

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

HENRIQUE BATISTA REDIN

APLICAÇÃO DE ANÁLISE MATRICIAL PARA DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL
DE BASE PARA PISTÃO DE ACIONAMENTO DE COMPORTA HIDRÁULICA

Xanxerê

2023

HENRIQUE BATISTA REDIN

APLICAÇÃO DE ANÁLISE MATRICIAL PARA DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL
DE BASE PARA PISTÃO DE ACIONAMENTO DE COMPORTA HIDRÁULICA

Monografia apresentada ao curso de Bacharelado em Engenharia Mecânica do Instituto Federal de Santa Catarina para a obtenção do diploma de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr.
Raphael Basilio Pires
Nonato

Xanxerê

2023

R317a Redin, Henrique Batista
Aplicação de análise matricial para dimensionamento estrutural de base para pistão de acionamento de comporta hidráulica / Henrique Batista Redin. — Xanxerê, 2023.
84 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica).
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina.
Orientador: Prof. Dr. Raphael Basilio Pires Nonato.


1. Usinas hidrelétricas. 2. Comporta vagão. 3. Análise matricial. 4 Verificação estrutural. I. Nonato, Raphael Basilio Pires. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina – Câmpus Xanxerê. III. Título.

HENRIQUE BATISTA REDIN

APLICAÇÃO DE ANÁLISE MATRICIAL PARA DIMENSIONAMENTO
ESTRUTURAL DE BASE PARA PISTÃO DE ACIONAMENTO DE COMPORTA
HIDRÁULICA


Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do título em Bacharel em
Engenharia Mecânica, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de Santa Catarina, e aprovado na sua forma final pela comissão
avaliadora
abaixo indicada.

Xanxerê, 27, novembro e 2023.

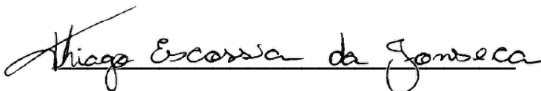
Documento assinado digitalmente
 RAPHAEL BASILIO PIRES NONATO
Data: 01/12/2023 17:45:32-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Raphael Basilio Pires Nonato, Dr
Orientador

Instituto Federal de Santa Catarina

Documento assinado digitalmente
 HEBERT BRIDI MAGNAVITA
Data: 01/12/2023 17:27:55-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Hebert Bridi Magnavita, Eng.
Instituto Federal de Santa Catarina


Thiago Escossia da Fonseca, Eng.
TechnipFMC

ESPAÇO DA FICHA CATALOGRÁFICA OU FICHA DE IDENTIFICAÇÃO DE OBRA

HENRIQUE BATISTA REDIN

APLICAÇÃO DE ANÁLISE MATRICIAL PARA DIMENSIONAMENTO ESTRUTURAL
DE BASE PARA PISTÃO DE ACIONAMENTO DE COMPORTA HIDRÁULICA

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do título em Bacharel em Engenharia Mecânica, pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, e aprovado na sua forma final pela comissão avaliadora abaixo indicada.

Xanxerê, 27, novembro de 2023.

Prof. Raphael Basilio Pires Nonato, Dr
Orientador
Instituto Federal de Santa Catarina

Prof. Hebert Bridi Magnavita, Eng.
Instituto Federal de Santa Catarina

Thiago Escossia da Fonseca, Eng.
TechnipFMC

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus.

Quero estender meus sinceros agradecimentos aos meus pais, cujo apoio incansável foi fundamental nesta jornada. Em especial, dedico minha gratidão à minha mãe, assim como a todos os membros da minha família que estiveram ao meu lado.

Um agradecimento especial ao meu orientador, Professor Raphael, por dedicar seu tempo, compartilhar seus conhecimentos acadêmicos e orientar-me sobre como cultivar uma conduta que me torne um profissional melhor.

Não posso deixar de expressar minha gratidão ao Instituto Federal e a todos os professores do curso de Engenharia Mecânica que contribuíram para o meu crescimento acadêmico.

Àqueles que se tornaram amigos ao longo desta jornada, Fernando Sasso, Henrique Cancelier, Lucas Menin da Silva e Matheus Pelegrini, meu muito obrigado. Vocês são, sem dúvida, uma das maiores conquistas desta batalha.

A Pedro Ganske e Augusto de Martini, meus grandes amigos, agradeço a paciência e pelos valiosos ensinamentos. Sem a presença de vocês, a vida não teria o mesmo brilho e encanto.

“A civilização avança ao ampliar o número de operações que podemos realizar sem pensar nelas”.

A.N. Whitehead

RESUMO

A disponibilidade de energia elétrica é crucial para o desenvolvimento tecnológico de um país. Pode-se gerar este tipo de energia de diversos modos, sendo um deles a geração por usinas hidrelétricas. Esta pesquisa visa aumentar a velocidade de cálculo preliminar para a etapa de orçamentação de uma base para suporte de pistão hidráulico de comporta hidráulica por meio aplicação da análise matricial para o produto em questão. Sob o ponto de vista da natureza da pesquisa este trabalho classifica-se como pesquisa aplicada, pois trata-se de uma verificação estrutural limitada a uma aplicação específica. No que se refere à forma de abordagem, a pesquisa classifica-se como quantitativa, por aplicar um método de verificação e obter valores numéricos de resposta e, também, comparar com valores numéricos admissíveis por norma. Em relação aos objetivos da pesquisa, a mesma considera-se como descritiva, pois elabora uma rotina para verificação estrutural de uma base metálica. Já sob a perspectiva dos métodos, o presente trabalho classifica-se como pesquisa bibliográfica e estudo de caso. Utilizando o programa Python® e a análise matricial, os resultados apontam para uma redução de 863% no tempo de orçamentação com uma perda de acuracidade de 5% relativamente ao mesmo resultado utilizando o método dos elementos finitos (MEF).

Palavras-Chave: Usinas hidrelétricas. Comporta Vagão. Análise Matricial. Verificação estrutural.

ABSTRACT

The availability of electrical energy is crucial for the technological development of a country. One method of generating this type of energy is through hydroelectric power plants. This research aims to increase the speed of preliminary calculations for the budgeting phase of a base supporting a hydraulic gate piston by applying matrix analysis to the product in question. From a research nature perspective, this work is classified as applied research, focusing on structural verification limited to a specific application. In terms of approach, the research is quantitative, employing a verification method to obtain numerical response values and comparing them with norm-admissible numerical values. Concerning the research objectives, it is considered descriptive, as it develops a routine for the structural verification of a metal base. From a methodological standpoint, this work is categorized as literature review and case study. Using the Python® program and matrix analysis, the results indicate a 863% reduction in budgeting time with a 5% loss of accuracy compared to the same results using the finite element method (FEM).

