INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA (IFSC)
CENTRO DE REFERÊNCIA EM FORMAÇÃO E EAD (CERFEAD)
ESPECIALIZAÇÃO EM FORMAÇÃO PEDAGÓGICA PARA A DOCÊNCIA NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NAS AULAS DE MATEMÁTICA: AS APLICAÇÕES DAS FERRAMENTAS DO GEOGEBRA NO ENTENDIMENTO DAS FUNÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU PARA O ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão

BRUNO ALBERTO PERUCHI

Florianópolis/SC
2018

BRUNO ALBERTO PERUCHI

O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NAS AULAS DE MATEMÁTICA: AS APLICAÇÕES DAS FERRAMENTAS DO GEOGEBRA NO ENTENDIMENTO DAS FUNÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU PARA O ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão apresentado ao Centro de Referência em Formação e EaD (CERFEAD) do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) como requisito parcial para Certificação do Curso de Pós-Graduação *lato sensu* em Formação Pedagógica para a Docência na Educação Profissional e Tecnológica.

Orientadora: Prof.ª Sabrina Bleicher, Dr.ª

Florianópolis/SC

2018

BRUNO ALBERTO PERUCHI

O USO DO *SOFTWARE* GEOGEBRA NAS AULAS DE MATEMÁTICA:
AS APLICAÇÕES DAS FERRAMENTAS DO GEOGEBRA NO ENTENDIMENTO DAS FUNÇÕES DO 1º E DO 2º GRAU PARA O ENSINO MÉDIO

Este Trabalho de Conclusão foi julgado e aprovado para a obtenção do título de Especialista em Formação Pedagógica para a Docência na Educação Profissional e Tecnológica do Centro de Referência em Formação e EaD do Instituto Federal de Santa Catarina (CERFEAD/IFSC).

Florianópolis, 14 de março de 2018.

....
Prof. Carlos Alberto da Silva Mello, MSc.
Coordenador do Programa

BANCA EXAMINADORA

....
Prof.ª Sabrina Bleicher, Dr.ª – Orientadora

....
Prof.ª Douglas Juliani, Dr.º

....
Profº André Luiz Silva de Morais, MSc

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora pelo apoio e atenção para conclusão dessa etapa.

A minha família por ser minha base e meu porto seguro.

Finalmente, agradeço à minha esposa que sempre acredita que possa ter êxito nos meus objetivos.

Matemática não é apenas números, e sim envolve letras e toda a capacidade que o ser humano conseguir expressar.

(François Viète)

RESUMO

PERUCHI, Bruno Alberto. **O uso do *software* Geogebra nas aulas de matemática: as aplicações das ferramentas do Geogebra no entendimento das funções do 1º e do 2º grau para o Ensino Médio**. 2018. 40f. Trabalho de Conclusão (Curso de Pós-Graduação *lato sensu* em Formação Pedagógica para a Docência na Educação Profissional e Tecnológica) – Instituto Federal de Santa Catarina, Florianópolis/SC, 2018.

Este trabalho de conclusão de curso visa mostrar que, pelas dificuldades dos discentes por conta da abstração dos conteúdos de funções, é possível aliar a teoria matemática aplicada à informática para tornar as aulas ficam mais atrativas, mais eficazes e dinâmicas. Nesta pesquisa, apresenta-se um exemplo prático desta afirmação que é a utilização do software Geogebra. O Geogebra é um software gratuito no qual o docente pode gerar gráficos de funções do 1º grau e do 2º grau, demonstrando automaticamente como as funções se apresentam graficamente conforme a variação de cada coeficiente. Também é possível demonstrar resoluções de figuras planas, cujas soluções resultam em gráficos de funções do 1º e do 2º grau através de modelagem. Conclui-se que o uso deste software possibilita aos discentes maior interesse em descobrir caminhos diferentes para um melhor entendimento em relação à matemática.

Palavras-chave: *Software* Geogebra. Funções. Ensino Médio.

RESUMO

PERUCHI, Bruno Alberto. El uso del *software* Geogebra en las clases de matemáticas: las aplicaciones de las herramientasções de Geogebra en la comprensión de las funciones de 1º y de 2º grado para la Enseñanza Media. 2018. 40 f. Trabajo de Final de Curso (Curso de Pós-Graduación lato sensu en Formación Pedagógica para la Enseñanza en la Formación Profesional y Tecnológica) – Instituto Federal de Santa Catarina, Florianópolis/SC, 2018.

Este trabajo de conclusión de curso pretende mostrar que, debido a la abstracción de los contenidos de las funciones y las dificultades esto que conlleva para los estudiantes, es posible combinar la teoría matemática aplicada a la informática haciendo que las clases sean más atractivas, más eficaces y dinámicas. En esta investigación se presenta un ejemplo práctico de esta afirmación, la utilización del software Geogebra. Geogebra es un software gratuito en el cual el profesor puede generar gráficos de funciones de 1º grado y de 2º grado, demostrando de forma automática cómo las funciones se representan gráficamente en función de los cambios de cada variable. También es posible demostrar como resolver figuras planas, cuyas soluciones dan lugar a gráficos de funciones del 1º y del 2º grado mediante modelado. Se concluye, con el estudio de este software, que es posible que los profesores estén interesados en descubrir caminos diferentes para un mejor entendimiento en lo que respecta a las matemáticas de modo general y de forma más concreta, en cuanto a las actividades de ese contenido.

Palabras clave: *Software* Geogebra. Funciones. Enseñanza Media.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A educação matemática, perante as dificuldades de entendimento dos conceitos e suas aplicações práticas, é discutida nacionalmente com o apoio da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), da Associação Nacional dos Professores de Matemática na Educação Básica (ANPMat) e do Instituto de Matemática Pura e Avançada (IMPA), por meio da realização de simpósios, minicursos, livro aberto, mestrado profissional, entre outros.

Diante disso, há uma preocupação sobre como fazer com que haja um entendimento com relevância dos conceitos matemáticos e suas aplicações no cotidiano dos discentes. As perdas provocadas por essa falta de entendimento, são constatadas desde as séries iniciais, mas o que pode ser feito para minimizar essa lacuna quando o discente chega no Ensino Médio?

Este trabalho visa mostrar que, com a utilização de Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), as aulas podem ser desenvolvidas e aplicadas de maneira mais efetiva para a obtenção da permanência e êxito do discente na vida escolar.

Para Iezzi (2014), um dos destaques entre os *softwares* gratuitos no âmbito do ensino da matemática é o Geogebra. Esse recurso pode ajudar o professor a dinamizar e diversificar as suas estratégias em sala de aula, uma vez que pode ser utilizado no trabalho de funções e de geometria plana e analítica. No estudo das funções, que foi o foco deste trabalho, o traçado de gráficos das funções elementares (1º grau, 2º grau, exponencial, etc.) pode ser facilmente executado, demonstrando as possibilidades e variações que podem ser realizadas através do controle deslizante nos coeficientes de cada função. Dessa forma, os professores podem atrair o interesse dos discentes para a apropriação desses conhecimentos que, até então, poderiam ser considerados abstratos e de difícil visualização.

Considerando o contexto apresentado, este trabalho busca mostrar como pode ser utilizada a teoria aliada à demonstração gráfica das funções no *software* Geogebra como aplicação prática das funções do 1º e do 2º grau.

1.1 Tema e Problema de Pesquisa

Diante das dificuldades dos discentes no entendimento dos conceitos de funções e suas aplicações, que ocorrem, em especial devido a sua abstração, o uso do *software* Geogebra nas aulas de matemática torna-se relevante pela facilidade de manejo e dinamismo com que são desenvolvidos os gráficos das funções para visualização e interpretação. Dessa forma, o professor pode atingir os objetivos para o desenvolvimento dos conteúdos de forma mais atrativa aos discentes.

Com isso, este trabalho procura demonstrar como é possível desmistificar as aulas de matemática com o uso do software Geogebra, e melhorando o entendimento dos discentes em relação às funções elementares do 1º e do 2º grau no Ensino Médio.

1.2 Objetivos

Este trabalho de Conclusão de Curso busca contribuir com o incentivo à utilização do *software* Geogebra nas aulas de matemática mostrando como a demonstração gráfica e suas interpretações possibilitam aos discentes conclusões mais eficazes no desenvolvimento dos conteúdos de funções. A partir deste premissa ampliada, delimita-se e especifica-se o objetivo geral e específicos deste pesquisa:

1.2.1 Objetivo Geral

Apresentar possibilidades de uso do software Geogebra para ensinar funções do 1º e 2º graus.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Apresentar a relevância das tecnologias educacionais, em especial, para o ensino da matemática;
- Apresentar o software Geogebra como uma tecnologia educacional pertinente para o ensino de funções matemáticas;
- Detalhar o comportamento das funções do 1º e do 2º grau, mostrando como é possível visualizar seus principais conceitos no software Geogebra.

1.3 Procedimentos metodológicos

1.3.1 Caracterização da pesquisa

Este trabalho caracteriza-se como uma pesquisa de abordagem qualitativa documental pois se baseia em dados obtidos em simpósios, minicursos, palestras, pesquisa em livros didáticos, entre outros, para mostrar algumas ferramentas do *software* Geogebra que podem ser utilizadas no desenvolvimento das aulas de matemática para o Ensino Médio.

