextualização e do que é significativo”, e é “garantida pela materialidade da prática em suas múltiplas conexões e não via teoria, como exercício abstrato” (DISTRITO FEDERAL, p. 48, 66), favorecendo uma abordagem de temas partindo da integração das áreas do conhecimento visando ultrapassar a fragmentação do conhecimento e do pensamento buscando sentido social e político na produção de saberes significativos.

No caso dos conteúdos de Astronomia, há uma interação permanentemente interdisciplinar com o componente curricular de Matemática. Portanto, no processo de ensino-aprendizagem, essa interação deve ser aproveitada visando superar a fragmentação dos conteúdos e favorecer a compreensão de conceitos complexos e abstratos. Para isso, pode-se dispor de uma transposição didática como ferramenta que efetive a interdisciplinaridade.

2.2 TÓPICOS INTERDISCIPLINARES DE ASTRONOMIA E MATEMÁTICA

A fim de contemplar os conhecimentos essenciais arrazoados na Base Nacional Comum Curricular, BNCC, e garantir aos estudantes do Distrito Federal os mesmos direitos de aprendizagem assegurados a todos os outros estudantes brasileiros, o Currículo em Movimento do Distrito Federal sistematizou os conteúdos de Astronomia em eixos integradores (letramento e ludicidade) e eixos os transversais

(Educação para a Diversidade/cidadania e Educação para a sustentabilidade, e Educação em e para os Direitos Humanos) estruturados dentro da unidade temática – Terra e Universo na área de conhecimento de Ciências da Natureza.

A Matemática, por sua vez, é organizada pela BNCC em “cinco unidades temáticas correlacionadas [números, álgebra, geometria, grandezas e medidas, probabilidade e estatística], que orientam a formulação de habilidades a serem desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização” (BRASIL, 2015, p. 269)

O quadro a seguir mostra possíveis relações entre os conteúdos de Astronomia e os conteúdos de Matemática extraídos da BNCC e do Currículo em Movimento do Distrito Federal, e na sequência apresenta-se alguns exemplos possíveis de articulação junto ao ensino fundamental.

Quadro 1 - Conteúdos de Matemática e de Astronomia Ensino Fundamental anos finais (6º ao 9ºano).

6º ano	
Conteúdos de Astronomia	Conteúdos de Matemática
Movimentos relativos da Terra em torno do Sol	Introdução à Geometria <ul style="list-style-type: none"> • Ponto, reta e plano. • Plano Cartesiano. Figuras planas <ul style="list-style-type: none"> • Conceitos, Representação e Classificação. • Polígonos: classificação quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos. Álgebra <ul style="list-style-type: none"> • Igualdade matemática e sua representação simbólica. • Propriedades da igualdade. Grandezas e medida <ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida para medir distâncias muito grandes ou muito pequenas
Constelações Mapeamento de corpos celestes	
7º ano	
Conteúdos de Astronomia	Conteúdos de Matemática

Composição do ar; Efeito Estufa. Camada de Ozônio; Fenômenos naturais. Placas tectônicas e derivas continentais.	Geometria: <ul style="list-style-type: none"> • Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano • Construção e classificação de ângulos Álgebra: <ul style="list-style-type: none"> • Linguagem algébrica: variável e Incógnita. • Equações polinomiais de 1º grau.
8º ano	
Conteúdos de Astronomia	Conteúdos de Matemática
Fases da Lua e eclipses	Geometria: <ul style="list-style-type: none"> • Área de figuras planas Álgebra: <ul style="list-style-type: none"> • Expressões algébricas • Equações de 2º grau
Características do movimento de rotação e translação da Terra. Sistema Sol, Terra e Lua; Clima.	
9º ano	
Conteúdos de Astronomia	Conteúdos de Matemática
O Sistema Solar e a Via Láctea Ciclo de vida de uma estrela	Números: <ul style="list-style-type: none"> • Números reais Álgebra: <ul style="list-style-type: none"> • Equações de 2º grau
Efeitos da evolução estelar do Sol sobre o nosso planeta. Composição, estrutura e localização do Sistema Solar no Universo	
Diferentes leituras do céu pelos povos e necessidades culturais	

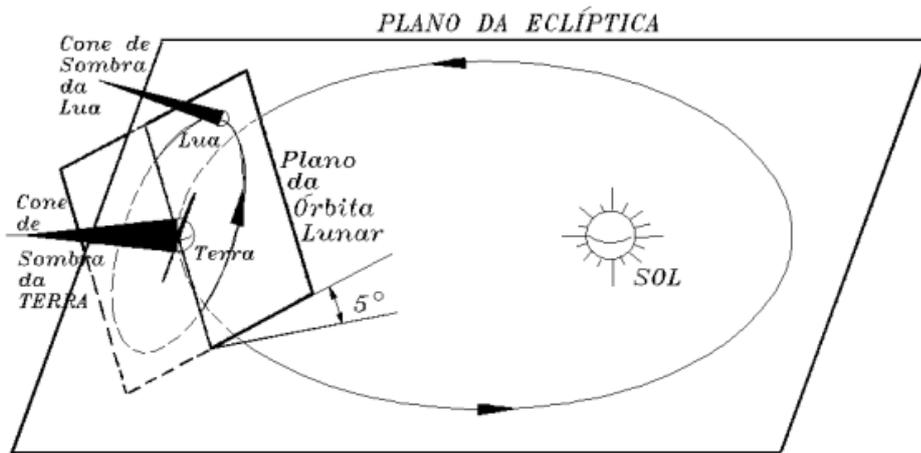
Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

2.2.1 Exemplo 1: conceitos primitivos em geometria plana e os movimentos relativos da Terra e da Lua

O estudo inicial sobre as estrelas, corpos celestes e os movimentos relativos da Terra em torno do Sol pode direcionar a abordagem dos conceitos primitivos da Geometria Plana (ponto e reta e plano) no Ensino Fundamental.

Por exemplo, ao considerar a interseção do plano da eclíptica (plano da órbita da Terra ao redor do Sol) com o plano da órbita lunar, que formam um ângulo de 5° , tem-se dois nodos, que são os pontos em que a Lua passa pela reta formada por essa interseção, e são os pontos que de ocorrência dos eclipses solar e lunar, conforme a Figura abaixo.

Figura 1 - O Plano da Eclíptica com o Plano da Órbita Lunar.



Fonte: Os Eclipses Lunares e Solares. CDA – USP/SC, 2004

Essa análise permite ao estudante identificar os conceitos matemáticos sobre plano, interseção entre dois planos, retas, pontos e ângulos, além de favorecer a compreensão dos eclipses como fenômenos relacionados às posições relativas entre Sol, Terra e Lua.

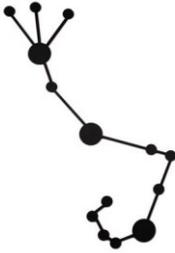
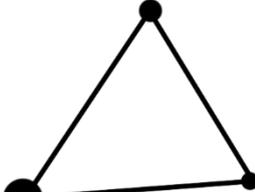
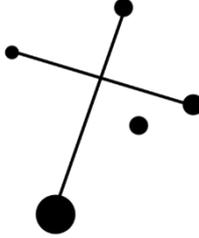
2.2.2 Exemplo 2: linhas poligonais e as constelações celestes

Uma segunda abordagem consiste em trabalhar os conceitos de linhas poligonais, identificadas com várias constelações da abóboda celeste. As linhas poligonais podem ser classificadas quanto aos seus pontos de interseção (simples ou não-simples), e quanto às suas extremidades (abertas e fechadas).

Esse conteúdo relaciona-se às habilidades de compreender e utilizar mapas celestes e conhecer as características das principais constelações como formato, brilho posição etc. Também permitirá ao estudante reconhecer e identificar algumas constelações no céu e associar o movimento das estrelas no céu ao movimento de rotação da Terra.

O estudo das linhas poligonais em Matemática pode ser feito para introduzir as noções a respeito de constelações e suas características (como forma, posição e brilho), de mapeamento de corpos celestes e da percepção dos movimentos relativos de rotação e translação da Terra.

Quadro 2 - Constelações celestes e linhas poligonais.

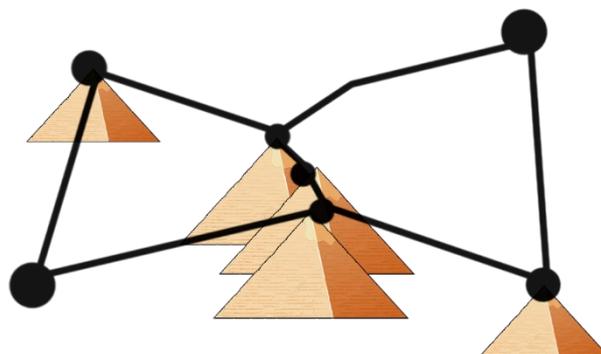
LINHAS POLIGONAIS			
			
Escorpião	Triângulo Austral	Cruzeiro do Sul	Fênix
Não-simples	Simples	Não-simples	Não-simples
Aberta	Fechada	Aberta	Fechada

Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

2.2.3 Exemplo 3: polígonos irregulares e as constelações

Pode-se tratar de constelações como linhas poligonais para desenvolver a noção de segmento e medidas de comprimento. Por exemplo: há uma hipótese que faz uma correlação entre as pirâmides de Gizé e a posição da constelação de Órion. Essa hipótese sustenta que, talvez por motivos religiosos, as pirâmides foram dispostas de modo a combinar com a forma do cinturão de estrelas conforme a imagem abaixo.

Figura 2 – Projeção da constelação de Órion sobre as pirâmides de Gizé.