Keywords: Hydroelectric power plants. Hydraulic Gate. Matrix Analysis. Structural Verification.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Partes de uma comporta vagão.	6
Figura 2 – Acionamento manual por parafuso de potência	7
Figura 3 – Acionamento por cabo de aço.	8
Figura 4 – a) Apoiado no piso de operação; b) Suspensão; c) Posição reversa.	10
Figura 5 – Partes que compõem o sistema hidráulico.	10
Figura 6 – Convenção de sinal para viga.	11
Figura 7 – Comportamento estrutural de uma viga submetida a momento fletor.	12
Figura 8 – Linha elástica para uma carga concentrada vertical entre o meio do segmento AC.	13
Figura 9 – Deformação angular em um elemento de viga.	15
Figura 10 – Eixo circular submetido a torção.	17
Figura 11 – Eixo de seção transversal quadrado sob esforço de torção.	17
Figura 12 – Concentração de tensão para chapa retangular com furo central.	19
Figura 13 – Elemento de barra.	20
Figura 14 – Elemento de barra.	20
Figura 15 – Caso típico de grelha.	23
Figura 16 – a) Transformação de coordenadas locais para globais; b) Viga com coordenadas locais.	25
Figura 17 – Deslocamentos nas extremidades de um elemento.	26
Figura 18 – Cargas em um elemento.	26
Figura 19 – Reações de apoio de uma viga bi-engastada com carga distribuída descentralizada.	28
Figura 20 – Viga I discretizada em elementos finitos.	30
Figura 21 – Valores “s” para tensões admissíveis.	31
Figura 22 – Fluxograma da metodologia.	32
Figura 23 – Geometria da base metálica.	33
Figura 24 – Condições de contorno.	34
Figura 25 – Diagrama da estrutura e sistemas de coordenadas.	34
Figura 26 – Vista superior com dimensões em milímetros do caso específico escolhido.	35
Figura 27 – Elementos três e quatro como viga bi-engastada.	40
Figura 28 – Diagrama de esforços internos no elemento 1.	47
Figura 29 – Diagrama de esforços internos no elemento 2.	48

Figura 30 – Diagrama de esforços internos no elemento 3.....	49
Figura 31 – Caso de cargas para o cálculo da tensão na viga.....	51
Figura 32 – CAD 3D para simulação da base metálica.....	52
Figura 33 – Condições de contorno da simulação: a) Região da simetria; b) Carga aplicada; c) Região de engaste.....	52
Figura 34 – Malha para simulação.....	53
Figura 35 – Resultados da simulação.....	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Condições de contorno.....	14
Tabela 2 – Propriedades dos materiais.....	36
Tabela 3 – Propriedades geométricas.....	36
Tabela 4 – Tabela de comprimentos dos elementos.....	36
Tabela 5 – Tabela de montagem da matriz de rigidez global.....	39
Tabela 6 – Deslocamentos e reações.....	46
Tabela 7 – Tensões e deslocamentos obtidos a partir da simulação.....	53
Tabela 8 – Comparação entre os métodos.....	55
Tabela 9 – Comparação entre os tempos para obtenção de resultados dos métodos.	55