Para demonstrar isso, adotou-se os conteúdos de funções, uma vez que o Geogebra possibilita, com seus recursos, obter várias informações de forma que os professores possam utilizá-lo para que os discentes visualizem e percebam as diversas variações de representações e mudanças dos seus coeficientes possíveis e consequentemente as suas aplicações práticas na resolução de problemas e desenvolvimento de modelagem matemática, de forma que os docentes utilizem cada vez mais as ferramentas tecnológicas que facilitam a compreensão e visualização dos discentes nos conteúdos explanados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Tecnologias educacionais e o Geogebra

Com o passar do tempo, tem-se observado que as Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) não foram, em princípio, bem-aceitas pelos educadores. Conforme descreve Portanova (2005), até a escrita foi criticada. Segundo a autora Platão a criticou por acreditar que “ela pretendia estabelecer fora da menta o que na realidade só pode estar na mente”, por isso,.”segundo Platão, a escrita era um produto manufaturado” (PORTANOVA, 2005, p. 83).

> Hoje vemos que Platão estava equivocado, pois é a escrita que faz os conhecimentos avançarem e não se perderem. Assim como causou espanto o telefone, o automóvel, a televisão e tantas outras tecnologias que atualmente estão perfeitamente incorporadas em nosso cotidiano. Podemos dizer que a escrita, o lápis, a caneta, o caderno, o livro, o quadro, o giz são tecnologias utilizadas na Educação. (PORTANOVA, 2005, p. 83 e 84).

Quando mencionamos as TICs, estamos diretamente nos referindo ao computador, junto a seus *softwares* e o acesso à internet. Segundo Portanova (2005), os recursos tecnológicos disponíveis nos dias de hoje, se aplicados em uma sala de aula, podem trazer contribuições significativas para aprendizagem dos alunos. Os cálculos exaustivos são substituídos por cálculos mais rápidos, liberando o aluno para a investigação matemática.

Para D’Ambrósio (2004), a falta de tecnologia causa má educação, mas o uso de tecnologia não é sinônimo de boa educação. Por isso, os educadores precisam ficar muito atentos a sua importância e de que forma podemos ter um uso mais relevante.

Dessa forma, a sala de aula necessita de recursos tecnológicos que favoreçam ambientes de construção de conhecimento. Sejam eles quais forem, livros, retroprojetores, calculadoras, computadores, *softwares*, etc.

É necessário que se faça uma reflexão para que a tecnologia possa de fato contribuir para a formação de indivíduos competentes, críticos, conscientes e preparados diante da realidade em que vivem.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCENEM), que versam sobre a Tecnologia para a Matemática (BRASIL, 1998), existem programas de computador (*softwares*) através dos quais os docentes podem incentivar os discentes na exploração e construção de diferentes conceitos matemáticos, denominados programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o "pensar matematicamente", ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. São características desses programas: a) conter um certo domínio de saber matemático – a sua base de conhecimento; b) oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático – numérica, algébrica, geométrica; c) possibilitar a expansão de sua base de conhecimento por meio de macroconstruções; d) permitir a manipulação dos objetos que estão na tela.

Segundo Souza (2014):

> […] inserir as tecnologias nas aulas, especificamente o uso de GeoGebra, surge como uma solução a mais no ambiente escolar com o intuito de aumentar o interesse por parte dos alunos e suprir lacunas algumas vezes deixadas dependendo da forma de como o conteúdo foi exposto, de uma maneira atrativa, dinâmica e fazendo uso de um ambiente tão presente em nosso cotidiano e que pode levar os alunos a serem protagonistas do seu próprio conhecimento. (SOUZA, 2014, p. 60).

O *software* Geogebra foi criado por Markus Hohenwarter para ser utilizado em ambiente de sala de aula. O projeto foi iniciado em 2001, na *Universität Salzburg*, e tem prosseguido em desenvolvimento na *Florida Atlantic University*. Ele permite realizar construções geométricas com a utilização de pontos, retas, segmentos de reta, polígonos etc., assim como permite inserir funções e alterar todos esses objetos dinamicamente, após a construção estar finalizada.

O Geogebra é um *software* de acesso livre que explora os conteúdos matemáticos, e que pode tornar a aula mais dinâmica. Deve ser utilizado com o objetivo de promover um ensino mais lúdico e dinâmico, estimulando a memória gráfica e a inteligência visual, ajudando a sanar as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo de funções. Devido à facilidade de manuseio e rapidez de processamento deste *software*, é possível tirar proveito da vontade de aprender e também reconhecer o interesse dos adolescentes pela área da informática.

Este estudo pretende demonstrar que o uso do *software* Geogebra como uma ferramenta auxiliar pode representar uma metodologia importante para o ensino-aprendizagem de matemática, pois, as reflexões e respostas apresentadas pelos estudantes que o utilizam mostram maior compreensão e interpretação diante dos conteúdos apresentados.

Para apresentar como isso pode ser feito, contextualiza-se, a seguir, algumas informações relevantes sobre o estudo das funções – tema explorado, no desenvolvimento deste trabalho, para demonstrar as possibilidades de uso do software Geogebra.

2.1 Ensinando matemática: o estudo das funções

Boyer (2002) apresenta que o conceito de função foi construído ao longo do tempo por vários matemáticos. Desde as tábuas babilônicas, onde a ideia aparece de forma implícita, existe também registros sobre funções na obra do francês Nicole Oresme (1323-1382), com a ideia de construir um gráfico para representar uma quantidade variável; já o matemático alemão Leibniz (1646-1716) introduziu a palavra função com praticamente o mesmo sentido que conhecemos e usamos hoje; a notação f(x) para indicar “função de x” foi adotada pelo suíço L. Euler (1707-1783); outro matemático alemão Dirichlet (1805-1859) definiu a função como algo muito próximo do que se utiliza hoje: “se uma variável y está relacionada com uma variável x de tal modo que, sempre que é dado um valor numérico a x, existe uma regra segundo a qual um único valor y fica determinado, então diz-se que y é função da variável independente x”. Por fim, com a criação da teoria dos conjuntos no fim do século XIX, foi possível definir função como um conjunto de pares ordenados (x, y) em que x é elemento de um conjunto A, y é elemento de um conjunto B e, para todo $x \in$[1] A, existe um único $y \in$ B tal que $(x, y) \in f$.

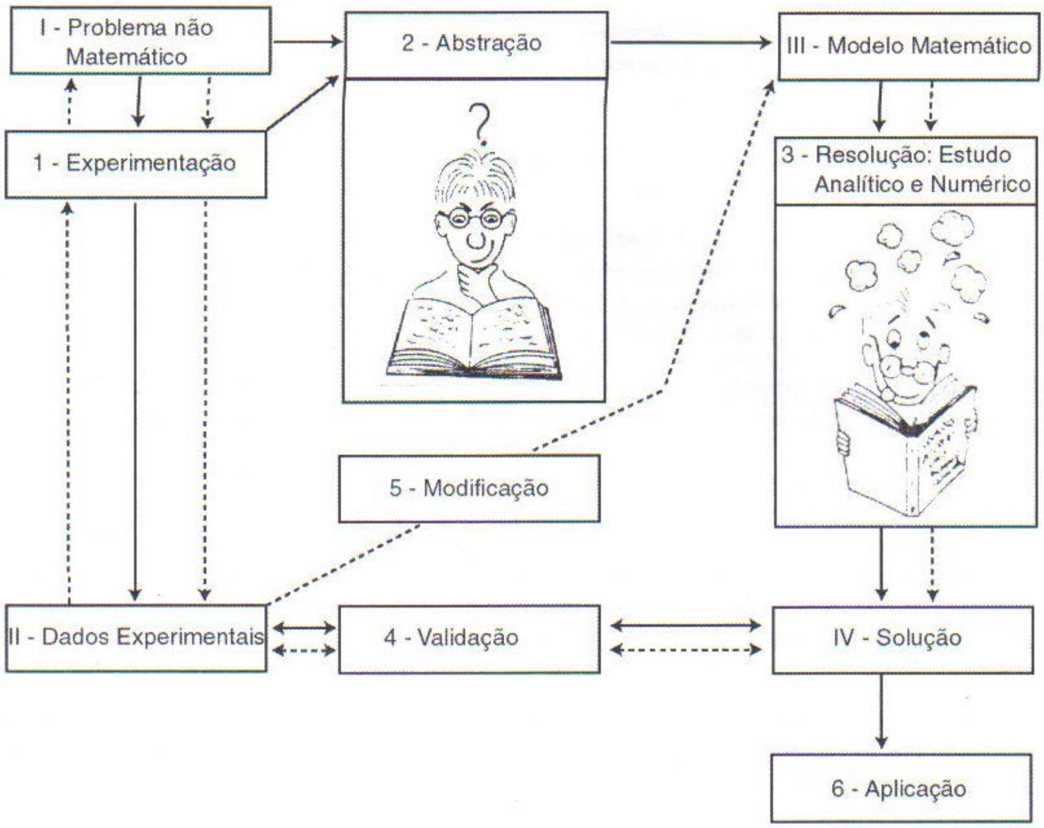
No ensino da matemática a ligação entre os conceitos de funções com aplicações na modelagem matemática é importante para os discentes terem uma noção de utilização no seu cotidiano. Para Bassanezi (2004), a modelagem matemática de uma situação-problema real deve seguir uma sequência de

---

1 Lê-se do seguinte modo: para todo X que pertence a A.

etapas, de maneira simples visualizadas e discriminadas na figura a seguir.

Figura 1 – Modelagem Matemática



Fonte: Bassanezi (2000, p. 27)

Segundo Biembengut e Hein (2005, p.19-27), para implementar a modelação matemática sugere-se que o professor faça, inicialmente, um levantamento sobre os alunos: a realidade socioeconômica, o tempo disponível para realização de trabalho extraclasse e o conhecimento matemático que possuem – diagnóstico. Com base nesse diagnóstico, planeja-se como implementar a modelação, isto é, como desenvolver o conteúdo programático, como orientar os alunos na realização de seus modelos matemáticos-modelagem e como avaliar o processo.