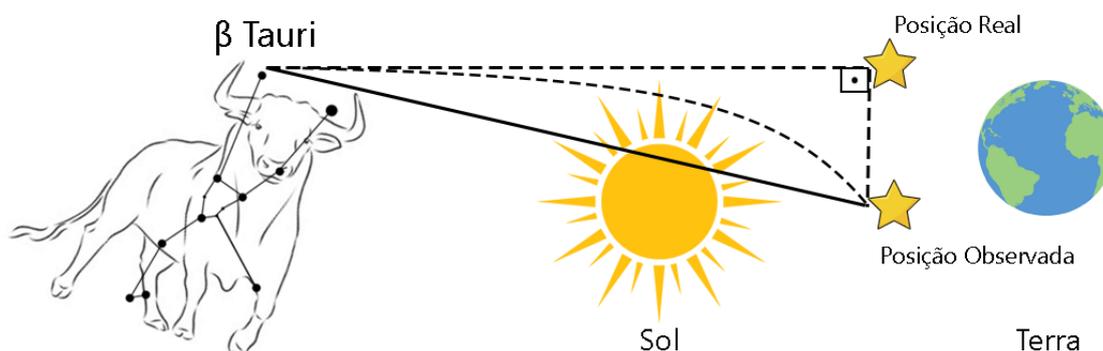
Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

Nesse tipo de problema propõe-se explorar as formas geométricas, como o heptágono irregular que compõem o desenho maior da constelação de Órion, e as duas partes da figura formadas pelo pentágono irregular e pelo hexágono irregular.

2.2.4 Exemplo 4: geometria, álgebra e a Teoria da Relatividade

Por outro lado, também é adequado e interessante introduzir conceitos científicos modernos, como a Teoria da Relatividade Geral, uma teoria geométrica da gravitação proposta por Albert Einstein em 1915. Um dos pressupostos dessa teoria mostra que grandes objetos podem curvar o espaço-tempo a seu redor de modo que até mesmo a luz sofreria um desvio ao passar perto de um corpo pesado. Para comprovar sua teoria, astrônomos observaram estrelas durante um eclipse total do Sol que ocorreu em 1919, que pode ser observado na cidade de Sobral, Ceará, e também na ilha de Príncipe, na costa da África. Durante esse fenômeno, a posição aparente da estrela β – *tauri*, por exemplo, estava deslocada em relação à posição real onde ela deveria aparecer, como ilustra a figura abaixo.

Figura 3 – Desvio da luz devido ao campo gravitacional do sol.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

Nesse contexto, pode-se trabalhar as propriedades do triângulo retângulo, bem como área e perímetro, explorando questões como unidades astronômicas e utilização de potências para expressar grandes números.

Ainda no contexto da Relatividade Geral, é possível abordar fenômenos como a dilatação do tempo, que ocorre quando dois observadores que estão se movendo um em relação ao outro medem um intervalo de tempo entre dois eventos e encontram

resultados diferentes. Em outras palavras, o intervalo de tempo (T) decorrido entre dois eventos é sempre maior quando medido pelo relógio que se move em relação ao local dos eventos do que o tempo (t) medido pelo relógio que está em repouso em relação ao local dos eventos.

Com efeito, a dilatação do tempo pode ser calculada pela expressão:

$$T = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

onde T é o tempo percebido pelo observador em repouso, t é o tempo próprio para o observador que está se movimentando a uma velocidade v . E c é a velocidade da luz no vácuo.

Por exemplo, ao considerar dois observadores A e B, cada um deles medirá o tempo decorrido em um evento. O observador B se encontra dentro de um vagão de trem em movimento, e o observador A se encontra parado na estação de trem. Supondo, por exemplo que o relógio do observador B dentro do vagão registre o tempo do evento em $t = 12s$ (tempo próprio) e que a velocidade do vagão é de **80%** da velocidade da luz (*300 mil km/s*). Neste caso, o tempo deste mesmo evento registrado pelo observador A parado na estação será de $20s$, o que dá uma diferença de $8s$ entre os relógios dos dois observadores, conforme Neto (2012).

Esse exercício pode ser usado como uma ferramenta para introduzir a noção do uso de fórmulas no Ensino Fundamental, porém, focando na habilidade de determinar um elemento desconhecido em uma igualdade matemática envolvendo representação simbólica, como o currículo propõe. As expressões envolvendo fração, potenciação, porcentagem e operações com números racionais na forma decimal também são focos para desenvolvimento neste estudo.

2.2.5 Exemplo 5: Aplicação dos conceitos algébricos no estudo de espectrometria

A proposta para abordar os conceitos algébricos em Astronomia pode ser feita utilizando fenômenos físicos que permitem desenvolver habilidades de descrever a composição, formato e a estrutura dos componentes do Sistema Solar e do universo, e reconhecer que o universo é formado por bilhões de galáxia com diferentes

tamanhos e formatos. Pode-se introduzir as equações para compreender a ideia de variável e resolver problemas que possam ser representados por equação polinomiais.

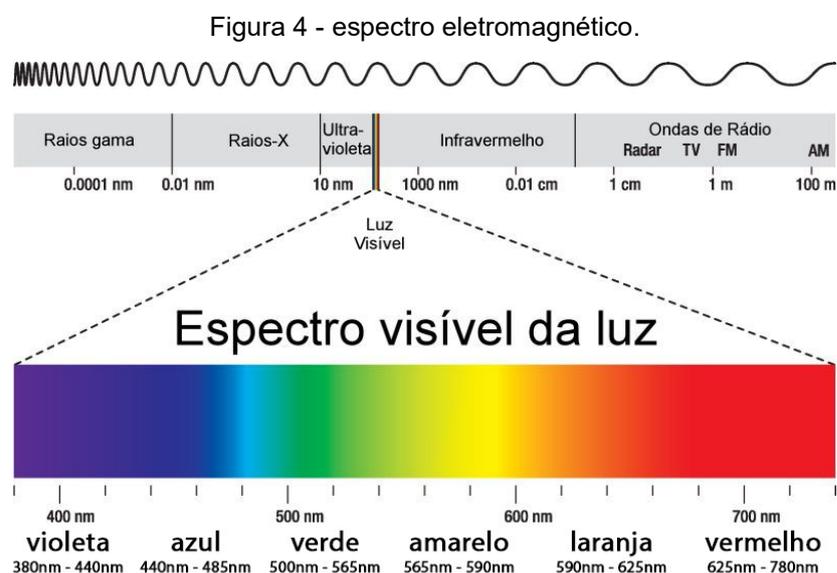
Como exemplo de aplicação, pode-se considerar as transições eletrônicas causadas pela incidência de radiação eletromagnética em átomos de elementos químicos no estado gasoso. Essa incidência faz com que os átomos emitam um conjunto de radiações eletromagnéticas de determinada frequência (característico de cada elemento). Esse conjunto de radiações chama-se espectro de emissão do elemento. Esse fenômeno tornou possível descobrir elementos químicos existentes no Sol, como por exemplo, cálcio, hidrogênio e o hélio - que foi descoberto no espectro solar antes de ser conhecido na Terra (PIROLO, 2010, p. 55).

A figura a seguir apresenta o espectro eletromagnético na região da radiação eletromagnética visível ao olho humano (luz visível), com seus respectivos comprimentos de onda.

No caso de átomos hidrogenoides (átomo de hidrogênio ou íons atômicos com apenas um elétron), a frequência do fóton emitido é dada pela equação racional:

$$\lambda_{n \rightarrow m} = \frac{1}{N^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)}$$

N é o número de prótons no núcleo atômico, m e n são números inteiros positivos correspondentes aos níveis energéticos do átomo, e $R = 1,1 \times 10^7 m^{-1}$ é a constante de Rydberg.



Fonte: THOMAS, 2022, com adaptação.

Nesse modelo, a fluorescência é definida como o fenômeno quântico que ocorre quando um átomo absorve um fóton com comprimento de onda na região do ultravioleta (UV) e emite fótons na região do visível, devido às transições eletrônicas internas ao átomo.

Por exemplo, supondo que um íon He^+ , no estado fundamental, tenha absorvido um fóton com comprimento de onda na UV, o que proporciona uma transição eletrônica entre os níveis eletrônicos $n = 1 \rightarrow m = 4$. Qual seria o espectro do maior comprimento de onda na região visível?

$$\lambda_{n \rightarrow m} = \frac{1}{N^2 R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)} = \frac{1}{4,4 \cdot 10^7 \cdot \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)}$$

Analisando a equação acima, tem-se que o maior comprimento de onda possível ocorre para o menor valor de $\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$. Isso deve ocorrer quando m e n estão mais próximos possíveis. Assim, são obtidas as seguintes possibilidades:

Quadro 3 - Espectro de onda de acordo com os níveis de energia.

$n \rightarrow m$	Comprimento de onda	Espectro
4 → 3	467,5 nm	Visível (cor azul)
3 → 2	163,6 nm	Não visível (ultravioleta)
2 → 1	30,3 nm	Não visível (ultravioleta)

Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

Portanto, o maior espectro visível ocorre quando o elétron realiza uma transição do nível energético 4 para o nível energético 3, emitindo um fóton de comprimento de onda na região do azul.

2.2.6 Exemplo 6: espectroscopia e a idade do Universo

A análise dos espectros também levou o astrônomo, Edwin Hubble, a propor em 1929, que a maioria das galáxias está em recessão, ou seja, distanciando-se umas das outras, corroborando a expansão do universo.

Hubble observou que as linhas espectrais de elementos químicos identificados na luz das galáxias eram recebidas na Terra com frequências diminuídas (deslocadas para o vermelho). Com isso, ele concluiu que há um movimento relativo

de afastamento entre a maioria das galáxias e a Terra (BISCUOLA; BÔAS; DOCAS, 2007, p. 351).