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica

CAD – Desenho auxiliado por computador

IFSC – Instituto Federal de Santa Catarina

MEF – Método dos elementos finitos

NBR – Norma Brasileira Regulamentadora

LISTA DE SÍMBOLOS

$\sigma_{máxf}$ = Tensão normal máxima de flexão

$\sigma_{máx}$ = Tensão máxima

M = Momento interno resultante

I = Momento de inércia da área da seção transversal em torno do eixo neutro

c = Distância perpendicular do eixo neutro ao ponto mais afastado

c = Raio externo

σ_{nomf} = Tensão nominal de flexão

σ_{nom} = Tensão nominal

D = Largura da chapa

d = Diâmetro do furo

t = Espessura da chapa

ρ = Raio de curvatura em um ponto específico da linha elástica

ρ = Matriz de senos e cossenos para transformação de coordenadas

E = Módulo de elasticidade do material

$v_b(x)$ = Função da deflexão

$v_s(x)$ = Função da deflexão

$V(x)$ = Função do esforço cortante

$M(x)$ = Função do momento fletor

Δ = Deslocamento da linha elástica na vertical

θ = Ângulo de inclinação da linha elástica

γ_c = Ângulo com a horizontal

α_s = Coeficiente de cisalhamento

G = Módulo de elasticidade transversal

A = Área da seção transversal

A = Área da seção transversal da barra

$\tau_{máx}$ = Tensão de cisalhamento máxima por torção

T = Torque aplicado

a = Comprimento do lado do quadrado

a = Comprimento da carga distribuída

c = Raio externo

J = Momento polar de inércia

K = Fator de concentração de tensão

X = Força

L = Comprimento inicial da barra

L = Comprimento da viga

u = Variação no comprimento da barra

\bar{X}_i = Carga axial elementar no nó i

\bar{X}_j = Carga axial elementar no nó j

\bar{u}_i = Deslocamento axial elementar no nó i

\bar{u}_j = Deslocamento axial elementar no nó j

\bar{X}'_i = Carga axial elementar no nó i para a primeira etapa

\bar{X}'_j = Carga axial elementar no nó j para a primeira etapa

\bar{X}''_i = Carga axial elementar no nó i para a segunda etapa

\bar{X}''_j = Carga axial elementar no nó j para a segunda etapa

\bar{F} = Matriz de cargas elementar

\bar{k} = Matriz de rigidez elementar em relação as coordenadas locais

$\bar{\delta}$ = Matriz de deslocamentos elementar

F = Matriz de cargas global

k = Matriz de rigidez elementar em relação as coordenadas globais

δ = Matriz de deslocamentos global

K = Matriz de rigidez global

n = Número do elemento

k^n = Matriz de rigidez elementar n em relação às coordenadas globais

r^n = Matriz transformação de coordenadas do elemento n

$(r^n)^T$ = Transposta da matriz de transformação de coordenadas do elemento n

\bar{k}^n = Matriz de rigidez elementar n em relação as coordenadas locais

r = Matriz de transformação de coordenadas

q = Carga distribuída

M_a e M_b = Reação de momento em A e B, respectivamente

R_a e R_b = Reação em A e B, respectivamente

\bar{F}_f^n = Matriz de cargas do elemento n em relação as coordenadas locais

\bar{F}_s^n = Matriz de cargas do elemento n em relação as coordenadas locais

F_S^n = Matriz de cargas do elemento n em relação as coordenadas globais

F_S = Matriz resultante de cargas elementares

F_c = Matriz de reações de apoio

\bar{F}_r = Cargas internas resultantes na estrutura

\bar{F}_d = Cargas internas devido aos deslocamentos

\bar{F}_f = Cargas internas devido as cargas aplicadas no elemento

w_n = Deslocamento translacional na direção z do nó n

φ_n = Deslocamento angular em torno do eixo x do nó n

θ_n = Deslocamento angular em torno do eixo y do nó n

R_{zn} = Reação na direção z do nó n

R_{Tn} = Reação de momento em torno de x do nó n

R_{Mn} = Reação de momento em torno de y do nó n

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	3
1.1.1 Objetivo geral	3
1.1.2 Objetivos específicos.....	3
2 DESENVOLVIMENTO	4
2.3 Comportas hidráulicas.....	4
2.3.1 Comporta vagão.....	5
2.4 Mecanismos de manobra de comportas hidráulicas	6
2.4.1 Parafuso de potência.....	7
2.4.2 Cabo de aço	8
2.4.3 Sistemas hidráulicos	8
2.5 Verificação estrutural.....	11
2.5.2 Modelo de viga de Euler-Bernoulli.....	11
2.5.2.1 Tensão de flexão	11
2.5.2.2 Deflexão	13
2.5.3 Modelo de viga de Timoshenko.....	15
2.5.4 Torção.....	16
2.5.5 Concentração de tensão	18
2.5.5 Análise matricial	19
2.5.5.1 Princípios gerais.....	19
2.5.5.2 Caso de grelha	23
2.5.5.3 Matriz de rigidez elementar	23
2.5.5.4 Transformação de coordenadas.....	24
2.5.5.5 Matriz de deslocamentos.....	25
2.5.5.6 Matriz de cargas.....	26
2.5.5.7 Cargas internas	29
2.5.6 Elementos Finitos	29
2.5.7 Tensões admissíveis	31
3 METODOLOGIA.....	32
3.1 Delimitações da pesquisa.....	32

3.2 Fluxograma do trabalho.....	32
3.3 Definição da geometria	33
3.4 Condições de contorno.....	33
3.5 Diagrama da estrutura.....	34
3.6 Caso específico.....	35
3.7 Definição de seções e materiais.....	35
3.8 Matriz de rigidez elementar e transformação de coordenadas.....	36
3.9 Montagem da matriz de rigidez global.....	38
3.10 Montagem da matriz de carregamentos.....	40
3.11 Montagem da matriz de deslocamentos.....	44
3.12 Solução: obtenção dos deslocamentos dos nós e esforços nos elementos.....	44
3.13 Cálculo da tensão.....	45
3.14 Aplicação em MEF e solução	45
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	46
4.1 Solução: obtenção dos deslocamentos dos nós e esforços nos elementos.....	46
4.2 Cálculo da tensão.....	50
4.3 Aplicação em MEF e solução	51
4.4 Comparação entre os dois métodos.....	55
5 CONCLUSÕES	56
5.1 Sugestão para trabalhos futuros.	57

1 INTRODUÇÃO

A disponibilidade de energia elétrica é de suma importância para o desenvolvimento industrial e tecnológico de um país. Esse tipo de energia pode ser obtido de diversos modos, dentre os quais cita-se a geração por usinas hidrelétricas.

Neste contexto, as usinas que trabalham com reservatório de acumulação, podem garantir geração de energia futura por medição de energia potencial disponível em seu reservatório, trabalhando como uma bateria que auxilia no controle de oferta e demanda de geração e consumo de energia elétrica no país. (EPE, sem data)

A energia elétrica proveniente de geração hidráulica é responsável por 58% da capacidade total instalada em operação, de acordo com a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2022). Isto evidencia que é de grande importância para a matriz energética nacional.

Ainda, segundo Empresa de Pesquisa Energética (EPE, sem data), 40% do potencial de geração de energia elétrica por geração hidráulica ainda não foi aproveitado. Isso mostra que, mesmo o Brasil tendo uma vasta quantidade de usinas hidrelétricas em operação, ainda há espaço para novos empreendimentos.

Dessa maneira, o projeto, construção e funcionamento de usinas hidrelétricas necessitam de melhoria constante para garantir que se tenha a maior eficiência possível em relação a retorno de investimento, assim como o consumo de recursos para sua construção. Uma maneira de se atingir esse objetivo é por meio de verificação estrutural adequada de equipamentos que farão parte dessas usinas.

Um dos grupos de equipamentos responsáveis pelo funcionamento da usina hidrelétrica são as chamadas comportas hidráulicas, cujas partes que compõem uma comporta são: o tabuleiro, as peças fixas e o mecanismo de manobra (ERBISTI, 2004).

No que se refere ao equipamento responsável pela manobra, uma das soluções é o sistema hidráulico. Esse sistema é composto por pistão hidráulico, tubulações e conexões, unidade hidráulica responsável pelo controle e base metálica para suporte. (ERBISTI, 2004).

A base metálica que suporta o esforço que o pistão desempenha é de grande importância para o funcionamento da comporta, assim como para a segurança da usina. Por isso, é preciso que esteja verificada estruturalmente de modo adequado e que use o menor tempo possível para essa tarefa.

O tempo despendido para obtenção de verificação dimensional, para fase de orçamentação acurados, é crucial. Quanto mais preciso e rápido o método, maior a competitividade em um mercado maduro. Portanto, é importante que existam maneiras rápidas e inteligentes de se obter resultados de verificação estrutural da base metálica para cilindro hidráulico.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

Aumentar a velocidade de cálculo preliminar para a etapa de orçamentação de uma base para suporte de pistão hidráulico de comporta hidráulica por meio da aplicação da análise matricial (verificação estrutural) para o produto em questão.

1.1.2 Objetivos específicos

- 1) Adaptar o método de análise matricial para verificação estrutural de base para suporte de pistão hidráulico para acionamento de comporta hidráulica;
- 2) Aplicar a análise matricial em uma situação específica (estudo de caso);
- 3) Comparar com resultados de tensão obtidos a partir da aplicação do método dos elementos finitos;
- 4) Quantificar a diferença de tempo para a obtenção de resultados ao comparar a análise matricial e o método dos elementos finitos;

2 DESENVOLVIMENTO

O presente capítulo trata de assuntos pertinentes a comportas hidráulicas, seus tipos de acionamentos e métodos de dimensionamento estrutural que servem de base para a solução aqui proposta.

2.3 Comportas hidráulicas

Comportas hidráulicas são equipamentos mecânicos responsáveis por controlar vazões hidráulicas em condutos livres ou forçados. E devem funcionar de maneira independente da tubulação. Ou seja, a funcionalidade da comporta não deve depender da integridade física do conduto. (SOUZA; SANTOS; BORTONI, 2009).