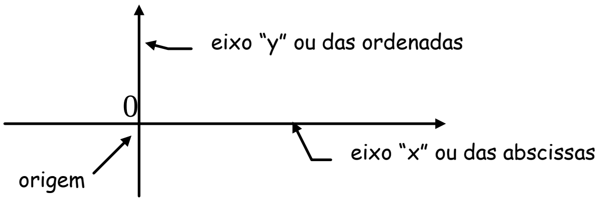
A seguir, apresenta-se uma sequência resumida de conceitos descritas com o objetivo de obter o conhecimento das funções do 1º e do 2º grau.

- **Plano cartesiano**

É o sistema formado por dois eixos orientados, perpendiculares entre si e que se cruzam no ponto **0,** chamado de origem. A cada eixo é associado o conjunto dos números reais.

O eixo horizontal é chamado de eixo das abscissas ou eixo “x”; o eixo vertical é chamado de eixo das ordenadas ou eixo “y”.

Exemplo:



- **Par ordenado**

A partir de dois números reais a e b, é possível obter um novo elemento, representado por (a, b) que se chama **par ordenado**. O par ordenado, no plano cartesiano, representa um único ponto. No entanto, é importante lembrar que se a ≠ b, então o par ordenado (a, b) ≠ (b,a).

- **Produto cartesiano**

Considerando dois conjuntos A e B, não vazios, produto cartesiano de A por B é o conjunto de todos os pares ordenados (x, y) com x ∈ A e y ∈ B. O produto cartesiano é representado por AxB (lê-se “A cartesiano B”).

Exemplo:

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = \{ \mathbf{(a,b)} \mid \mathbf{a} \in \mathbf{A} \text{ e } \mathbf{b} \in \mathbf{B} \}$$

É importante considerar que, se A ≠ B, tem-se que A x B ≠ B x A.

E o produto cartesiano de um conjunto A por ele mesmo é simbolizado por A^2 (lê-se "A dois"), isto é, $AxA = A^2$.

- **Relações**

Considerando dois conjuntos A e B, não vazios, a **relação de A em B** é qualquer subconjunto de AxB. Uma relação de A em B é denotada pelo símbolo $\Re$: $A \rightarrow B$.

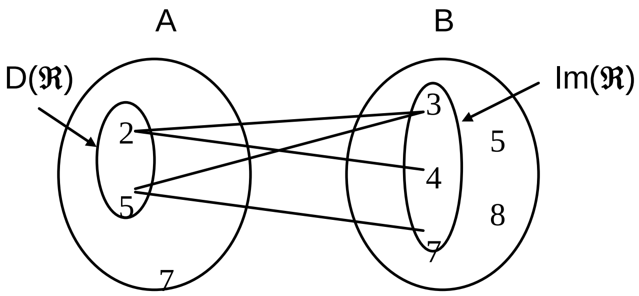
Exemplo:
Se A = {2, 5} e B = {3, 4, 7}, então:
AxB = { (2, 3); (2, 4); (2, 7); (5, 3); (5, 4); (5, 7) }

Observando este conjunto tem-se que:
$\Re_1$ = { (2, 3); (2, 4) } e $\Re_2$ = { (5, 3); (5, 4) } são relações de A em B.

- *Domínio e imagem*

Denomina-se **domínio** de uma relação qualquer de A em B o conjunto de todos os elementos de A que estão associados a, pelo menos, um elemento de B, e representa-se por D($\Re$); ao passo que **imagem** de uma relação qualquer de A em B é o conjunto de todos os elementos de B que estão associados a, pelo menos, um elemento de A, e representa-se por Im($\Re$).

Exemplo:



- *Relação inversa*

A relação inversa de uma relação $\Re$ é aquela obtida invertendo-se a ordem dos termos dos pares ordenados de $\Re$, e representa-se por $\Re^{-1}$.

Exemplo:

Se $\Re = \{ (0,1); (1,2); (2,3) \} \Rightarrow \Re^{-1} = \{ (1,0); (2,1); (3,2) \}$

Considerando-se que $D(\Re) = Im(\Re^{-1})$ e $D(\Re^{-1}) = Im(\Re)$

- **Funções**

Uma relação $\Re$: $A \rightarrow B$ é uma função de A em B se, **e somente se**, o domínio for o conjunto A, isto é, todos os elementos de A, e cada um deles se relaciona com apenas **um** elemento de B.

As funções são, usualmente, representadas pelas letras f, g, h, ...

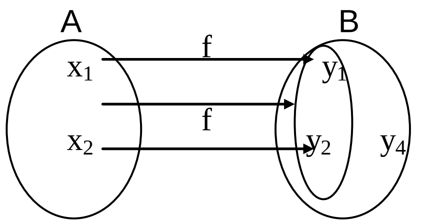
Uma função f de A em B é representada por **f: A → B.**

- O **domínio** da função, **D(f)** é o conjunto A.

- O **contradomínio** da função, **CD(f)** é o conjunto B.

- A **imagem** da função Im(f) é o conjunto dos elementos de B associados aos elementos de A. A imagem de uma função f é representada por f(x) em que x é um elemento do domínio e lê-se “f de x”.

Exemplo:



$f: A \rightarrow B$
$D(f) = A = \{x_1, x_2, x_3\}$
$CD(f) = B = \{ y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$
$Im(f) = \{y_1, y_2, y_3\}$

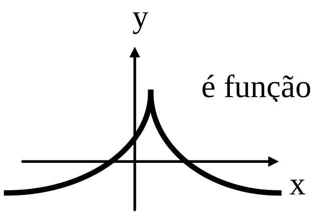
Considerando-se que $Im(f) \subset B$ (contradomínio).

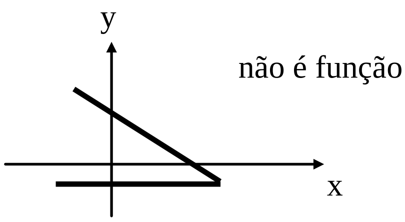
- *Gráficos de uma função*

Para se obter o gráfico de uma função f, é necessário representar no plano cartesiano os pares ordenados (x,y), em que $x \in D(f)$ e $y \in Im(f)$. Dependendo do domínio de f, o gráfico da função pode ser um ponto, alguns pontos ou ainda, infinitos pontos.

Para reconhecer se um gráfico representa uma função, verifica-se se a cada x do domínio corresponde uma única imagem traçando retas paralelas ao eixo das ordenadas e observa-se se cada uma delas corta o gráfico em um único ponto.

Exemplos:



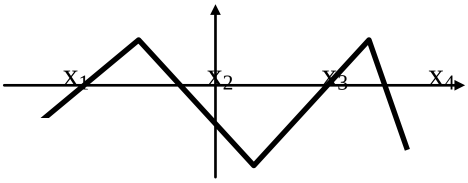


Deve-se observar que a projeção do gráfico de uma função sobre o eixo x (abscissas) é o domínio da função, e a projeção sobre o eixo y (ordenadas) é a imagem.

- *Raiz ou zero de uma função*

Trata-se do valor de $x \in D(f)$ que faz $f(x) = 0$. É o ponto em que o gráfico corta o eixo das abscissas.

Exemplo:



$f(x_1) = 0$
$f(x_2) = 0$
$f(x_3) = 0 \Rightarrow x_1, x_2, x_3$ e x_4
$f(x_4) = 0$ são raízes da função

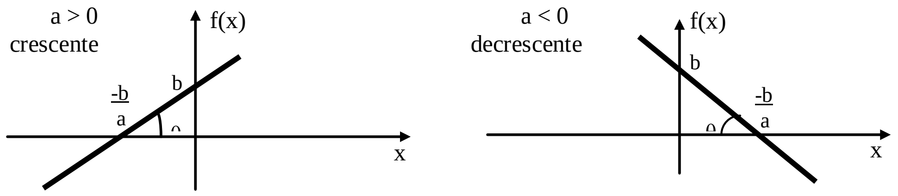
- **Função de 1º Grau**

É a função f:$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por **f(x) = ax + b,** com a e b $\in$ a $\neq$ 0.

Na função de 1º grau tem-se **domínio**, representado por: D(f) = $\mathbb{R}$ e **imagem**: Im(f) = $\mathbb{R}$

Além disso, na função de 1º grau, o gráfico é uma reta que forma com o eixo x um ângulo θ.

Exemplo:



E o zero ou raiz da função é representado por: $\boxed{x = -\frac{b}{a}}$

Considerando que:

- Toda função de 1º grau é injetora
- Toda função do 1º grau definida R → R é bijetora
- O ponto do gráfico que corta o eixo y é o valor da constante b
- A função de 1º grau é ímpar quando b = 0

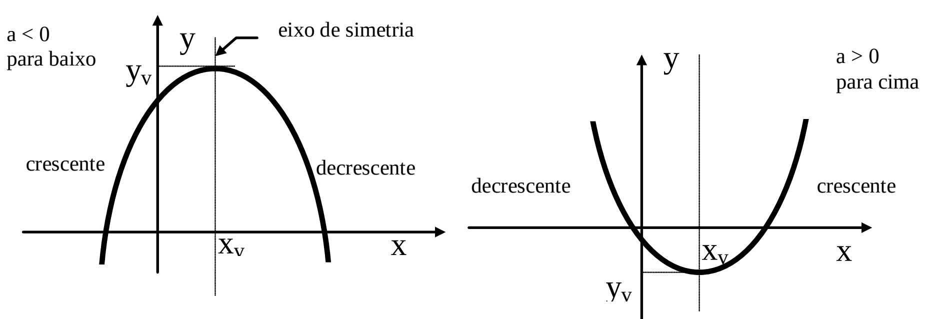
- **Função de 2º grau ou função quadrática**

É a função f:$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por f(x) = $ax^2 + bx + c$, com a, b e c $\in \mathbb{R}$ e a $\neq$ 0.