Ao analisar os resultados experimentais, Hubble descobriu que a velocidade relativa de afastamento (v) e a distância até a Terra (d) são proporcionais (quanto mais afastadas da Terra estão as galáxias, mais velozes elas são em relação à Terra). Essa velocidade é calculada de acordo com a expressão: $v = H_0 d$. Onde $H_0 = \frac{71 \text{ km/s}}{\text{Mpc}}$ é a constante de Hubble, isto é, 71 quilômetros por segundo a cada 1 megaparsec (1 parsec corresponde a 3,26 anos-luz). Isso mostrava que o universo se expandia de maneira constante¹ em todas as direções, ou seja, Hubble não propôs um novo modelo geocêntrico, com a Terra no centro do universo, mas sim que todas as galáxias se afastam umas das outras (Ibidem, 2007, p. 350).

Uma importante aplicação da lei de Hubble é a determinação da idade do universo. Por exemplo, o aglomerado de galáxias de Virgem – um enorme grupo de aproximadamente duas mil galáxias, reunidas pela atração gravitacional mútua – está a cerca de 78.000.000 anos-luz da Terra (SOARES, 2009, p.2), isto equivale a $7,37 \times 10^{20} \text{ km}$. Pela lei de Hubble, as galáxias possuem velocidade de afastamento da Terra de $1739,32 \text{ km/s}$ (SOARES, 2009, p.2). Considerando que tudo no universo teve origem no mesmo ponto, pode-se determinar o tempo desse afastamento, para estimar a idade do universo. Sabendo que $t = \frac{d}{v} = \frac{7,37 \times 10^{20}}{1739,32} = 4,2372 \times 10^{17} \text{ s}$, isso equivale a 13,4 bilhões de anos.

Essa abordagem permite ao aluno compreender e resolver situações problema do cotidiano que envolvam coletar, organizar, analisar e comparar dados de pesquisa; fazer operações com números reais; expressar um número real em notação científica e reconhecer grandezas como velocidade, distância e tempo.

2.3 ASTRONOMIA, CULTURA E IDENTIDADE

“A Astronomia é a ciência que se ocupa em estudar os Astros, à luz dos conhecimentos disponíveis” (MACIEL, 1991, p. 5). É uma ciência que “nasceu e cresceu gradativamente para suprir necessidades sociais, econômicas, religiosas e também, obviamente culturais” (BOCZKO, 2022, p.2). Não é de se surpreender que a

¹ Hoje sabe-se que isso é apenas uma aproximação. Estudos mais recentes mostram que o universo se encontra em um movimento de expansão acelerada.

Astronomia está ligada a todos os aspectos da vida, e está ligada a identidade de todos os povos. Cada sociedade vê e interpreta o mundo a partir de sua própria cosmovisão, e isso significa que a Astronomia é o produto de toda a história humana.

Neste contexto o Currículo em Movimento, nos pressupostos teóricos (2014), ressalta que a educação deve extrapolar os muros da escola, para explorar pedagogicamente o próprio território em que está inserido visando ressignificá-lo pelas novas interpretações e pela valorização cultural e étnica, por uma prática que humaniza e acolhe com mais qualidade seus habitantes, a fim de que reconheçam que são parte deste lugar, consolidando seu pertencimento.

A escola é, sobretudo, um ambiente que recebe diferentes sujeitos, com origens diversificadas, histórias, crenças e opiniões distintas, que trazem para dentro do ambiente escolar discursos que colaboram para sua efetivação e transformação. Essa construção de identidades e de significados, por sua vez, é diretamente influenciada pela reestruturação do espaço escolar rumo à aproximação com a comunidade. A escola abre um diálogo profundo com sua comunidade, dando novos significados ao conhecimento, que passa a ficar cada vez mais intimamente ligado à vida das pessoas e aos territórios (DISTRITO FEDERAL, 2014, p. 26).

Por exemplo, a política pública educacional indígena pretende ir além do reconhecimento das diferenças e alcançar a garantia da valorização da identidade étnico-cultural e dos direitos humanos de toda sua população, buscando tratar de modo específico os saberes construídos por esses povos, no decorrer da história do Brasil.

No que tange ao ensino de Astronomia, é importante ressaltar a superação do etnocentrismo e desenvolver uma melhor compreensão “das relações das pessoas umas com as outras, ou com outros povos, ou, ainda, com a realidade que as cerca” (MATSUURA, 2014, p. 93). Mostrar que a Astronomia não é criação única dos babilônios, dos gregos e dos povos ocidentais, mas que cada povo, de cada lugar desenvolveu seu próprio sistema, representando nos céus a sua história, sua cultura e sua identidade.

Esses conceitos podem ser abordados em sala de aula falando-se, por exemplo, das culturas diversas e das formas de proporcionar acesso a elementos culturais de populações, promovidas de acordo com os princípios de desenvolvimento e de paz, procurando entender o que cada cultura representa em seu devido contexto e distinguindo as várias maneiras como “cada povo, antigo ou moderno, percebe e

interpreta os fenômenos celestes observados e os integra ao seu sistema cultural e referencial de observação” (MATSUURA, 2014, p. 91).

2.3.1 Exemplo 7: Tratados de exploração espacial

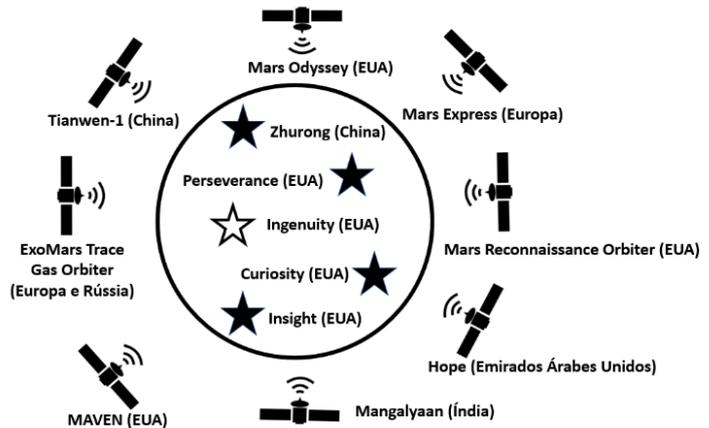
Em 1967, foi promulgado o Tratado sobre Princípios Reguladores das Atividades dos Estados na exploração e Uso do Espaço Cósmico, inclusive a Lua e demais Corpos Celestes, do qual 111 países já fazem parte e o Brasil também é signatário². De acordo com Andrade (2016), o Tratado é fruto deixado pela Corrida Espacial, no contexto da Guerra Fria, e pretende impedir a utilização do espaço exterior como palco para guerra, julgando que a exploração e o uso do espaço cósmico devem efetuar-se para o bem de todos os povos, qualquer que seja o estágio de seu desenvolvimento econômico e científico.

No contexto educacional, por exemplo, a Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica – OBA, traz em seus editais os conteúdos sobre a conquista do espaço, a Corrida Espacial e sobre os trabalhos das agências espaciais (OBA Regulamento, 2022). Por exemplo, a 25ª prova do nível 3 da OBA (prova destinada aos alunos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental), trouxe em seu corpo de questões um enunciado (quadro 2 a seguir) que exigiu do estudante conhecimentos a respeito dos trabalhos simultâneos realizados na exploração do planeta Marte pelas agências espaciais da China, dos Emirados Árabes, dos Estados Unidos, da Europa, da Índia e da Rússia.

² Aprovado pelo Decreto Legislativo nº 41, de 2 de outubro de 1968, ratificado junto aos Governos dos Estados Unidos da América, do Reino Unido da Grã-Bretanha e Irlanda do Norte e da União das Repúblicas Socialistas Soviéticas, disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/1950-1969/D64362.html acesso Novembro de 2022.

Quadro 4 – Questão da 25ª OBA, 2022.

Há 5 veículos robóticos operando atualmente na superfície de Marte, incluindo o jipe-robô americano *Perseverance*, que pousou em Marte em 18 de fevereiro de 2021, levando consigo o pequeno helicóptero *Ingenuity*. Os nomes dos veículos estão dentro do círculo.



Há ainda 8 espaçonaves em órbita do planeta vermelho, incluindo a chinesa *Tianwen-1* e a indiana *Mangalyaan*. Os

nomes das espaçonaves estão ao redor do círculo, que representa Marte.

PRIMEIRO coloque **F**, de falso, ou **V**, de verdadeiro, na frente de cada afirmação abaixo e, **DEPOIS**, assinale a alternativa que contém a sequência correta de F e V.

- 1ª) () A China possui 1 veículo robótico operando na superfície de Marte e 1 espaçonave em sua órbita.
- 2ª) () *ExoMars Trace Gas Orbiter* é uma espaçonave da Europa e Rússia e está em órbita de Marte.
- 3ª) () Os Estados Unidos da América (EUA) é o país com mais veículos robóticos sobre Marte e espaçonaves em órbita de Marte.
- 4ª) () A China e a Índia possuem veículos robóticos na superfície de Marte.
- 5ª) () Os Estados Unidos da América (EUA) possuem 5 espaçonaves operando em órbitas ao redor do planeta vermelho.

Assinale a alternativa que contém a sequência correta de F e V.

- a) () 1ª (V) – 2ª (V) – 3ª (V) – 4ª (F) – 5ª (F) - 1,0 PONTO
- b) () 1ª (V) – 2ª (V) – 3ª (F) – 4ª (F) – 5ª (F) - 0,6 PONTO
- c) () 1ª (F) – 2ª (F) – 3ª (V) – 4ª (F) – 5ª (F) - 0,4 PONTO
- d) () 1ª (V) – 2ª (V) – 3ª (F) – 4ª (V) – 5ª (V) - 0,2 PONTO
- e) () 1ª (F) – 2ª (F) – 3ª (F) – 4ª (V) – 5ª (V) - 0,0 PONTO

Fonte: OBA, 2022.

3 METODOLOGIA

O tipo de pesquisa que orienta este artigo é de natureza aplicada, com abordagem qualitativa e objetivos exploratório e descritivo partindo da coleta de informações obtidas por meio de questionário aplicado em sala de aula.