Erbisti (2004) explica que as primeiras aplicações de comportas hidráulicas foram nas áreas de irrigação, abastecimento de água e navegação fluvial. Já os primeiros meios de transporte de mercadoria por canais e escoamento de água de enchentes foram feitos na China. Somente por volta do ano de 983 que os chineses descobriram que colocando duas limitações em um canal criava-se um lago, onde o nível da água poderia ser abaixado ou elevado de maneira suave.

O primeiro canal com eclusas das Américas foi o *Little Falls*, no ano de 1795. Nessa obra observou-se que as comportas de madeira das eclusas detinham detalhes inusitados para a época. “Ao invés de uma superfície plana, as comportas formavam, na posição fechada, um ângulo apontando para montante e a pressão d’água fechava a extremidade livre dos dois elementos” (ERBISTI, 2004, p. 1).

Segundo Erbisti (2004), foi por volta de 1830 que as primeiras comportas metálicas começaram a surgir. Esse surgimento fomentou-se pelo avanço tecnológico e pela necessidade de que fossem construídos empreendimentos maiores e complexos.

Em conformidade com a NBR 7259 (2001) as comportas são classificadas de acordo com a sua movimentação em funcionamento. Podem ser comportas de translação, comportas de deslizamento ou comportas de translo- rotação. A norma ainda exemplifica 17 tipos de comportas diferentes. O presente trabalho se propõe a analisar a comporta vagão.

2.3.1 Comporta vagão

Erbisti (2004) menciona que as partes que compõem uma comporta são: tabuleiro, peça fixa e mecanismo de manobra. E que, de todos os modelos de comporta, a comporta vagão é mais comum.

Essa configuração é composta basicamente pelo tabuleiro, eixos, rodas e vedações. O tabuleiro é composto por uma chapa plana e enrijecido por componentes estruturais verticais e horizontais. Além disto, nas extremidades laterais e superior o tabuleiro é enrijecido por chapas de fechamento. Já as rodas são montadas nos eixos que estão montados lateralmente no tabuleiro. O conjunto de eixo e roda tem a função de diminuir o atrito entre o tabuleiro e as peças fixas e também transmitir as cargas para as partes fixas, conforme a figura 1. (ERBISTI, 2004).

De acordo com Lewin (1995), as seguintes vantagens e desvantagens podem ser citadas quando se trata de comportas de içamento vertical:

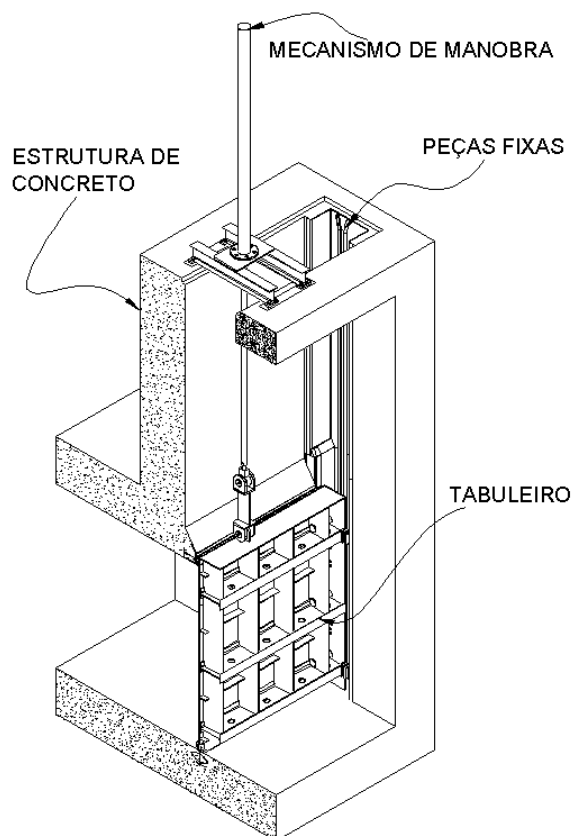
Vantagens:

- a) Menor comprimento das paredes do canal.
- b) Distribuição da carga hidrostática.

Desvantagens:

- a) Necessidade de nichos adicionais na estrutura civil.
- b) Possibilidade de acúmulo de sujeira nas rodas.
- c) Estrutura no piso de operação para realização de manobras.
- d) As rodas funcionam embaixo da água.
- e) Custo adicional pela necessidade de estrutura de suporte para o mecanismo de manobra.

Figura 1 – Partes de uma comporta vagão.



Fonte: Do autor (2023).

2.4 Mecanismos de manobra de comportas hidráulicas

Os mecanismos de manobra são utilizados para a operação das diversas comportas hidráulicas existentes. Essa operação inclui a necessidade de manutenção dos próprios componentes do equipamento. Também faz com que a comporta execute sua função de controle da vazão que alimenta o canal ou o conduto forçado. As comportas de içamento vertical usualmente utilizam parafusos de potência, cabos de aço, correntes ou sistemas hidráulicos para executarem os movimentos que são projetados a executar. (ERBISTI, 2004)

Erbisti (2004) diz que a principal função do equipamento de içamento é executar uma grande força de operação com um baixo consumo de energia. Essa força de operação surge a partir do peso da comporta, cargas hidrodinâmicas, forças de atrito e cargas acidentais ou ocasionais. Ainda cita que comumente a distância de abertura da comporta durante o funcionamento é pequena. Por exemplo, comportas de vertedouro tem sua abertura em valores na escala de um metro.

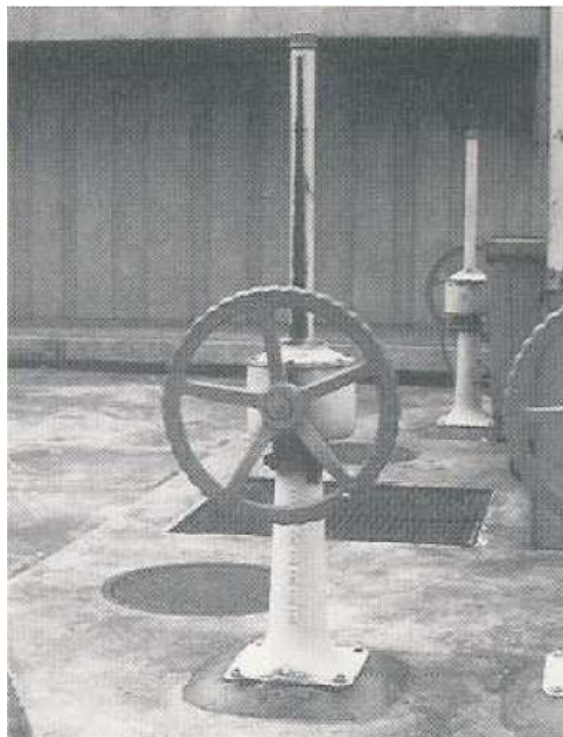
2.4.1 Parafuso de potência

A aplicação do acionamento por parafuso de potência em comporta vagão usualmente acontece em casos em que a carga atuante na comporta é pequena, o que resulta em um esforço de manobra pequeno. Esse tipo de acionamento geralmente está conectado com o tabuleiro de maneira que a porca deve girar, mas a comporta não. Geralmente, o acionamento do mecanismo pode acontecer de maneira manual ou automatizada. (ERBISTI, 2004). Conforme a figura 2 demonstra.