Na função de 2º grau, tem-se o **domínio**, representado por: D(f) = $\mathbb{R}$

E o gráfico é uma parábola, com o eixo de simetria paralelo ao eixo dos y.

Exemplos:



Coordenadas do vértice:

Para as coordenadas do vértice, deve-se considerar o seguinte:

$V = (x_V, y_V)$ $\boxed{x_V = -\frac{b}{2a}}$ $\boxed{y_V = -\frac{\Delta}{4a}}$, em que $\Delta = b^2 - 4ac$

Valor máximo e valor mínimo:

Se $a > 0$, o valor mínimo é $y_{V,}$ pois a concavidade é para cima

Se $a < 0$, o valor máximo é $y_{V,}$ pois a concavidade é para baixo.

Imagem: Se $a > 0$, $Im(f) = \{y \in R \mid y \geq y_V\}$

Se $a < 0$, $Im(f) = \{y \in R \mid y \leq y_V\}$

Zeros da função: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

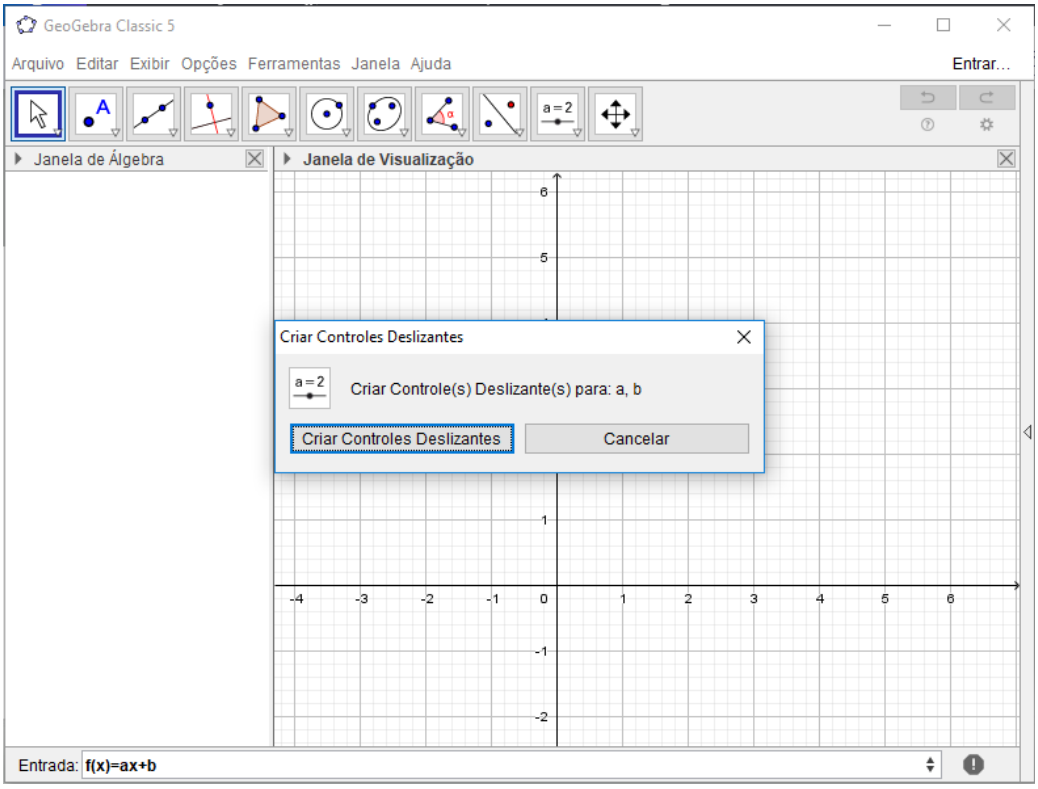
Por fim, apresentada a relevância do software Geogebra e um detalhamento sobre o significado das funções de 1º e 2º grau e também uma sequência resumida de conceitos descritas com o objetivo de obter o conhecimento sobre este tema, no capítulo a seguir demonstra-se como é possível utilizar o *software* Geogebra como uma ferramenta auxiliar importante para o ensino-aprendizagem de matemática.

3 RESULTADOS DE PESQUISA

Após os discentes se apropriarem da teoria é possível fazer as verificações e apresentações gráficas utilizando o *software* Geogebra. A seguir, descrevem-se exemplos de como isso pode ser realizado a partir de captações do próprio software.

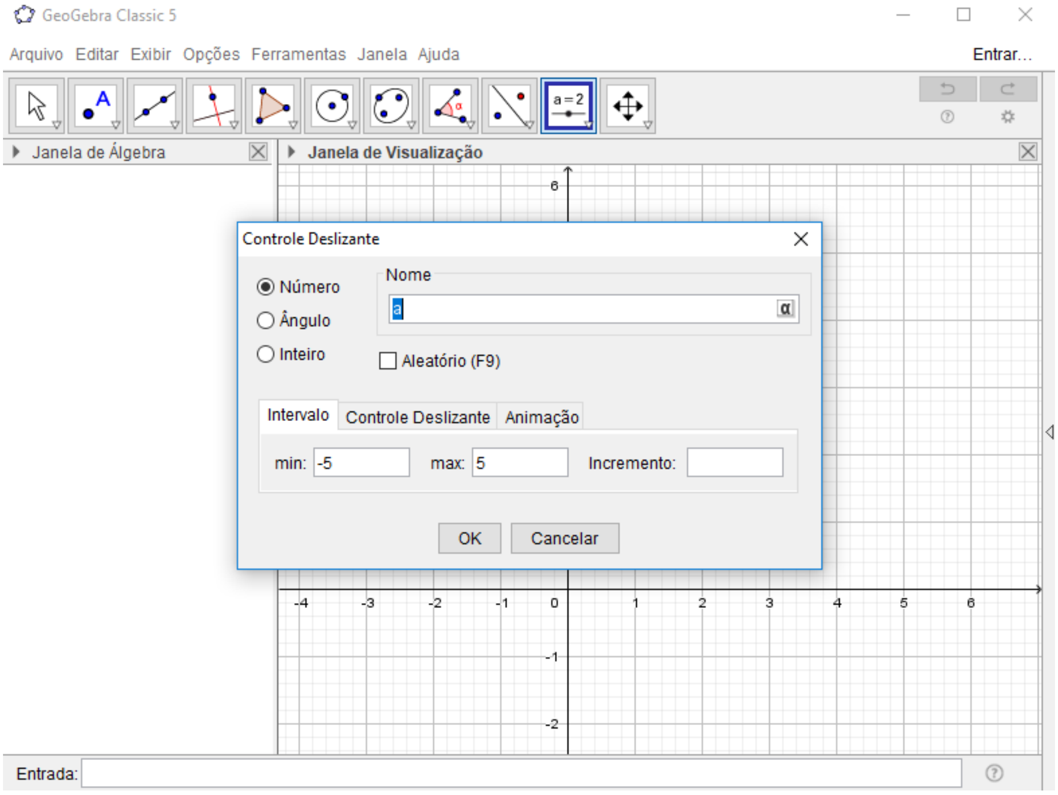
As figuras 2 e 3, mostram como pode ser mantido o controle deslizante pelo qual é possível definir o intervalo desejável para cada coeficiente; esse controle varia de -5 até +5, e há opção de modificar o intervalo de forma que fique conveniente para a explanação e as considerações a serem feitas.

Figura 2 – Tela de criação de controles deslizantes



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

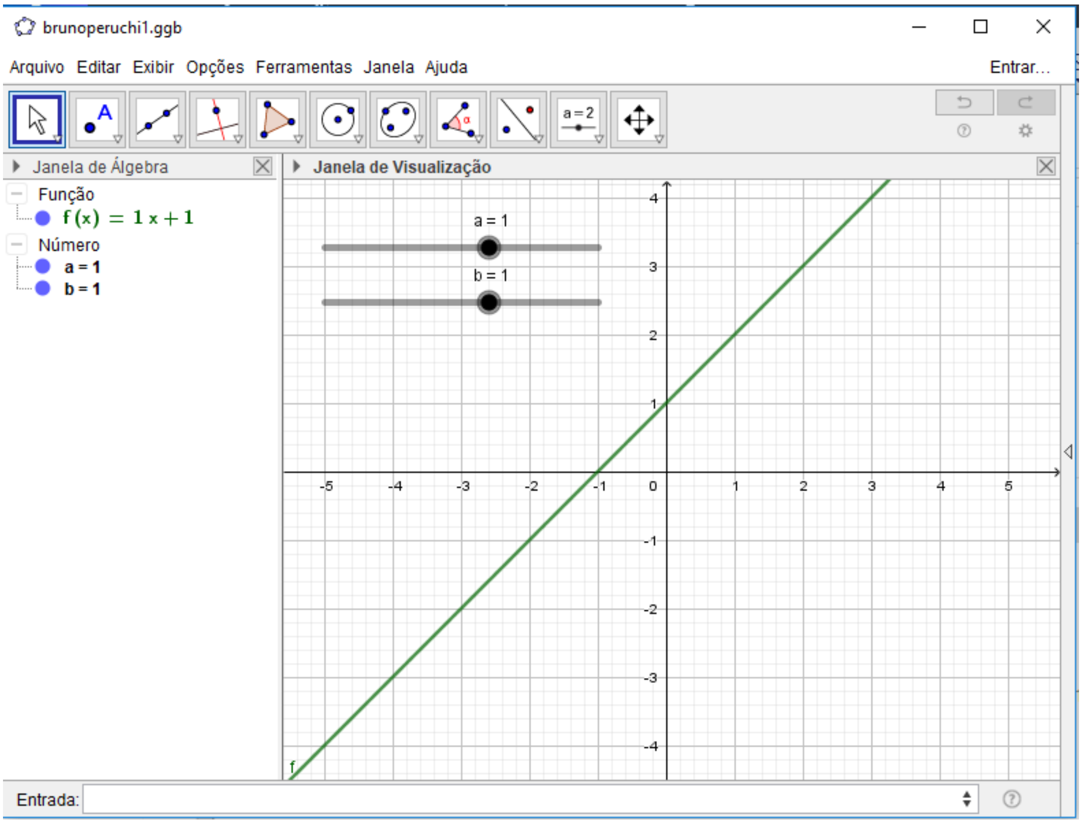
Figura 3 – Tela de configuração de controles deslizantes



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

A função do 1º grau f(x) = a.x + b, utilizando o controle deslizante para os coeficientes a e b, para demostrar como o gráfico se comporta com a variação dos seus coeficientes. No exemplo da Figura 4, (a=1 e b=1), verifica-se que a função é crescente em seu domínio, pois o seu coeficiente *a* é positivo.