Segundo (PRODANOV; DE FREITAS, 2013, p.70), a pesquisa qualitativa é aquela que “considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números”. Nessa abordagem, a pesquisa tem o ambiente como fonte direta dos dados. Além disso dados coletados nessas pesquisas são

descritivos, retratando o maior número possível de elementos existentes na realidade estudada.

3.1 A pesquisa

Para atender a essa pesquisa foram realizadas três aulas de Matemática envolvendo assuntos de Astronomia para alunos do 6º ano do ensino fundamental em uma escola pública localizada na região administrativa do Paranoá, DF, envolvendo 87 alunos. Os planejamentos das aulas encontram-se nos apêndices A, B e C.

Após cada aula, uma atividade foi aplicada (apêndice D) explorando os exemplos 2, 3 e 4 dos tópicos descritos na seção 2.2 desse artigo, de acordo com os objetivos e habilidades exigida no currículo.

Em seguida foi aplicado um questionário com dez questões (apêndice E) aos alunos para levantar dados qualitativos a respeito da interdisciplinaridade entre os conteúdos de Matemática e Astronomia.

O questionário foi dividido em dois blocos, e teve por objetivo compreender o efeito do ensino de Astronomia na disciplina de Matemática. O primeiro bloco (questões 1 a 6) pretendeu avaliar, de modo geral, as principais dificuldades no estudo de Matemática e se os conteúdos de Astronomia despertaram interesse por parte dos alunos. No segundo bloco, avaliou-se, de modo específico, se os conteúdos de Astronomia tiveram eficácia em relação aos objetivos de aprendizagem na disciplina de Matemática e de Astronomia (questões 7 a 10).

Quadro 5 - Objetivos gerais e específicos do questionário avaliativo.

QUESTÕES		OBJETIVOS GERAIS
1	Quais são suas maiores dificuldades no estudo de Matemática? Marque de 1 a 4 de acordo com suas maiores dificuldades, ou deixe em branco se não for o caso). () Pré-requisito () Interpretar os enunciados () Relacionar teoria com a prática () Não sei onde vou usar Matemática na vida. Outros:	Conhecer o perfil dos alunos e reconhecer as principais dificuldades de aprendizagem em Matemática.
2	Ao Estudar Astronomia com os conteúdos de Matemática: () Achei que ficou mais fácil de entender	Identificar os efeitos do estudo de Astronomia sobre os conteúdos de Matemática.

	<input type="checkbox"/> Achei que ficou mais interessante de estudar <input type="checkbox"/> Despertou mais meu interesse para Matemática Outros:		
3	Você acha importante o estudo de astronomia nos dias de hoje? Justifique.	Saber se os alunos entenderam, de modo crítico, a importância do estudo Astronomia na modernidade.	
4	Você gostou de estudar Matemática junto com Astronomia? Justifique.	Quantificar o nível de satisfação dos alunos em relação aos estudos de Matemática e Astronomia, e identificar possíveis assuntos para trabalhos futuros.	
5	Gostaria de continuar estudando Astronomia nas aulas de Matemática?		
6	Gostaria de se aprofundar em algum assunto especial?		
		OBJETIVOS	
		MATEMÁTICA	ASTRONOMIA
7	Ao resolver o exercício 1 você conseguiu: <input type="checkbox"/> Entender as características das constelações (como formato, brilho e posição). <input type="checkbox"/> Associar o movimento das estrelas a rotação da Terra. <input type="checkbox"/> Entender os conceitos de linhas poligonais. <input type="checkbox"/> Classificar as linhas poligonais (fechadas, abertas, simples ou não-simples) Teve alguma dificuldade nesse exercício?	Entender o conceito de linhas poligonais e classifica-las.	Verificar se os alunos entenderam os conceitos e características das constelações celestes por meio do estudo das linhas poligonais.
8	Ao resolver o exercício 2 você conseguiu: <input type="checkbox"/> Entender que o tempo não é um conceito absoluto. <input type="checkbox"/> Entender o uso de fórmula para calcular uma quantidade. <input type="checkbox"/> Resolver uma expressão numérica envolvendo potências, raízes, frações, números decimais e porcentagem. Teve alguma dificuldade nesse exercício?	Formar expressões numéricas a partir de uma fórmula. Resolver expressões numéricas que envolvem frações, raízes, números decimais e porcentagem.	Reconhecer que o tempo é um conceito relativo. Associar a passagem do tempo à velocidade.
9	Ao resolver o exercício 3 você conseguiu: <input type="checkbox"/> Entender que gravidade de um astro pesado pode desviar até mesmo a luz que passa perto dele. <input type="checkbox"/> Identificar um polígono a partir de seus vértices. <input type="checkbox"/> Usar os dados do problema para formar e calcular a expressão numérica (lado, perímetro e área do triângulo) <input type="checkbox"/> Entender que até a luz pode sofrer um desvio ao passar perto de um corpo pesado Teve alguma dificuldade nesse exercício?	Reconhecer e classificar polígonos pelo número de vértices. Usar dados de um problema para resolver expressões numéricas que envolvam a compreensão dos conceitos de área e perímetro.	Entender o efeito da gravidade como um fenômeno responsável pela atração de corpos. Entender que a gravidade é resultado de uma curvatura do espaço, e como consequência, a gravidade de um corpo pesado pode desviar um feixe de luz de uma estrela que passa perto desse corpo.

10	Escreva sobre quaisquer considerações que você queira comentar.	Avaliar as demais considerações feitas pelos alunos que possam ser relevantes para esta pesquisa.
----	---	---

Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Perfil dos alunos

Os 87 alunos participantes são estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola localizada na região administrativa do Paranoá – DF, periferia destinada (desde sua fundação) a um perfil populacional de baixa renda e, portanto, marcada pela desigualdade socioespacial e econômica (SANTOS, 2020, p. 101). E por diversos motivos, especialmente em contexto pandêmico, os alunos apresentam grande defasagem de aprendizagem.

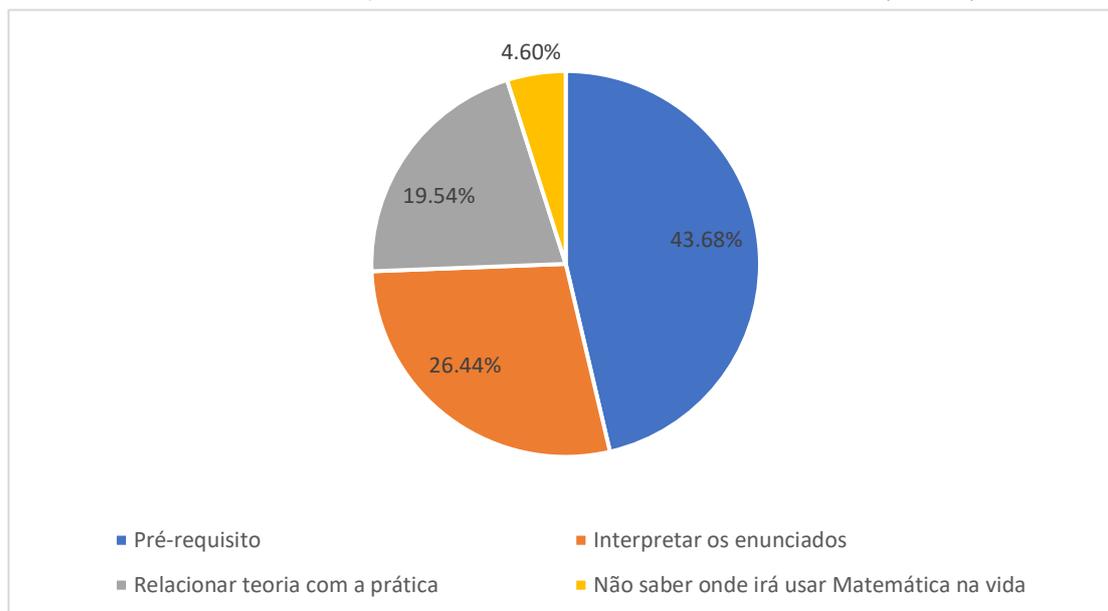
Por exemplo, em uma avaliação diagnóstica realizada em março de 2022 pela Subsecretaria de Planejamento, Acompanhamento e Avaliação – SUPLAV – da Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal, contatou-se as seguintes fragilidades para as cinco turmas que envolvem os 87 alunos entrevistados: apenas 9% sabia identificar uma fração equivalente, 2,6% podia ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal e 28% conseguia calcular porcentagens (ou relacionar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro).

4.2 resultados sobre interesse gerado pelo estudo de Astronomia e Matemática

Na primeira questão, os alunos ponderaram sobre suas maiores dificuldades a respeito do estudo de Matemática. Eles classificaram seus níveis de dificuldade de 1 a 4. A seção “outros” representa os itens deixados em branco (quando não representa uma dificuldade) e demais dificuldades escritas pelos alunos.

O gráfico a seguir indica os itens classificados pelos alunos como nível 1, isto é, os pontos que representam a causa maior de dificuldade para o estudo de Matemática.

Gráfico 1 - Principais dificuldades no estudo de Matemática (nível 1).



O quadro abaixo lista as demais dificuldades dos alunos ponderadas por nível, conforme as respostas.

Quadro 6 - Tipos de dificuldades classificadas por nível.

NÍVEL DE DIFICULDADE \ TIPO DE DIFICULDADE	NÍVEL DE DIFICULDADE			
	1	2	3	4
Pré-requisito	43,68%	22,99%	18,39%	6,9%
Interpretar os enunciados	26,44%	26,44%	22,99%	1,15%
Relacionar teoria com a prática	19,54%	27,59%	20,69%	9,2%
Não saber onde irá usar Matemática na vida	4,6%	5,75%	5,75%	26,44%
OUTROS	Sabe calcular, mas não tem certeza do resultado; Dificuldade de entender a explicação do professor; Dificuldade de memorizar; Preguiça, desconcentração e falta de atenção; Aprende devagar;			

Como mostra o resultado da avaliação diagnóstica, mais de 40% dos alunos declararam que sua maior dificuldade em matemática está relacionada aos pré-requisitos e a segunda maior consiste na interpretação de enunciados.