Conforme explica Erbisti (2004), a porca é submetida à carga de atrito do suporte e frequentemente é apoiada em rolamento. Esse mecanismo de acionamento geralmente é montado em um quadro e acoplado a um pedestal de ferro fundido que fica parafusado no piso de operação.

Apesar de apresentar baixa eficiência e alto custo quando comparado com acionamentos por cabo de aço, o sistema de acionamento por parafuso de potência é confiável. Porém, esse tipo de equipamento apresenta a desvantagem de ser autotravante. Isso significa que a necessidade que a comporta tem de executar o movimento de descida por peso próprio é prejudicado. (ERBISTI, 2004).

Figura 2 – Acionamento manual por parafuso de potência

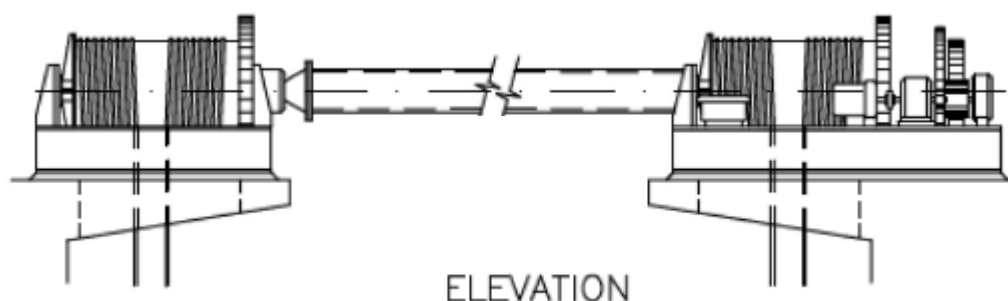


2.4.2 Cabo de aço

Quando há o movimento de descida da comporta por peso próprio o acionamento por cabo de aço é amplamente utilizado. Essa condição de que a comporta deve executar o movimento de descida pelo próprio peso é necessária, pois os cabos de aços só conseguem executar esforço de tração. Ou seja, não há como o cabo de aço empurrar a comporta para baixo. Ainda, são aplicados amplamente em comporta vagão, nos casos em que a força de atrito é menor do que o peso da comporta, conforme a figura 3. (ERBISTI, 2004).

Sua forma construtiva básica é composta por dois tambores com canais helicoidais usinados, onde o cabo de aço se enrola para fazer o movimento de subida e se desenrola para fazer o movimento de descida. Esses tambores são instalados em alinhamento com as laterais da comporta e são acionados por motor elétrico com redutor de velocidade. Já a transferência de potência entre os tambores é feita por meio de um eixo que os conecta. (ERBISTI, 2004).

Figura 3 – Acionamento por cabo de aço.



Fonte: Erbisti 2004.

2.4.3 Sistemas hidráulicos

Erbisti (2004) cita que o sistema mais comumente utilizado para acionamento de comportas hidráulicas é o sistema hidráulico. Dentre suas vantagens, as principais são: grande capacidade de carga relacionada com um projeto simples, confiabilidade e facilidade na operação. Sua composição básica é um cilindro hidráulico alimentado por óleo pressurizado e controlado por uma unidade hidráulica.

O pistão hidráulico pode ser de simples ação ou de dupla ação. Os cilindros de

simples ação são aplicados quando o peso próprio da comporta garante o movimento de fechamento. Quando essa condição não é satisfeita o cilindro de dupla ação é selecionado. (ERBISTI, 2004).

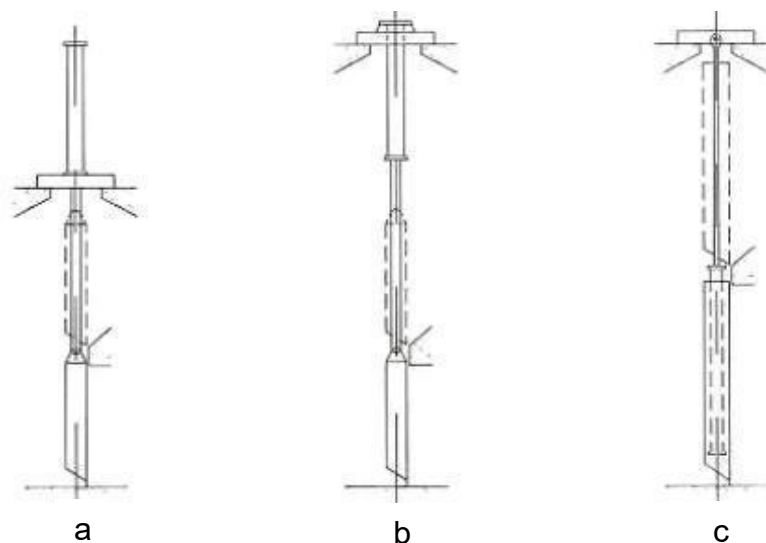
Quando comparado com outros sistemas de manobra, o hidráulico apresenta a desvantagem da limitação das distâncias que o cilindro pode executar. Desta forma, restringe o movimento do pistão para abertura e fechamento total da comporta. Por isso, quando há a necessidade de se fazer uma manutenção no tabuleiro, ou seja, elevar o tabuleiro até o piso de operação, é preciso que existam equipamentos auxiliares. (ERBISTI, 2004).

De acordo com Índia (2022), os fatores que influenciam na escolha do tipo do sistema de içamento podem ser definidos pelo projetista, mas em geral as condições que influenciam na escolha do sistema hidráulico são as seguintes:

- a) O sistema pode demandar alta capacidade.
- b) Maior esforço de içamento/menor velocidade.
- c) Velocidade mais rápida é possível com o amortecimento das vibrações do tabuleiro e amortecimento no final do curso especialmente para comportas de fechamento por gravidade (emergência).
- d) Maior eficiência no sistema, pois há a mínima quantidade de peças móveis quando comparado a outros sistemas de acionamento.
- e) Menor desgaste devido a autolubrificação.
- f) Resposta mais rápida ao mecanismo de controle. O fechamento de emergência pode ser atendido com facilidade.
- g) O uso do sistema hidráulico implica na fácil programação de operação pelo fato de que a velocidade de abertura e fechamento da comporta pode ser facilmente manipulada. Por isso a operação de controle remoto eficaz é possível.
- h) Necessidade de força de fechamento positiva.