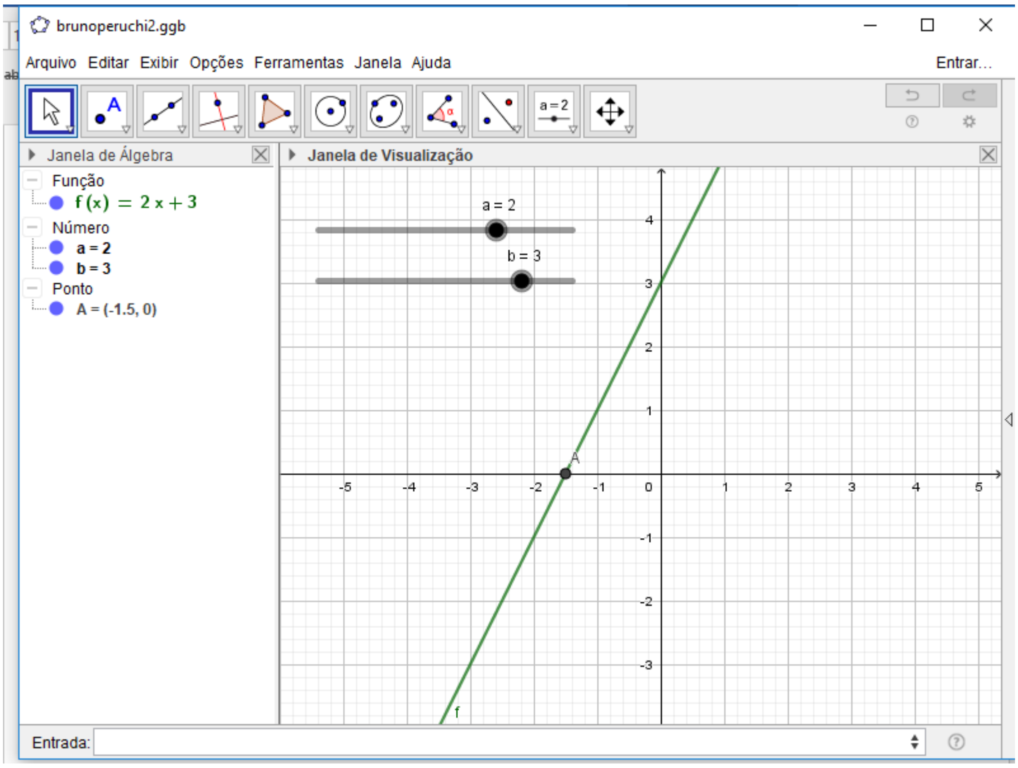
Figura 4 – Tela de uma função do 1º grau e controle deslizantes



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Modificando os valores de a=2 e b=3, percebe-se que é possível mostrar o ponto A que representa a intersecção da função com eixo *x*, logo, esta é a raiz da função, mas nota-se que a função é crescente em seu domínio, pois o coeficiente *a* continua positivo (ver Figura 5).

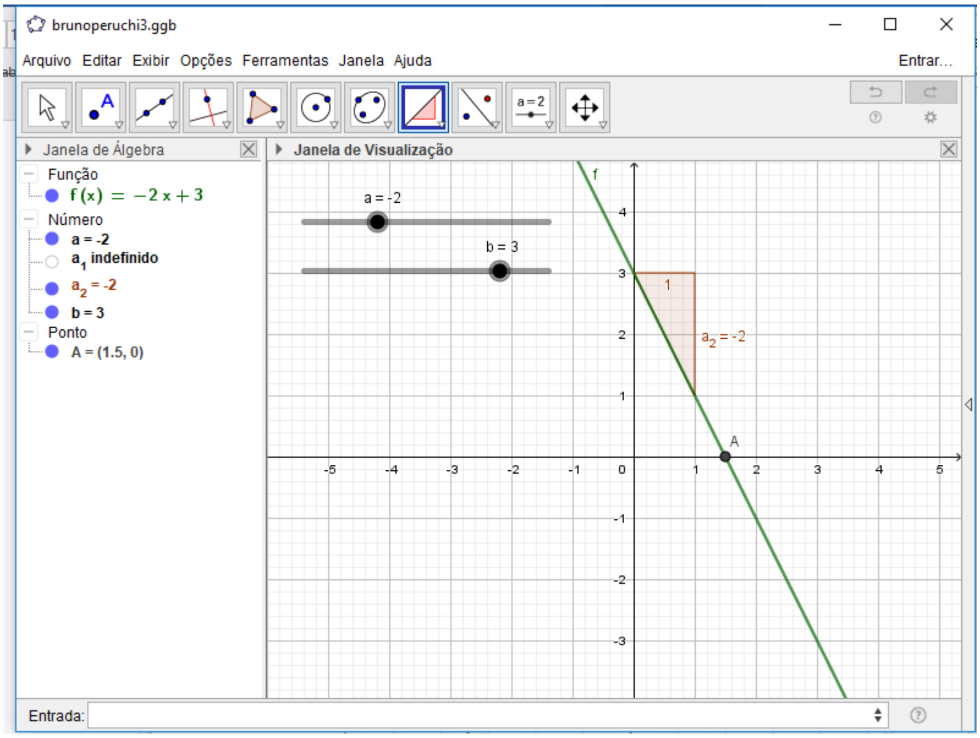
Figura 5 – Tela de uma função do 1º grau crescente



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Invertendo o valor do sinal do coeficiente *a*, nota-se que a função é decrescente em seu domínio com *a* negativo, o ponto A é a raiz ou zero dessa função e verifica-se que o coeficiente *a* é a tangente do ângulo formado com a função e o eixo *x* (ver Figura 6)~~.~~

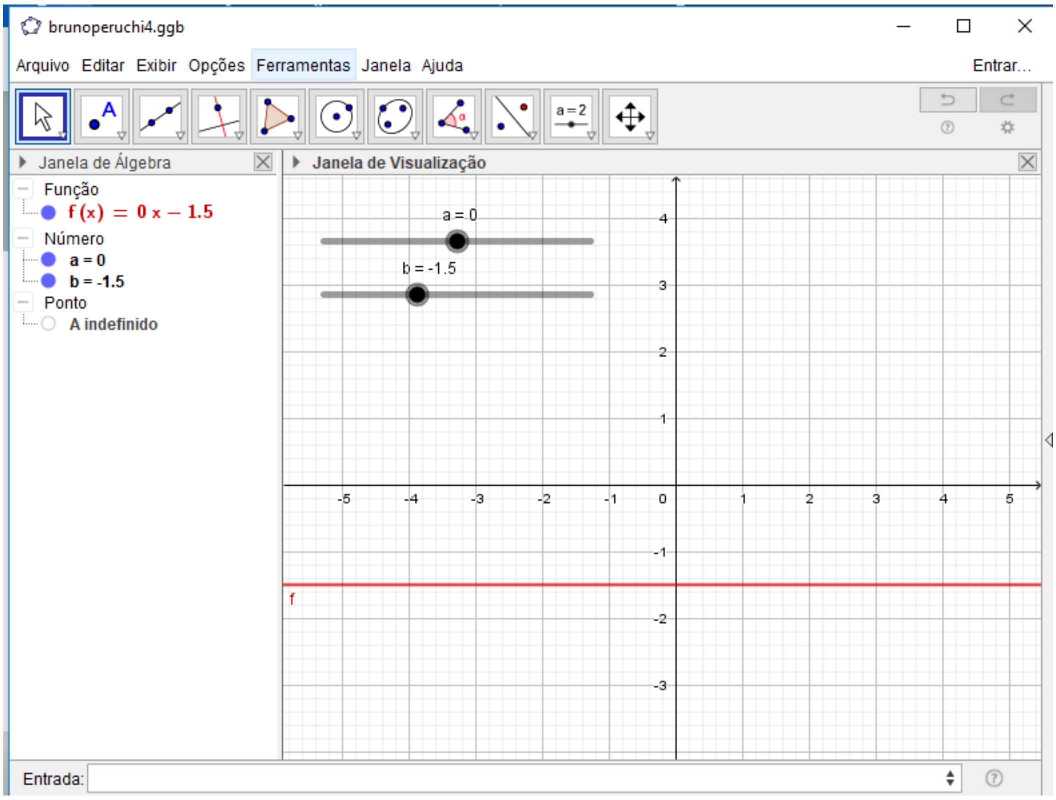
Figura 6 –Tela de uma função do 1º grau decrescente



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Considerando o coeficiente *a* nulo, tem-se uma função constante e o ponto A indefinido (conforme Figura 7).