A questão 2 pretendeu investigar se o estudo de Astronomia sobre os conteúdos de Matemática pôde gerar resultados positivos na questão de aprendizagem e interesse. As respostas estão no quadro abaixo.

Quadro 7 - Efeitos do estudo de Astronomia em Matemática.

Ao Estudar Astronomia com os conteúdos de Matemática:	
Achei que ficou mais fácil de entender	68,97%
Achei que ficou mais interessante de estudar	64,37%
Despertou mais meu interesse para Matemática	58,62%
OUTRAS RESPOSTAS	- Achou o conteúdo confuso. - Não conseguiu entender. - Prefere a Matemática sem Astronomia.

A questões 3 teve o objetivo de avaliar se o aluno reconhece a importância da Astronomia nos dias de hoje. A relevância desta pergunta consiste em averiguar se o aluno adquiriu um entendimento crítico a respeito da Astronomia/Matemática conforme o objetivo do currículo oficial para a educação integral.

Dos 87 entrevistados, 81 alunos responderam que a Astronomia é importante, 3 alunos responderam que não (pois não terá uso em sua vida) e 3 alunos responderam “mais ou menos”, querendo dizer que parte da Astronomia é importante, outra parte não. Das diversas respostas escritas, a importância da Astronomia, na visão dos alunos, consiste nos seguintes argumentos:

Quadro 8 - Respostas relevantes sobre a importância da Astronomia para os alunos.

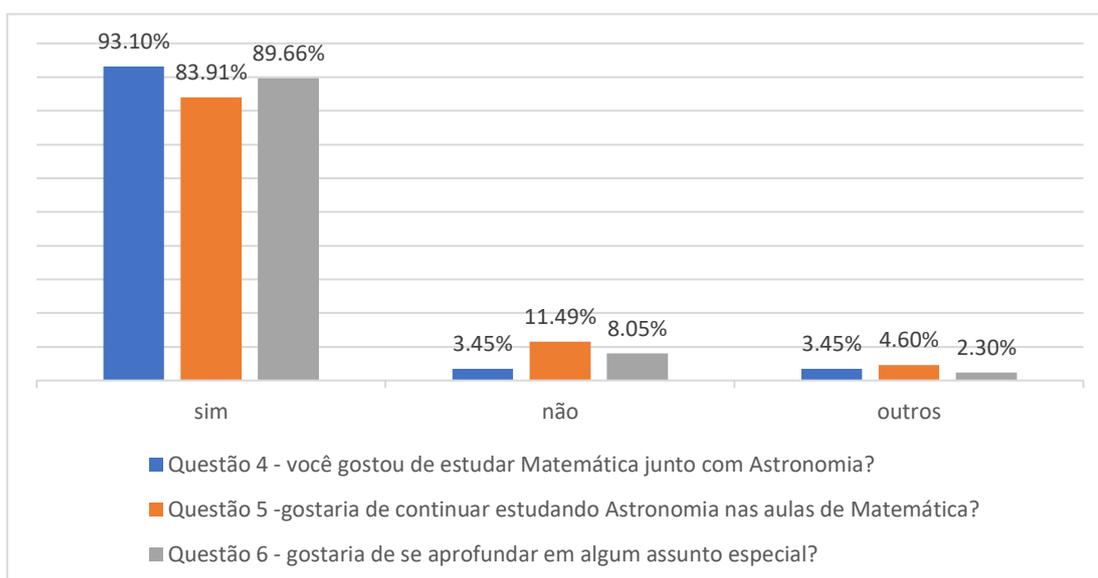
Você acha importante o estudo de astronomia nos dias de hoje?	
Sim. Para a descoberta de planetas habitáveis	Sim, pois ajuda a entender a contagem do tempo
Sim. Para se localizar localização	Sim. O espaço tem muitas coisas e é pouco explorado
Sim. Para aumentar o conhecimento	Sim, pois ela informa de onde a gente veio e para onde a gente vai
Sim. Porque colabora com as aulas de ciências	Sim. Torna a aula interessante
Sim. Para saber o que acontece lá fora	Sim. A Astronomia faz parte da nossa cultura
Sim. Pela tecnologia que produz para a sociedade	Sim. Poder estudar os planetas, estrelas e o espaço
Sim. Com Astronomia posso ser alguém na vida	Sim. Para conhecer o formato da terra.
Sim. Para a contagem dos tempos e estações para plantio e colheita	Sim. Para aumentar o conhecimento
Sim. para saber de onde viemos	Sim, pois faz parte de nossa identidade
Não, pois não vai usarei na vida	Não, pois tem muitas coisas inúteis

Pode-se observar que um dos objetivos estipulados pela BNCC é: “Argumentar sobre a necessidade e viabilidade da sobrevivência humana fora do Planeta Terra considerando as características dos planetas, as distâncias e os tempos envolvidos em viagens interplanetárias e interestelares” (BRASIL, 2015, p. 347). Com isso em mente, considera-se que se cumpriu o requisito desejado pelo currículo as respostas do tipo: “Para a descoberta de planetas habitáveis” e “Para saber o que acontece lá fora”.

É importante notar que alguns alunos conseguiram produzir uma reflexão mais profunda a respeito do significado social do estudo de Astronomia ao reconhecer que ela “informa de onde a gente veio e para onde a gente vai”, “aumenta o conhecimento”, “que posso ser alguém na vida”. Essas afirmações refletem as perspectivas críticas de um aluno que conseguiu situar-se em sua prática social e posicionar-se em uma ótica de transformação, conforme Libâneo, 2001. Outras considerações que julgam a importância do estudo da Astronomia como algo que: “faz parte de nossa cultura” e também que “faz parte de nossa identidade”, trazem um conceito de currículo que equipara a educação às instâncias de identidades culturais e sociais de uma visão pós-crítica do currículo (SILVA, 2006, p.189).

As questões 4, 5 e 6 refletem o contentamento dos alunos em relação ao estudo interdisciplinar da Astronomia junto à matemática. Os dados mostram uma avaliação positiva superior a 90% dos alunos, e mais de 80% deles gostaria de continuar estudando Astronomia em seu currículo, conforme mostra o gráfico abaixo.

Gráfico 2 - Questões sobre a satisfação dos alunos em relação ao estudo de Astronomia e Matemática.



O campo, “outros”, corresponde às respostas em branco e as respostas, “talvez”. Nos quadros abaixo constam algumas considerações relevantes escritas pelos alunos:

Quadro 9 - Respostas relevantes da questão 5.

Você gostou de estudar Matemática junto com Astronomia? Justifique.	
RESPOSTAS POSITIVAS	
É interessante.	Gostei de aprender coisas novas.
Tornou a matemática legal.	Gostei de ver as estrelas.
Despertou o interesse.	Dar um futuro melhor para nosso país.
Achei interessante saber das coisas que a Astronomia trouxe.	Tornou a aula interessante.
RESPOSTAS NEGATIVAS	
Achei confuso. Dificultou mais.	Os dois não combinam muito.
Não gosto porque é difícil.	Não me interessou.

O quadro a seguir pontua alguns assuntos de interesse levantados pelos alunos para estudos futuros, quando questionados se gostariam de se aprofundar em algum conhecimento específico:

Quadro 10 - Respostas da questão 6.

Gostaria de se aprofundar em algum assunto especial?	
Sobre outras dimensões	Planetas
Big Bang	Buracos negros
Planetas	Sistema solar
Velocidade da luz	Tempo
Espaço-tempo	Gravidade
Física Quântica	Espaço sideral
Dobra espacial	Foguetes
Constelações celestes	Relatividade do tempo
Ângulos	Matemática com letras
Não sei ainda	Buraco de minhoca
Nebulosas	Viagem no tempo

A partir disso, percebe-se que há um grande interesse por parte dos alunos de estudar Astronomia, sobretudo a respeito das descobertas mais recentes, que cativam a imaginação e inspiram desejo pelo conhecimento, revelando-se um campo fértil para o estudo de interdisciplinar em Ciências e Matemática.

4.3 Avaliação das atividades propostas

A primeira atividade consiste no desenvolvimento dos conteúdos sobre linhas poligonais, trabalhada de forma interdisciplinar com o conteúdo de constelações e mapas celestes. Nos quadros abaixo constam o aproveitamento dos conteúdos em relação às habilidades exigidas pelo currículo e as principais dificuldades.

Quadro 11 - Resultados da Atividade 1.

Habilidades pretendidas	Aproveitamento
Entender as características das constelações (como formato, brilho e posição).	67,82%
Associar o movimento das estrelas a rotação da Terra.	58,62%
Entender os conceitos de linhas poligonais.	62,07%
Classificar as linhas poligonais (fechadas, abertas, simples ou não-simples)	68,97%

Quadro 12 - Principais dificuldades listadas.

Não consigo entender o enunciado.	Tenho dificuldade em reconhecer uma constelação.
Não consigo fazer sozinho.	Demoro a entender as coisas.

A segunda atividade descreve conceitos modernos como a velocidade da luz e seus efeitos como a dilatação do tempo. Esse conteúdo foi relacionado a expressões numéricas com o uso de fórmulas, adaptadas para se falar sobre incógnitas. O problema consiste em extrair dados do enunciado para formar e resolver a expressão numérica e interpretar seu resultado. No quadro abaixo consta o aproveitamento dos conteúdos em relação às habilidades exigidas pelo currículo.

Quadro 13 - Resultados da Atividade 2.

Habilidades pretendidas	Aproveitamento
Entender que o tempo não é um conceito absoluto.	83,91%
Entender o uso de fórmula para calcular uma quantidade.	41,38%
Resolver uma expressão numérica envolvendo potências, raízes, frações, números decimais e porcentagem.	50,57%

Quadro 14 - Principais dificuldades listadas.