De acordo com Erbisti (2004), os cilindros hidráulicos podem trabalhar de maneira submersa e em qualquer posição. Eles podem ser instalados no piso de operação, suspensos pela parte superior ou em posição reversa, onde o cilindro é móvel e a haste é fixa. Conforme demonstra a figura 4.

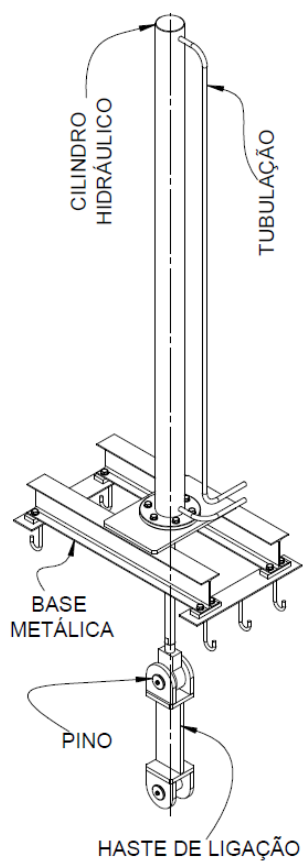
Figura 4 – a) Apoiado no piso de operação; b) Suspensão; c) Posição reversa.



Fonte: Erbisti 2004.

O modelo para a base, que serve de apoio para o cilindro adotado neste trabalho é o caso “a” da figura 4, em que o cilindro é apoiado no piso de operação.

Figura 5 – Partes que compõem o sistema hidráulico.



Fonte: Do autor (2023).

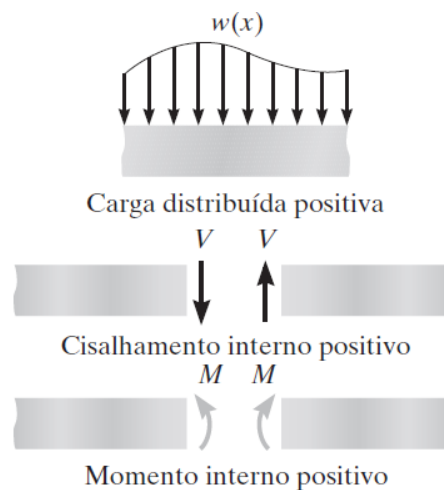
A figura 5 mostra os componentes do conjunto de acionamento por cilindro hidráulico. Neste trabalho, a base metálica é analisada.

2.5 Verificação estrutural

2.5.1 Convenção de sinais

Para determinar tensões e deformações em vigas julga-se necessário adotar uma convenção de sinal de maneira a determinar a força cortante interna e momento fletor como valores positivos e negativos. Dessa maneira, adota-se conforme demonstra a figura 6.

Figura 6 – Convenção de sinal para viga.



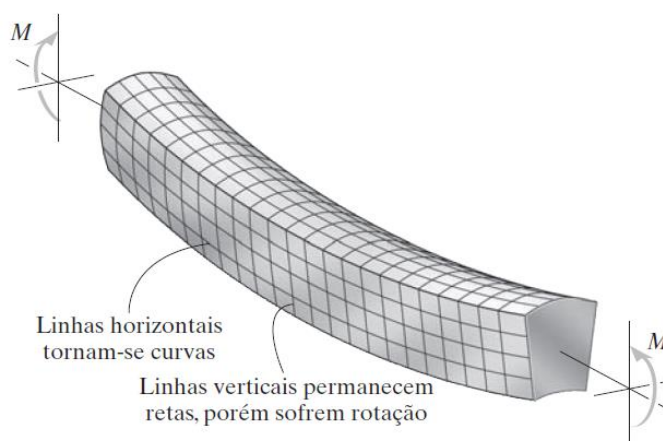
Fonte: Hibbeler (2010).

2.5.2 Modelo de viga de Euler-Bernoulli

2.5.2.1 Tensão de flexão

O modelo de viga de Euler-Bernoulli é um dos modelos clássicos do estudo da resistência dos materiais que prevê o comportamento de uma viga quando submetida a cargas transversais ao seu eixo longitudinal. Assim, quando submetida a uma carga de momento fletor a viga tende a assumir o comportamento conforme a figura 7 demonstra.

Figura 7 – Comportamento estrutural de uma viga submetida a momento fletor.



Fonte: Hibbeler (2010).

Segundo Hibbeler (2010), é necessário assumir três condições em relação ao modo como a tensão deforma material:

- O eixo longitudinal que se encontra no interior da superfície neutra não sofre mudança em seu comprimento.
- Todas as seções transversais da viga permanecem planas e perpendiculares ao eixo longitudinal em sua forma deformada.
- Qualquer deformação da seção transversal dentro do seu próprio plano é desprezada.

Segundo Hibbeler (2010) parte-se do princípio de que o material se comporta de maneira linear elástica e aplica-se da lei de Hooke, ou seja, uma variação linear da deformação normal é a consequência de uma variação linear da tensão normal. Também se assume que o eixo neutro é o mesmo que o eixo do centroide horizontal para a seção transversal analisada. Assim, é determinado que a tensão de flexão pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\sigma_{máxf} = \frac{Mc}{I} \quad (1)$$

$\sigma_{máxf}$ = Tensão normal máxima de flexão

M = Momento interno resultante

I = Momento de inércia da área da seção transversal em torno do eixo neutro

c = Distância perpendicular do eixo neutro ao ponto mais afastado

De acordo com Ugural (2018), a tensão nominal de flexão em uma placa fina com um furo circular central pode ser calculada de acordo com a equação (2)

$$\sigma_{nomf} = \frac{6M}{(D - d)t^2} \quad (2)$$

σ_{nomf} = Tensão nominal de flexão

D = Largura da chapa

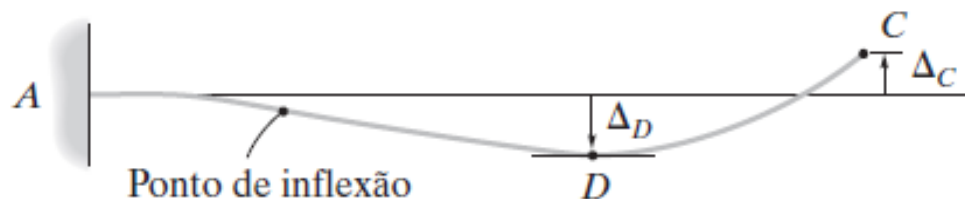
d = Diâmetro do furo

t = Espessura da chapa

2.5.2.2 Deflexão

Previamente à determinação de inclinação e deslocamento de um ponto em uma viga é necessário determinar que: “O diagrama da deflexão do eixo longitudinal que passa pelo centroide de cada área da seção transversal da viga é denominado linha elástica” (HIBBELER, 2010, p. 421). Um exemplo de linha elástica pode ser observado na figura 8.