Figura 7 – Tela de uma função constante



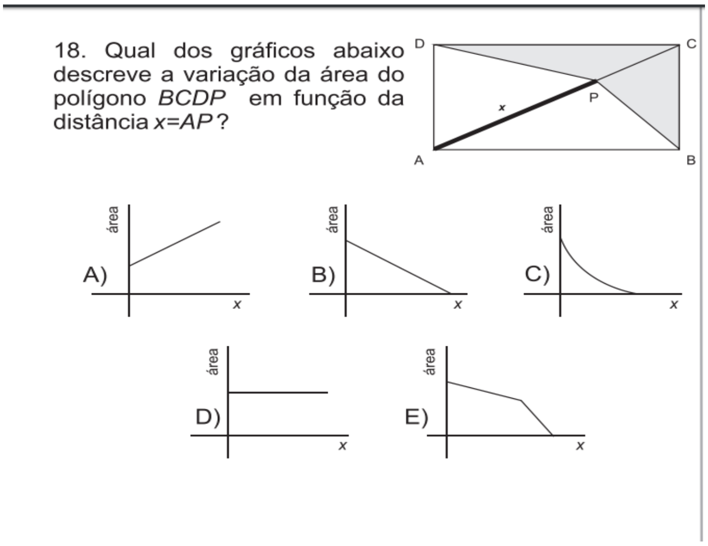
Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Nas Figuras 2 a 7 demonstrou-se, de modo simples, como é possível explorar o conteúdo das funções por meio do software Geogebra. A seguir, apresenta-se outro exemplo, demonstrado no 3° Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, que ocorreu em 2017, no Rio de Janeiro.

Neste simpósio, os professores Leandro Machado e Aline Guedes, do Instituto de Aplicação da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (CAp-UERJ) e Instituto de Matemática e Estatística (IME-UERJ), realizaram um minicurso que, por meio de um recorte do tema Geometria e Funções, e utilizando o software *Geogebra* como dinamizador do Estudo, os professores participantes foram estimulados a construírem seus próprios modelos para problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OMBEP) ([2017]).

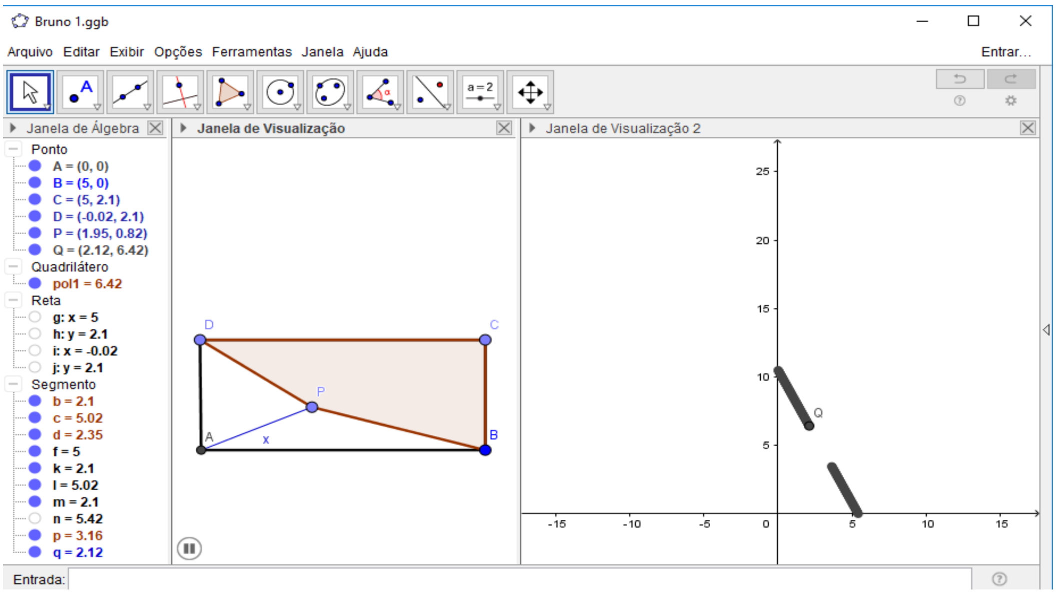
A imagem a seguir (Figura 8) é uma questão da OBMEP, de 2007, e o modelo de resolução mostra que a solução é uma função do 1º grau, como pode ser observado nas duas imagens subsequentes (Figuras 9 e 10).

Figura 8 – Questão proposta pela OBMEP no ano de 2007



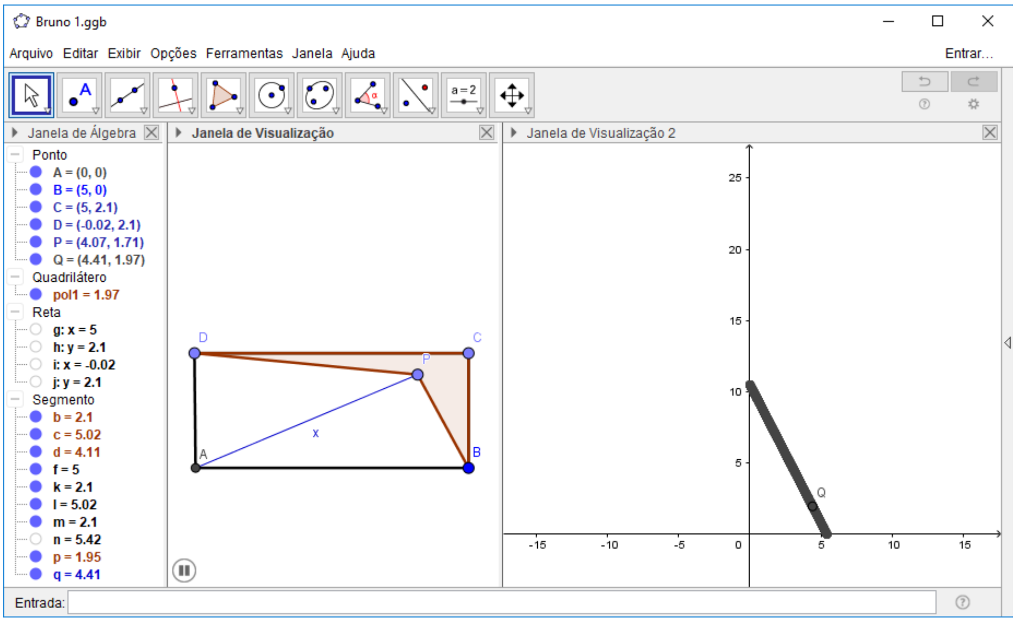
Fonte: OBMEP

Figura 9 – Modelagem da resolução da questão da OBMEP



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

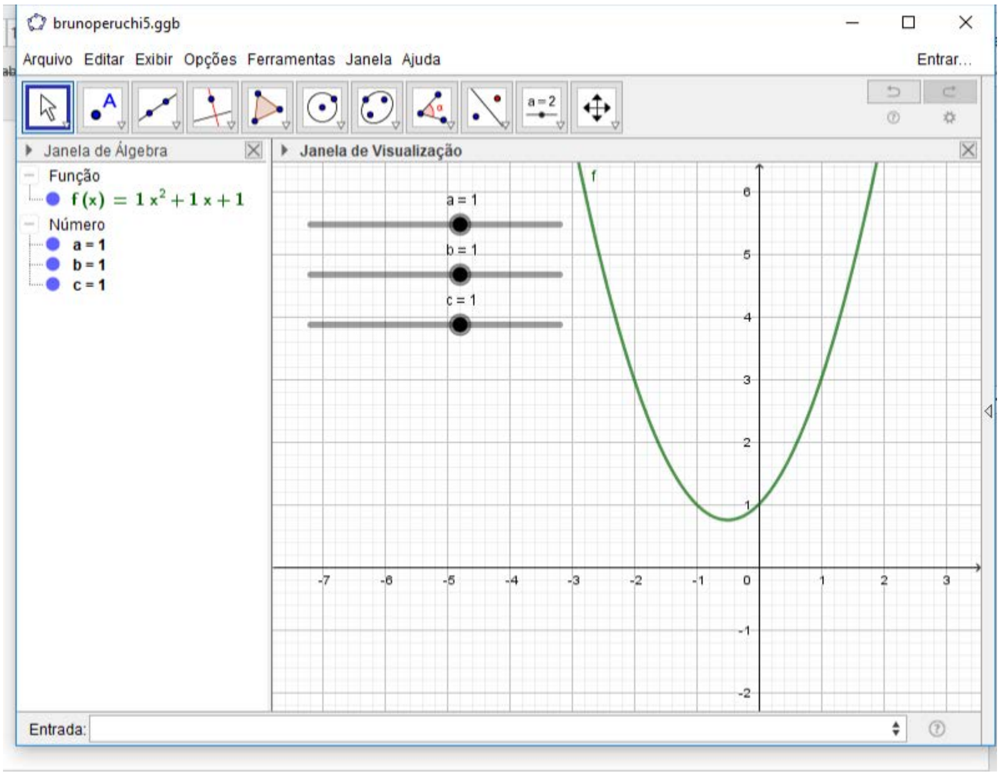
Figura 10 – Modelagem da resolução da questão da OBMEP – 1º grau



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Na figura 11, demonstra-se uma função do 2º grau f(x) = a.x^2 + b.x + c, utilizando o controle deslizante para os coeficientes *a*, *b* e *c*, para demostrar como o gráfico se comporta com a variação dos seus coeficientes (a=1, b=1 e c=1), verifica-se que a função tem a concavidade voltada para cima, pois o coeficiente *a* é positivo, com isso pode-se obter o valor mínimo da função.