Não lembrei como fazer	Consigo começar, mas não consigo terminar
Não tenho pré-requisito	Só consigo fazer com ajuda
Se alguém começar, eu consigo terminar	Não consigo explicar minha dificuldade

Não consigo calcular 80% de c	Entender os cálculos
Não lembrei das expressões numéricas	Não entendo raiz quadrada
Dificuldade com letras na Matemática	

A figura a seguir mostra uma resolução da atividade por parte de um dos estudantes. Em geral, as respostas foram parecidas, indicando que houve uma assimilação do conteúdo pela maioria dos alunos.

Figura 5 – Solução de um estudante da atividade 2.

Calcule o tempo deste mesmo evento registrado pelo observador A, parado na estação

$$V = 80\% \text{ de } C = 240.000$$

$$\lambda = 12$$

$$C = 300.000$$

$$T = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{12}{\sqrt{1 - \left(\frac{240.000}{300.000}\right)^2}} = \frac{12}{\sqrt{1 - \left(\frac{24}{30}\right)^2}} = \frac{12}{\sqrt{1 - (0,8)^2}} = \frac{12}{\sqrt{1 - 0,64}} = \frac{12}{\sqrt{0,36}} =$$

$$\frac{12}{0,6} = 20 \text{ (D)}$$

A terceira atividade consiste em descrever a gravidade como um fenômeno associado à curvatura do espaço-tempo, explorando conceitos primitivos da geometria (ponto, reta e plano para descrever o espaço), o que exige do estudante reconhecer polígonos e entender os conceitos de perímetro e área, calculados a partir de uma expressão numérica. No quadro abaixo consta o aproveitamento dos conteúdos em relação às habilidades exigidas pelo currículo.

Quadro 15 - Resultados da Atividade 3.

Habilidades pretendidas	Aproveitamento
Entender que gravidade de um astro pesado pode desviar até mesmo a luz que passa perto dele.	80,46%
Identificar um polígono a partir de seus vértices.	56,32%
Usar os dados do problema para formar e calcular a expressão numérica (lado, perímetro e área do triângulo)	50,57%

Quadro 16 - Principais dificuldades listadas.

Não entendi o que é o Perímetro.	Não aprendi raiz quadrada.
Não consegui entender o contexto.	Não soube usar os dados do problema.
Esqueci como fazer.	Não consegui identificar os polígonos.
Preciso de ajuda em algumas partes.	

As figuras a seguir mostram algumas soluções das atividades propostas.

Figura 6 – Solução de um estudante da atividade 3-a e 3-b.

a) Por que a estrela foi observada em uma posição diferente de sua posição real?

Porque, objetos quando, como a luz curvam a espaço, fazendo com que a luz da estrela desvie.

b) Qual é o polígono formado pelos vértices da β Tauri, a posições real e a posição observada?

um triângulo retângulo

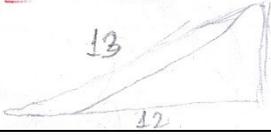
Figura 7 – Solução de um estudante da atividade 3-c

c) Sabendo que a distância da Terra a β Tauri é de 12 unidades de distância, e que a distância entre a estrela aparente e a real é de 5 unidades, use o teorema de Pitágoras ($a = \sqrt{b^2 + c^2}$) para calcular a distância entre a posição observada e a estrela β Tauri.

($a = \sqrt{12^2 + 5^2}$)
 $\sqrt{144 + 25}$
 $\sqrt{169} = 13$

d) Calcule a área e o perímetro desse polígono.

Área = $\frac{12 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = 30$
Perímetro = $13 + 12 + 5 = 30$



Talvez a atividade 2 fosse a questão com maior grau de dificuldade, tendo em vista que a maior fragilidade dos alunos, em termos de conteúdo, encontra-se nos pré-requisitos. Essa atividade envolveu uma expressão numérica com muitas operações (frações, potência, raiz quadrada, divisão e subtração). Por causa dos pré-requisitos, as questões de expressões numéricas que envolvem algo além das quatro operações foram mais desafiadoras para o ensino.

Entretanto, tomando intervenções adequadas, como ampliação do tempo para fazer as atividades e o devido acompanhamento das necessidades individuais, foi possível melhorar os números de aproveitamento (por exemplo, a habilidade de “entender o uso de fórmula para calcular uma quantidade” que teve inicialmente apenas 41,38% de aproveitamento, ao término das aulas todos os estudantes conseguiram concluir).

4.4 Considerações Gerais

O quadro abaixo mostra algumas considerações gerais feitas pelos alunos ao fim de todas as aulas e atividades. Como observado, os resultados a respeito da proposta foram positivos e ilustram a eficácia de um ensino interdisciplinar.

Quadro 17 - Considerações gerais dos estudantes a respeito do estudo interdisciplinar de Astronomia e Matemática.

As aulas foram interessantes por causa da Astronomia.	Gostei do conteúdo.
Quando o professor me ajudou a entender, a aula ficou mais legal.	A aula ficou boa depois que relembramos tudo.
A cada aula fico mais esperto.	A aula é boa quando tem Astronomia.
Amo ver a lua e as estrelas, por isso amo Astronomia e Matemática.	Adorei o aplicativo: <i>Stellarium</i> .
Essa foi uma das matérias que eu super adorei com a Matemática.	Me interessei muito pela matemática.
Prendeu a atenção até de quem odeia matemática.	A explicação do professor ajudou.
A relação do professor com os alunos ajudou.	As aulas foram diferentes.
Gostei mais das raízes.	Quero aprender mais e mais.

5 CONCLUSÃO

A proposta do ensino dos conteúdos de Astronomia na BNCC, e no Currículo em Movimento, com uma abordagem epistemológica interdisciplinar no ensino de Matemática fornece uma ferramenta eficaz para mediar o trabalho do professor a fim de fazer suas intervenções na aprendizagem do aluno.

Este artigo pretendeu reconhecer os aspectos dos conteúdos de Astronomia que podem ser úteis para um trabalho junto às disciplinas de Matemática e Ciências com o objetivo de propor relações interdisciplinares e relacionar esses conteúdos a uma concepção crítica da Educação.

Essas propostas foram avaliadas junto a estudantes do Ensino Fundamental – 6º ano, explorando tópicos selecionados dos conteúdos de Astronomia para trabalhar expressões numéricas, geometria e introdução aos conceitos algébricos, conforme conteúdos e habilidades exigidas nos currículos formais.

Com base nessa pesquisa, percebe-se que a interdisciplinaridade pode firmar espaço para uma abordagem dialógica que leva em conta a contextualização e a problematização que surgem de acordo com os interesses dos próprios estudantes, criando oportunidades para a efetivação de um currículo integrado que abre a porta para o educando na direção da consciência crítica.

Os dados mostraram que os conteúdos de Astronomia fizeram aumentar o interesse pela Matemática e permitiu aos estudantes contextualizar e compreender os assuntos abordados dentro de sua prática social, pela instrumentalização por meio do conhecimento, para projetarem em si mesmos a materialização de sua catarse no processo educativo.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Jonathan Percivalle de et al. Tratado do espaço de 1967: legado e desafios para o direito espacial. 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2015.

BISCUOLA, Gualter; BÔAS, Newton Villas; DOCA, Ricardo Helou. **Tópicos de Física: eletricidade, física moderna, análise dimensional**. Volume 3. São Paulo: Editora Saraiva S.A., 2007.

BOCZKO, Roberto. **Conceitos de Astronomia**. 2ª edição. São Paulo: IAG - Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas, 2022.

CESPE/UNB. Ministério da Justiça, Departamento de Polícia Federal. Concurso Público. Cargo: Policial Federal Papiloscopista, 2012.

DISTRITO FEDERAL. Secretaria de Estado de Educação. **Currículo em Movimento da Educação Básica: Pressupostos Teóricos**. Brasília, 2014, disponível em <http://www.educacao.df.gov.br/wp-conteudo/uploads/2018/02/CM-pressupostos-teoricos-214x300.jpg>, acesso em dezembro de 2022.

GARCIA, Joe. **A interdisciplinaridade segundo os PCNs**. Revista de Educação Pública, v. 17, n. 35, p. 363-378, 2008.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública**. Edições Loyola, 2001.

MACIEL, W.J. (editor). **Astronomia e Astrofísica**. São Paulo: IAG/USP, 1991

MATSUURA, Oscar T. et al. **História da Astronomia no Brasil**. vol. I, 2014.

NETO, Renato Brito Bastos. **Física Moderna para Vestibulandos**. 7ª edição. Fortaleza: Editora Vestseller, 2012.

OBA – OLIMPÍADA BRASILEIRA DE ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA. 25ª Prova do Nível 3. Disponível em: <http://www.oba.org.br/site/?p=conteudo&idcat=9&pag=conteudo&m=s> Acesso em novembro de 2022.

OBA – OLIMPÍADA BRASILEIRA DE ASTRONOMIA E ASTRONÁUTICA. Regulamento da 25ª OBA, 2022. Disponível em: <http://www.oba.org.br/site/?p=conteudo&idcat=6&pag=conteudo&m=s> Acesso em novembro de 2022.

SANTOS, Ana Clara Bolzon. **A territorialização da violência escolar: um olhar geográfico na Região Administrativa do Paranoá**. 2020.

SOARES, Domingos. **O efeito Hubble**. Departamento de Física, ICEx, UFMG, 2009.

Os Eclipses Lunares e Solares. Centro de Divulgação de Astronomia, CDA – USP/SC, 2004. Disponível em <http://200.144.244.96/cda/aprendendo-basico/eclipses-solares-lunares/eclipses-solares-lunares.htm>. Acesso em outubro de 2022.