Figura 8 – Linha elástica para uma carga concentrada vertical entre o meio do segmento AC.



Fonte: Hibbeler (2010).

Para relacionar o momento fletor interno na viga e o raio de curvatura, Hibbeler (2010) atribui que se o material for homogêneo e comportar-se de maneira linear elástica, a lei de Hooke, e a fórmula da tensão de flexão (1) podem ser aplicadas. Dessa forma, pode-se admitir a próxima equação:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} \quad (3)$$

$\rho =$ Raio de curvatura em um ponto específico da linha elástica

$E =$ Módulo de elasticidade do material

O produto EI denomina-se rigidez a flexão. E quando esse valor for constante ao longo do comprimento da viga pode-se estabelecer o seguinte conjunto de equações para obter a função da linha elástica. (HIBBELER, 2010).

$$EI \frac{d^3 v_b(x)}{dx^3} = V(x) \quad (4)$$

$$EI \frac{d^2 v_b(x)}{dx^2} = M(x) \quad (5)$$



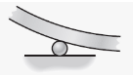

$v_b(x) =$ Função da deflexão




$V(x) =$ Função do esforço cortante

$M(x) =$ Função do momento fletor

A solução sucessiva necessita integrações que resultarão em constantes de integração que deverão ser resolvidas para cada caso específico. Assim, utilizam-se as condições de contorno para solução dos valores dessas constantes. Na tabela 1 é possível visualizar a utilização das condições de contorno.

Tabela 1 – Condições de contorno.

Desenho	Tipo	Δ	M	V	θ
	Rolete	0	0	-	-
	Pino	0	0	-	-
	Rolete	0	-	-	-
	Pino	0	-	-	-

	Extremidade fixa	0	-	-	0
	Extremidade livre	-	0	0	-
	Pino	-	0	-	-

Fonte: Adaptado de Hibbeler (2010).

Onde:

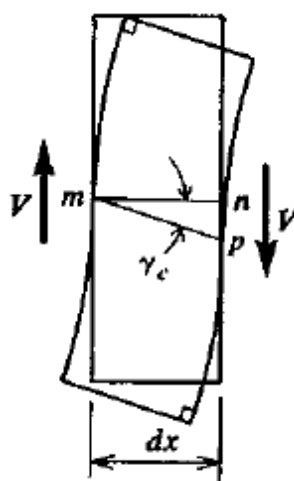
$\Delta =$ Deslocamento da linha elástica na vertical

$\theta =$ Ângulo de inclinação da linha elástica

2.5.3 Modelo de viga de Timoshenko

O modelo de viga de Euler-Bernoulli não considera os efeitos de deformação devido ao cisalhamento. De acordo com Timoshenko (1982), há a deflexão adicional devido ao efeito de deformações angulares, que fazem com que o comprimento de um elemento de comprimento dx sofra deformação conforme a figura 9 demonstra.

Figura 9 – Deformação angular em um elemento de viga.



Fonte: Timoshenko (1982).

A linha mn e mp da figura 9 exemplificam, respectivamente, o eixo original da viga e a posição do eixo após a deformação angular. Demonstra-se que um ângulo é formado entre o eixo inicial e o eixo deformado. (TIMOSHENKO, 1982). Esse ângulo

desenvolvido é aproximadamente igual a inclinação da linha elástica decorrente ao efeito unicamente do cisalhamento.

Para obter-se as deformações devido ao cisalhamento é possível utilizar a seguinte expressão:

$$\frac{dv_s(x)}{dx} = \gamma_c = \frac{\alpha_s V}{GA} \quad (6)$$

$v_s(x)$ = Função da deflexão

γ_c = Ângulo com a horizontal

α_s = Coeficiente de cisalhamento

G = Módulo de elasticidade transversal

A = Área da seção transversal

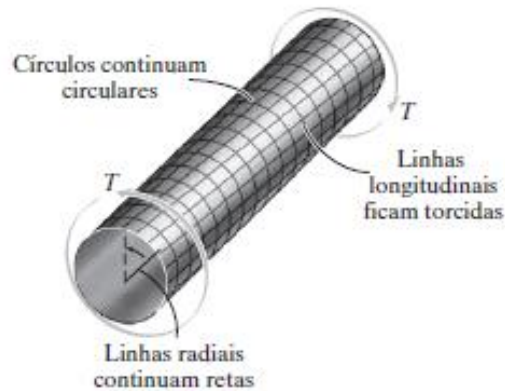
O valor do coeficiente de cisalhamento α_s tem seu valor igual a $\alpha_s = 3/2$ para seção transversal retangular, $\alpha_s = A/A_a$ para viga I, onde o valor de A_a é a área da alma da seção transversal da viga. Assim, para representar a função da linha elástica contemplada pelos efeitos de tensão normal e de cisalhamento é necessário somar as equações correspondentes a $v_s(x)$ e $v_b(x)$. (TIMOSHENKO, 1982).

Para se obter os valores numéricos das constantes de integração para resolução da equação diferencial utilizam-se as condições de contorno da tabela 1.

2.5.4 Torção

Quando um momento é aplicado a um corpo e o vetor deste momento é colinear com o eixo longitudinal do corpo, então este corpo está submetido a um torque. Esse torque faz com que a deformação seja correspondente a uma torção. O raio de um eixo circular continua tendo a mesma forma, ao passo que na direção longitudinal tendem a formar hélices. Assim, para ângulos de rotação pequenos, o comprimento e as dimensões da seção transversal continuam inalteradas, conforme a figura 10 demonstra. (HIBBELER, 2010).

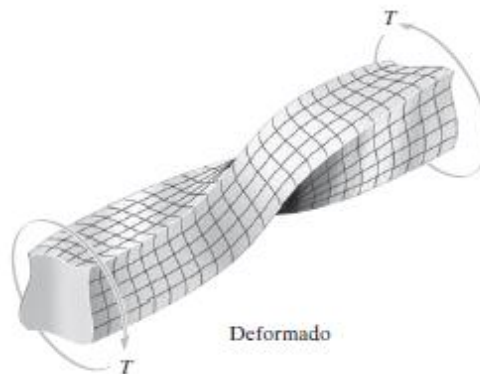
Figura 10 – Eixo circular submetido a torção.