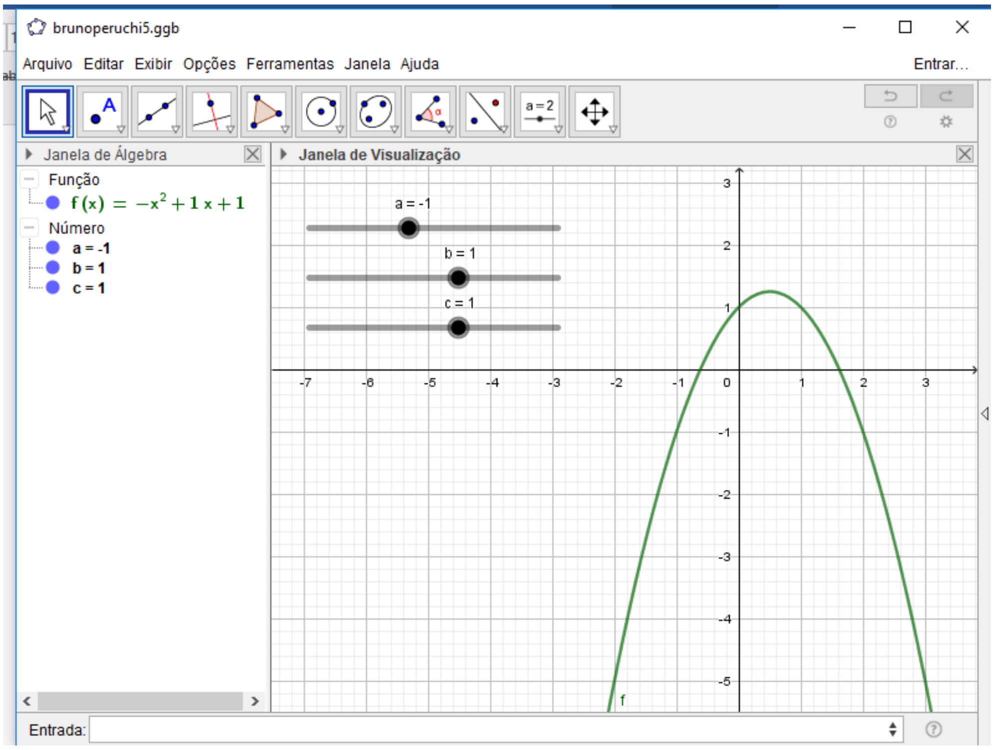
Figura 11 – Tela de uma função do 2º grau e controle deslizantes



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Invertendo apenas o sinal do coeficiente *a*, nota-se que a concavidade está voltada para baixo e por consequência calcula-se o valor máximo da função, como mostra a figura a seguir.

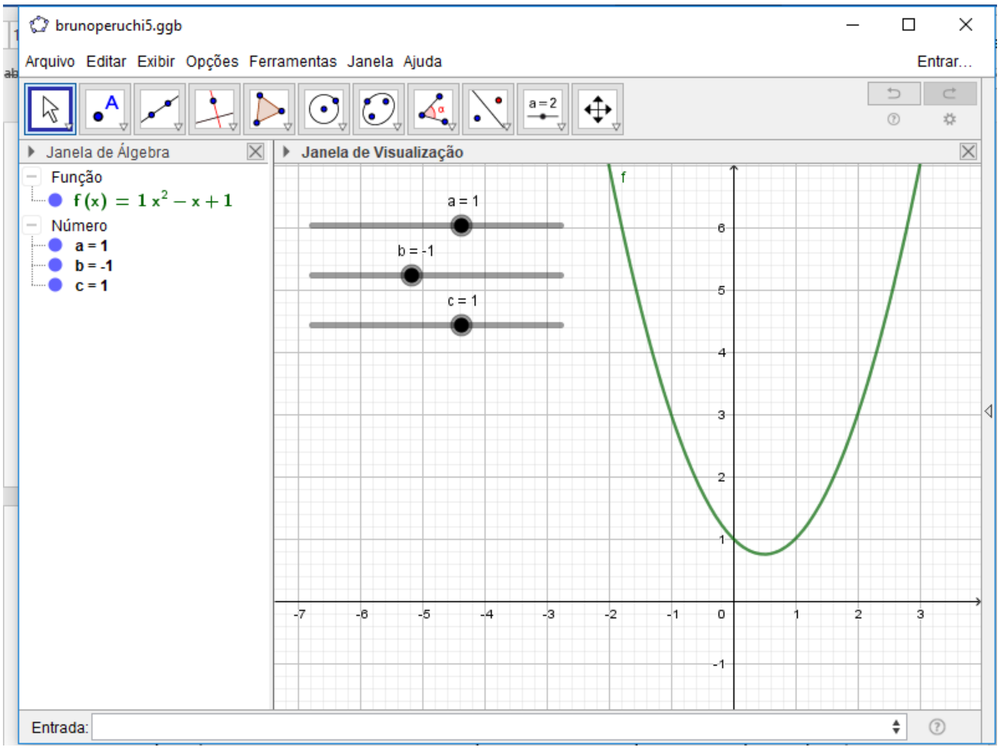
Figura 12 – Tela de uma função do 2º grau invertendo o sinal do coeficiente a



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Invertendo o sinal do coeficiente *b*, nota-se um deslocamento na horizontal, conforme ilustra a figura a seguir.

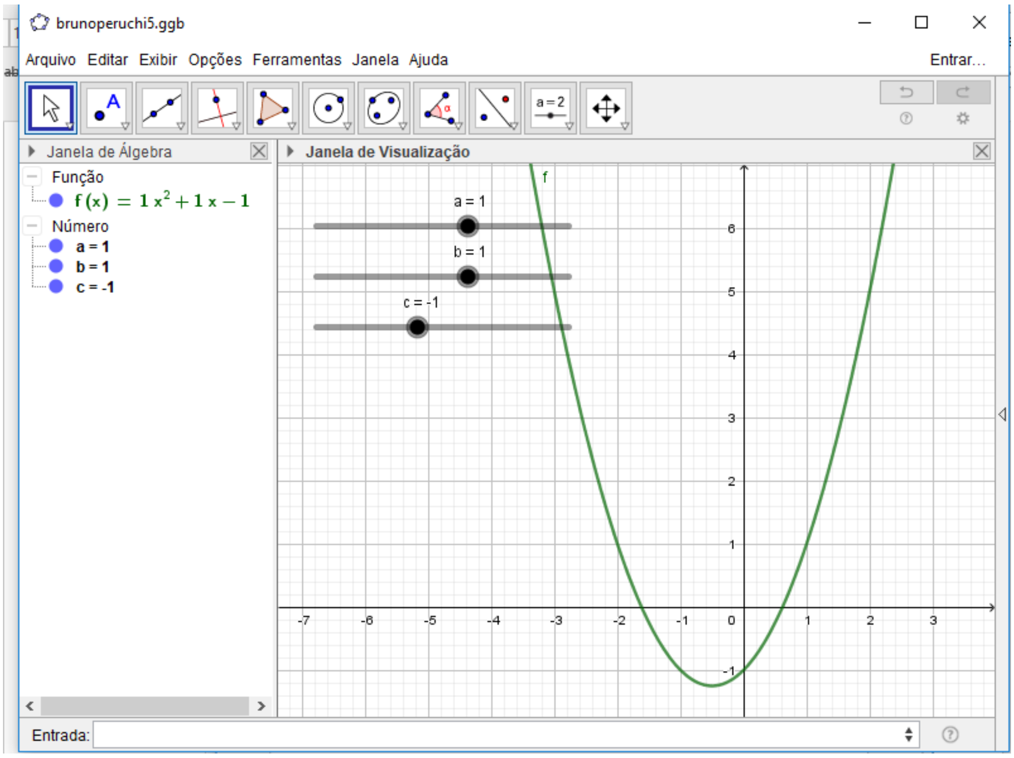
Figura 13 – Tela de uma função do 2º grau invertendo o sinal do coeficiente b



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Invertendo o sinal do coeficiente *c*, nota-se um deslocamento na vertical. Ver figura a seguir.

Figura 14 – Tela de uma função do 2º grau invertendo o sinal do coeficiente c

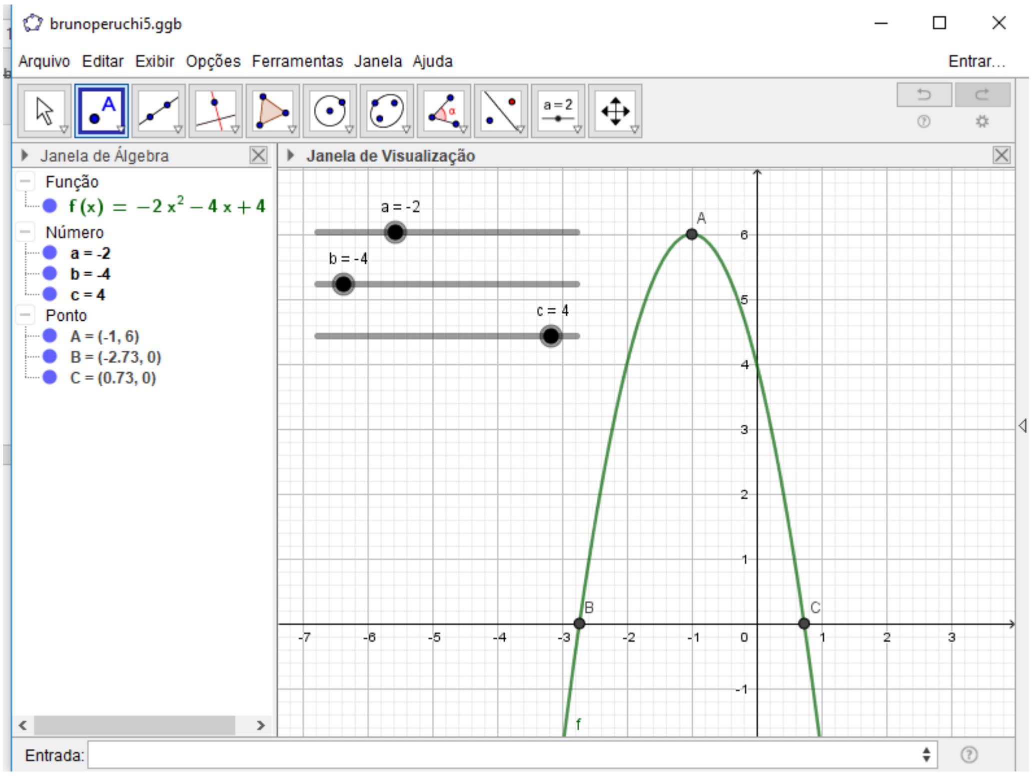


Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Essas informações são importantes para os discentes perceberem o que ocorre com a variação de cada coeficiente e, com isso, chegar a conclusões e modelos que julguem necessários para resolução de problemas práticos em seu curso.