PIROLO, Marcelo et al. **A contribuição de Robert Wilhelm Bunsen e Gustav Robert Kirchhoff para a espectroscopia do século XIX.** 2010.

PRODANOV, Cleber Cristiano; DE FREITAS, Ernani Cesar. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição.** Editora Feevale, 2013.

SILVA, Tomaz Tadeu. **Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo.** Autêntica, 2016.

THOMAS, Carvalho. **Espectro eletromagnético.** Infoescola: navegando e aprendendo, [s.d.]. Disponível em: <https://www.infoescola.com/fisica/espectro-eletromagnetico/> acessado em outubro de 2022.

APENDICE A – PLANEJAMENTO DE AULA 1: LINHAS POLIGONAIS E CONSTELAÇÕES

PLANO DE AULA 1		
Disciplina: Matemática	Ano/série: 6º ano	
Professor: Mendelssohn A. de L. Castro	Turmas: A, B, C, D, E	
PERÍODO:	3º Bimestre	
<p>Justificativa: <i>Por que trabalhar estes temas -disciplina/conteúdos/objetivos?</i></p> <p>Os conteúdos abordados fazem parte do planejamento contido nos documentos oficiais (BNCC e Currículo em Movimento). Além, disso, os conteúdos/habilidades selecionados fazem parte da Organização Curricular para o Ensino Fundamental, 3º ciclo – anos finais, disponibilizado pela Subsecretaria de Educação Básica do Distrito Federal, SUBEB, após avaliação diagnóstica de larga escala, onde constatou-se a necessidade de subsidiar as proposições educacionais que serão desenvolvidas no ano letivo de 2022, visando priorizar os objetivos de aprendizagens subsunçores presentes no Currículo em Movimento do Distrito Federal</p>		
Disciplina	Conteúdo/tema	Objetivos/Habilidades
MATEMÁTICA	- Linhas Poligonais - Figuras geométricas.	- Reconhecer e classificar as linhas poligonais. - Reconhecer e classificar figuras planas.
ASTRONOMIA	- Constelações e mapas celestes.	- Identificar algumas constelações no céu, com o apoio de recursos (como mapas celestes e com o aplicativo Stellarium). - Reconhecer características das constelações como suas linhas poligonais, as estrelas α e β , bem como sua representação cultural em várias civilizações. - Associar o movimento diário do Sol e das demais estrelas no céu ao movimento de rotação da Terra.
<p>Metodologia:</p> <p>Introduzir o conceito de linhas poligonais de modo interdisciplinar ao estudo das constelações celestes. Utilizar o aplicativo <i>Stellarium</i> no projetor, mostrando as principais características das constelações e do seu movimento relativo à Terra. Aplicar exercícios para verificação das aprendizagens. Trazer conceitos sobre Astronomia e as diversas culturas do mundo.</p>		
<p>Recursos</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Quadro branco e pincéis; 2. TV; 3. Computador com o software <i>Stellarium</i>; 4. Cópias da atividade de aplicação; 		
<p>Bibliografia:</p> <p>GAY, Mara Regina Garcia (edit.); SILVA, Willian Raphael (edit.). Araribá Mais Matemática 6º ano. 1ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 2018, pp., 134-144, 216-217.</p>		

APENDICE B – PLANEJAMENTO DE AULA 2: TEORIA DA RELATIVIDADE

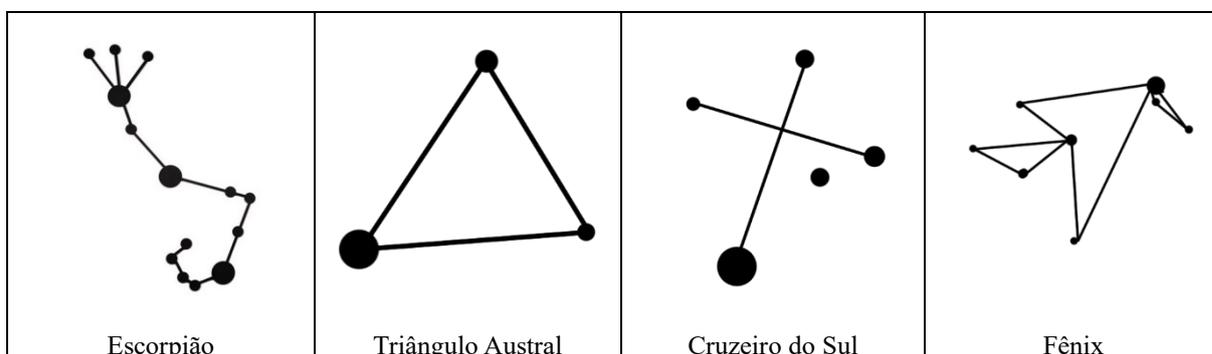
PLANO DE AULA 2		
Disciplina: Matemática	Ano/série: 6º ano	
Professor: Mendelssohn A. de L. Castro	Turmas: A, B, C, D, E	
Período		3º Bimestre
<p>Justificativa: <i>Por que trabalhar estes temas -disciplina/conteúdos/objetivos?</i></p> <p>Os conteúdos abordados fazem parte do planejamento contido nos documentos oficiais (BNCC e Currículo em Movimento). Além, disso, os conteúdos/habilidades selecionados fazem parte da Organização Curricular para o Ensino Fundamental, 3º ciclo – anos finais, disponibilizado pela Subsecretaria de Educação Básica do Distrito Federal, SUBEB, após avaliação diagnóstica de larga escala, onde constatou-se a necessidade de subsidiar as proposições educacionais que serão desenvolvidas no ano letivo de 2022, visando priorizar os objetivos de aprendizagens subsunções presentes no Currículo em Movimento do Distrito Federal</p>		
Disciplina	Conteúdo/tema	Objetivos/Habilidades
MATEMÁTICA	<ul style="list-style-type: none"> - Expressões numéricas envolvendo potência, frações e raízes. - Polígonos: classificação quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos. - Linguagem algébrica: variável e Incógnita. 	<ul style="list-style-type: none"> - Classificar triângulos quanto às medidas dos lados e dos ângulos. - Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas. - Calcular área e perímetro a partir de uma expressão numérica. - Reconhecer que a Via Láctea é formada por um conjunto de corpos celestes. - Compreender as fases da Lua e eclipses e relacionar esses fenômenos às posições relativas entre Sol, Terra e Lua. - Compreender aspectos do campo gravitacional de acordo com a Teoria da Relatividade Geral. - Compreender que um corpo pesado é capaz de desviar um feixe de luz produzido por uma estrela.
ASTRONOMIA	<ul style="list-style-type: none"> - Mapeamento de corpos celestes - Instrumentos ópticos para observação dos astros. - O Sistema Solar e a Via Láctea. - Fases da Lua e Eclipses. 	
<p>Metodologia:</p> <p>Introduzir o conceito de gravidade em relação ao espaço-tempo. Mostrar que a Teoria da relatividade foi comprovada durante a observação de algumas estrelas durante um eclipse. Apresentar o vídeo: “Espaçonave Terra – TV Escola” para ilustrar o fenômeno. Aplicar atividades que envolvam o reconhecimento de figuras poligonais e o cálculo de área e perímetro a partir da formulação de expressões numéricas.</p>		
<p>Recursos</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Quadro branco e pincéis; 2. TV; 3. Cópias da atividade de aplicação; 		
<p>Bibliografia:</p> <p>Vídeo: Espaçonave Terra - TV Escola (Documentário Completo): https://www.youtube.com/watch?v=iXzqbmohRNI&ab_channel=Series (4:26:06 a 4:33:23)</p>		

APENDICE C – PLANEJAMENTO DE AULA 3: CÁLCULO DE DILATAÇÃO DO TEMPO

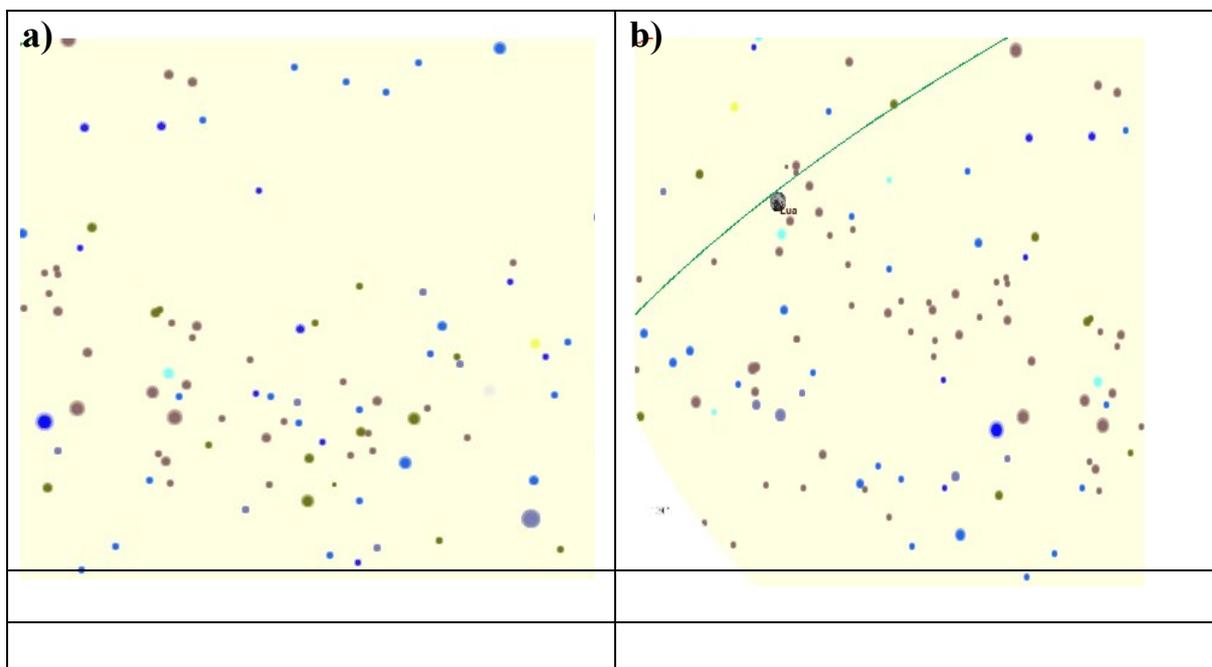
PLANO DE AULA 3		
Disciplina: Matemática	Ano/série: 6º ano	
Professor: Mendelssohn A. de L. Castro	Turmas: A, B, C, D, E	
Período:	3º Bimestre	
<p>Justificativa: <i>Por que trabalhar estes temas -disciplina/conteúdos/objetivos?</i></p> <p>Os conteúdos abordados fazem parte do planejamento contido nos documentos oficiais (BNCC e Currículo em Movimento). Além, disso, os conteúdos/habilidades selecionados fazem parte da Organização Curricular para o Ensino Fundamental, 3º ciclo – anos finais, disponibilizado pela Subsecretaria de Educação Básica do Distrito Federal, SUBEB, após avaliação diagnóstica de larga escala, onde constatou-se a necessidade de subsidiar as proposições educacionais que serão desenvolvidas no ano letivo de 2022, visando priorizar os objetivos de aprendizagens subsunçores presentes no Currículo em Movimento do Distrito Federal</p>		
Disciplina	Conteúdo/tema	Objetivos/Habilidades
MATEMÁTICA	<ul style="list-style-type: none"> - Expressões numéricas envolvendo potência, frações e raízes e porcentagem. - Linguagem algébrica: variável e Incógnita. 	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas. - Calcular expressões numéricas que envolvam potenciação, frações e raiz quadrada e porcentagem a partir da fórmula da dilatação do tempo.
ASTRONOMIA	<ul style="list-style-type: none"> - Velocidade da luz. - Velocidade e tempo relativo. - Dilatação do tempo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender que o tempo não é um conceito absoluto como se pensava antes da Teoria da Relatividade Geral, mas é relativo a velocidade do observador.
<p>Metodologia:</p> <p>Introduzir o conceito tempo relativo e velocidade da luz de acordo com a Teoria da Relatividade. Para ilustrar a situação, apresentar o vídeo: “João Justo Pires – Velocidade da luz e a dimensão do tempo”. Propor uma atividade de uma situação problema que envolva o fenômeno de dilatação do tempo.</p>		
<p>Recursos</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Quadro branco e pincéis; 2. TV; 3. Cópias da atividade de aplicação; 		
<p>Bibliografia:</p> <p>GAY, Mara Regina Garcia (edit.); SILVA, Willian Raphael (edit.). Araribá Mais Matemática 6º ano. 1ª edição. São Paulo: Editora Moderna, 2018, pp., 134-144, 216-217. Vídeo: João Justo Pires. Shorts: https://youtu.be/2ITQWqLXJil</p>		

APENDICE D – ATIVIDADES DE APLICAÇÃO

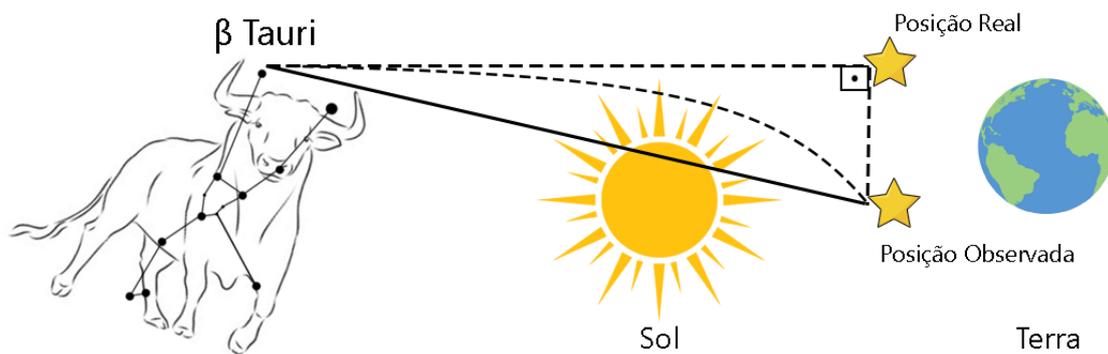
1) As constelações são regiões da abóbada celeste onde as estrelas são ligadas por linhas poligonais imaginárias que formam figuras.



- a) Marque no desenho acima quais são as estrelas alfa (α) e beta (β) em cada constelação.
- b) Classifique as linhas poligonais em cada constelação como **abertas/fechadas** e **simples/não-simples**
- c) Na figura abaixo temos um recorte de um mapa celeste. Crie sua própria constelação nas regiões abaixo, marque as estrelas α e β e classifique as linhas poligonais que você desenhou.



- 2) A teoria da relatividade geral é uma teoria geométrica da gravitação proposta por Albert Einstein em 1915. Essa teoria mostra que grandes objetos podem curvar o espaço-tempo a seu redor de modo que até mesmo a luz sofreria um desvio ao passar perto de um corpo pesado. Para comprovar sua teoria, astrônomos observaram estrelas durante um eclipse total do Sol que ocorreu em 1919, que pode ser observado na cidade de Sobral, Ceará, e também na ilha de Príncipe, na costa da África. Durante esse fenômeno, a posição aparente da estrela $\beta - tauri$, por exemplo, estava deslocada em relação à posição real onde ela deveria aparecer (como ilustra a figura abaixo).



- a) Por que a estrela foi observada em uma posição diferente de sua posição real?
- b) Qual é o polígono formado pelos vértices da $\beta Tauri$, a posições real e a posição observada?
-
- c) Sabendo que a distância da Terra a $\beta Tauri$ é de 12 unidades de distância, e que a distância entre a estrela aparente e a real é de 5 unidades, use o teorema de Pitágoras ($a = \sqrt{b^2 + c^2}$) para calcular a distância entre a posição observada e a estrela $\beta Tauri$.
- d) Calcule a área e o perímetro desse polígono.

3) Na Teoria da Relatividade de Einstein, a dilatação do tempo é o fenômeno que ocorre quando dois observadores que estão se movendo um em relação ao outro medem um intervalo de tempo entre dois eventos e encontram resultados diferentes. Em outras palavras, o intervalo de tempo (T) decorrido entre dois eventos é sempre maior quando medido pelo relógio que se move em relação ao local dos eventos do que o tempo (t) medido pelo relógio que está em repouso em relação ao local dos eventos.

Com efeito, a dilatação do tempo pode ser calculada pela expressão:

$$T = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

onde T é o tempo percebido pelo observador em repouso, t é o tempo próprio para o observador que está se movimentando a uma velocidade v . E c é a velocidade da luz no vácuo.

Por exemplo, ao considerar dois observadores A e B , cada um deles medirá o tempo decorrido em um evento. O observador B se encontra dentro de um vagão de trem em movimento, e o observador A se encontra parado na estação de trem.

Supondo, por exemplo que o relógio do observador **B** dentro do vagão registre o tempo do evento em $t = 12s$ (tempo próprio) e que a velocidade do vagão é de **80%** da velocidade da luz (**300 mil km/s**).

Neste caso, qual é o tempo deste mesmo evento registrado pelo observador A, parado na estação?

APENDICE E – QUESTIONÁRIO DE AUTOAVALIAÇÃO

CONCEITOS GERAIS	
<p>1) Quais são suas maiores dificuldades no estudo de Matemática? Marque de 1 a 4 de acordo com suas maiores dificuldades, ou deixe em branco se não for o caso).</p> <p>() Pré-requisito</p> <p>() Interpretar os enunciados</p> <p>() Relacionar teoria com a prática</p> <p>() Não sei onde vou usar Matemática na vida.</p> <p>Outro:</p>	<p>2) Ao Estudar Astronomia com os conteúdos de Matemática:</p> <p>() Achei que ficou mais fácil de entender</p> <p>() Achei que ficou mais interessante de estudar</p> <p>() Despertou meu interesse para Matemática</p> <p>Outro:</p>
<p>3) Você acha importante o estudo de Astronomia nos dias de hoje? Justifique.</p>	<p>4) Você gostou de estudar Matemática junto com Astronomia? Justifique.</p>
<p>5) Gostaria de continuar estudando Astronomia nas aulas de Matemática?</p>	<p>6) Gostaria de se aprofundar em algum assunto especial?</p>
SOBRE AS ATIVIDADES	
<p>7) Ao resolver o exercício 1 você conseguiu:</p> <p>() entender as características das constelações (como formato, brilho e posição).</p> <p>() Associar o movimento das estrelas a rotação da Terra.</p> <p>() Entender os conceitos de linhas poligonais.</p> <p>() Classificar as linhas poligonais (fechadas, abertas, simples ou não-simples)</p> <p>Teve alguma dificuldade nesse exercício?</p>	<p>8) Ao resolver o exercício 2 você conseguiu:</p> <p>() Entender que gravidade de um astro pesado pode desviar até mesmo a luz que passa perto dele.</p> <p>() Identificar um polígono a partir de seus vértices.</p> <p>() Usar os dados do problema para formar e calcular a expressão numérica (lado, perímetro e área do triângulo)</p> <p>() Entender que até a luz pode sofrer um desvio ao passar perto de um corpo pesado</p> <p>Teve alguma dificuldade nesse exercício?</p>
<p>9) Ao resolver o exercício 2 você conseguiu:</p> <p>() Entender que o tempo não é um conceito absoluto.</p> <p>() Entender o uso de fórmula para calcular uma quantidade.</p> <p>() Resolver uma expressão numérica envolvendo potências, raízes, frações, números decimais e porcentagem.</p> <p>Teve alguma dificuldade nesse exercício?</p>	<p>10) Escreva sobre quaisquer considerações que você queira comentar.</p>