O exemplo da figura 15, mostra o ponto A como valor máximo dessa função, pois seu coeficiente *a* é negativo, logo, a concavidade é voltada para baixo, e como o gráfico intercepta o eixo *x*, tem-se as raízes ou zeros da função que são determinados pelos pontos B e C.

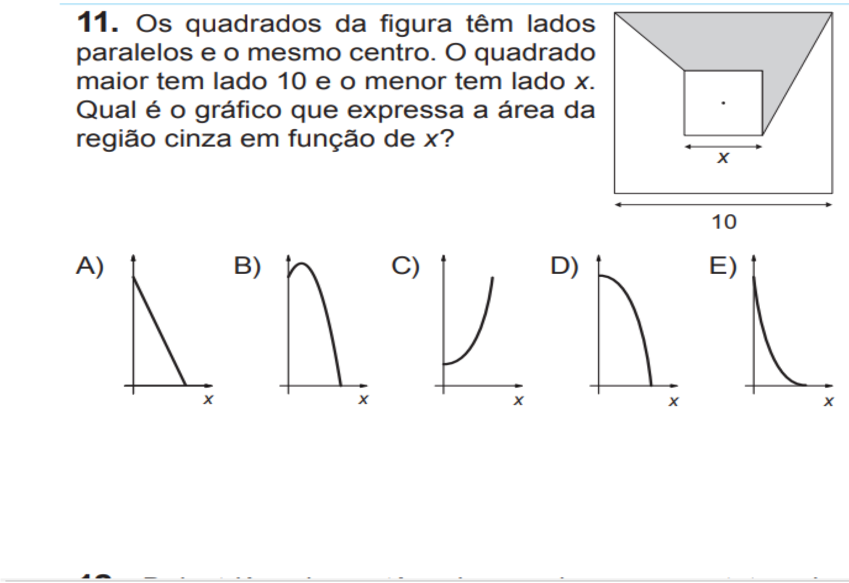
Figura 15 – Tela de uma função do 2º grau alterando os coeficientes



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Da mesma forma que se tem um modelo de uma função do 1º grau, também foi construído um modelo de outra questão da OBMEP que resulta em uma função do 2º grau. Outro exemplo de modelo matemático de uma questão da OBMEP do ano de 2016 é o modelo de resolução apresentado nas figuras subsequentes.

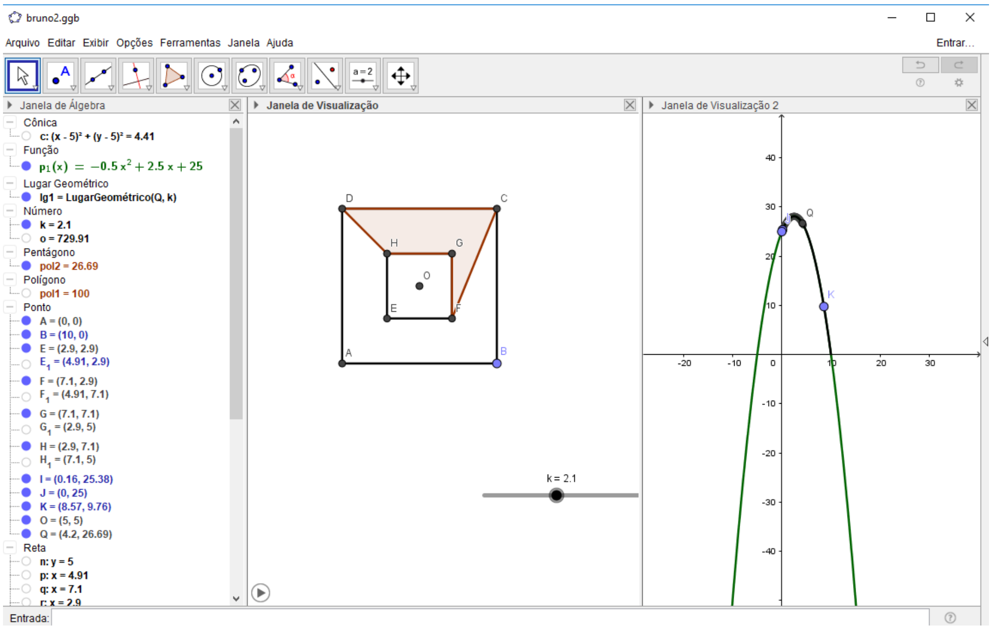
Figura 16 – Questão proposta pela OBMEP no ano de 2016



11. Os quadrados da figura têm lados paralelos e o mesmo centro. O quadrado maior tem lado 10 e o menor tem lado *x*. Qual é o gráfico que expressa a área da região cinza em função de *x*?

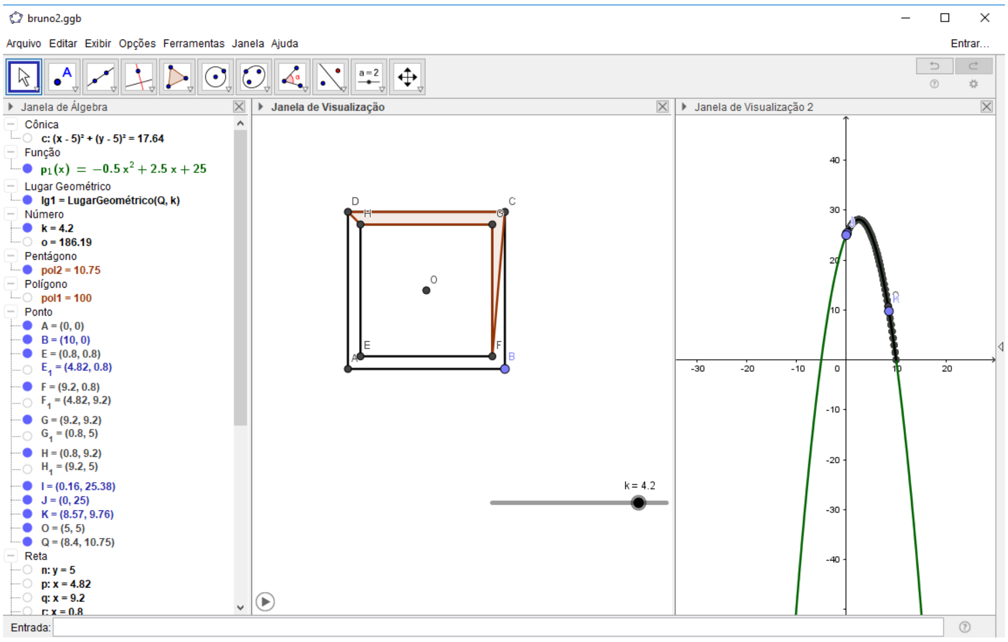
Fonte: OBMEP

Figura 17 – Modelagem da resolução da questão da OBMEP



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

Figura 18 – Modelagem da resolução da questão da OBMEP – 2º grau



Fonte: Imagem captada do *software* Geogebra.

A partir dos exemplos expostos foi possível perceber a versatilidade e fácil usabilidade do software Geogebra, de modo que fica claro como a sua utilização no ensino da matemática, e neste caso, especificamente das funções, pode facilitar a compreensão e fomentar o interesse por este tema que geralmente gera muitas dúvidas e angustias nos estudantes.

4 CONCLUSÕES

Este trabalho mostrou possibilidades de utilização dos conceitos de funções elementares e com aplicação através do *software* Geogebra para demonstração de seus gráficos como uma alternativa para os docentes tornarem a sala de aula mais atrativa e, por consequência, obterem melhores resultados no Ensino da Matemática para o Ensino Médio.

Os docentes podem melhorar a percepção de visualização e entendimento dos conteúdos de funções, com a utilização dos controles deslizantes para mostrar as variações que ocorrem nelas, sabendo das dificuldades dos discentes pela abstração do comportamento dos gráficos e suas interpretações. Com isso, mostra-se que o ensino da matemática pode ser facilitado com uso das funcionalidades do Geogebra, contribuindo para um aprendizado mais significativo na vida escolar dos discentes.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2010.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2003.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo, SP: Ed. Edgard Blücher Ltda., 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CONHECENDO um pouco mais sobre o Geogebra. *Educação Matemática e Tecnologias*. 17 abr. 2013. Disponível em: <http://edumatecno.blogspot.com.br/2013/04/conhecendo-um-pouco-mais-sobre-o.html>. Acesso em: 3 fev. 2018.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. In BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

IEZZI, Gelson. **Matemática**: Ciência e Aplicações. Vol. 1. São Paulo: Editora Saraiva, 2014.

OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA DAS ESCOLAS PÚBLICAS (OBMEP). **Provas e Soluções**. [2017]. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 2 fev. 2017.

PORTANOVA, Ruth (Org.). **Um currículo de matemática em movimento**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2005.

SOUZA, Loana Araújo. **Uma proposta para o ensino da geometria espacial usando o Geogebra 3D** [manuscrito] / Loana Araújo Souza. 2014.