Fonte: Hibbeler (2010).

Para elementos estruturais cuja seção transversal não é simétrica em relação a sua linha central, a deformação devido a torção assume uma forma mais complexa. Para estes casos, a distribuição da tensão não é uniforme, e assim, possui pontos de cisalhamento máximo. Em uma aplicação de seção transversal quadrada o máximo cisalhamento vai ocorrer em um ponto da borda da seção transversal mais próxima da linha central do eixo. Mostra-se um exemplo na figura 11. (HIBBELER, 2010).

Figura 11 – Eixo de seção transversal quadrado sob esforço de torção.



Fonte: Hibbeler (2010).

Obtêm-se o valor da tensão de cisalhamento máxima para um eixo de seção transversal quadrado a partir da seguinte equação:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{4,81T}{a^3} \quad (7)$$

$\tau_{m\acute{a}x}$ = Tensão de cisalhamento máxima por torção

T = Torque aplicado

a = Comprimento do lado do quadrado

Para seções circulares a tensão de cisalhamento pode ser calculada a partir da seguinte forma:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \frac{Tc}{J} \quad (8)$$

c = Raio externo

J = Momento polar de inércia

2.5.5 Concentração de tensão

Segundo Ugural (2018), mudanças abruptas na geometria provocam concentrações de tensões. Essas discontinuidades são encontradas em entalhes, furos e filetes. Porém, as equações da mecânica dos materiais são construídas a partir das premissas que o material se mantenha linearmente elástico e que as variações de desenho sejam graduais. Para que os efeitos sejam calculados é preciso utilizar o fator de concentração de tensão K . Esse fator é obtido usualmente de maneira experimental ou por meio de elementos finitos.

O fator de concentração de tensão é aplicado como um multiplicador ao valor de tensão nominal do material na região onde a concentração de tensão se encontra. Para isso, utiliza-se a equação 9. (UGURAL, 2018).

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_{nomf}K \quad (9)$$

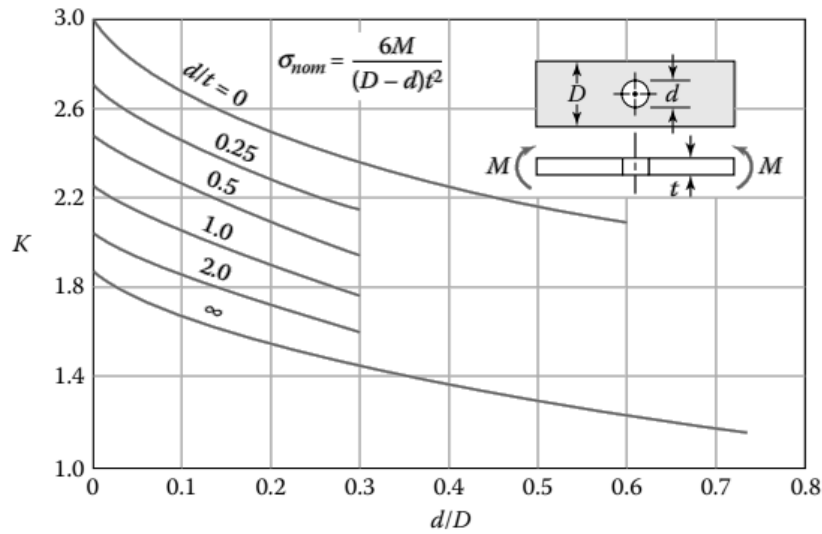
σ_{nomf} = Tensão nominal

$\sigma_{m\acute{a}x}$ = Tensão máxima

K = Fator de concentração de tensão

Uma chapa dotada de furo central sujeita a carregamento de flexão está sob o efeito de concentração de tensão. Para isso é preciso utilizar o diagrama representado pela figura 12 para obter o valor K .

Figura 12 – Concentração de tensão para chapa retangular com furo central.



Fonte: Ugural (2018).

2.5.5 Análise matricial

2.5.5.1 Princípios gerais

Para demonstrar o método matricial para análise estrutural adota-se o elemento uniaxial e submetido a carga de tração/compressão ao longo de seu eixo.

Al-Shawi (2023) diz que a mudança no comprimento de uma barra submetida a uma carga axial pode ser calculada de acordo com a teoria elementar da mecânica dos materiais, conforme a próxima equação demonstra.

$$X = \frac{EA}{L} u \quad (10)$$

X = Força

L = Comprimento inicial da barra

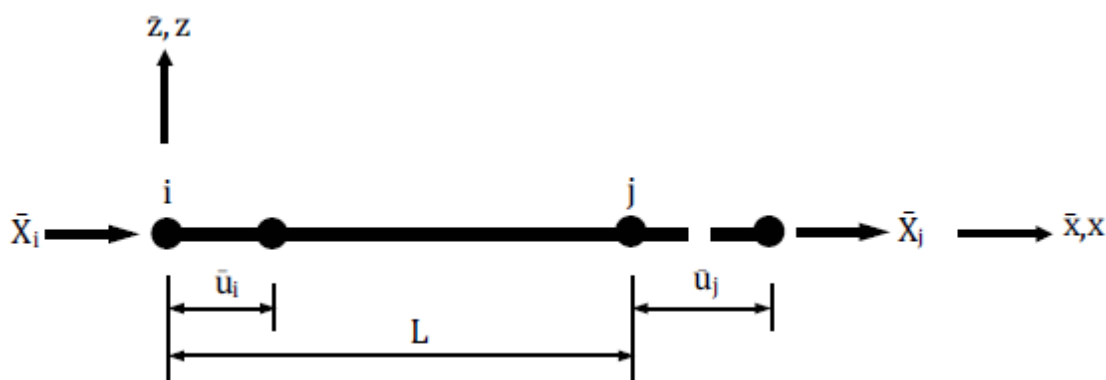
u = Variação no comprimento da barra

A = Área da seção transversal da barra

Segundo Al-Shawi (2023), a matriz de rigidez da barra é a relação entre as forças e os deslocamentos nas extremidades do elemento estrutural. Essa matriz tem

sua derivação baseada nas coordenadas locais do sistema $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, cujo eixo \bar{x} representa o eixo axial do corpo. Dessa maneira, considera-se uma barra sujeita a uma carga axial \bar{X}_i e \bar{X}_j atuando respectivamente nos nós i e j atribuído a um deslocamento nas extremidades da barra igual a \bar{u}_i e \bar{u}_j , conforme a próxima imagem demonstra.

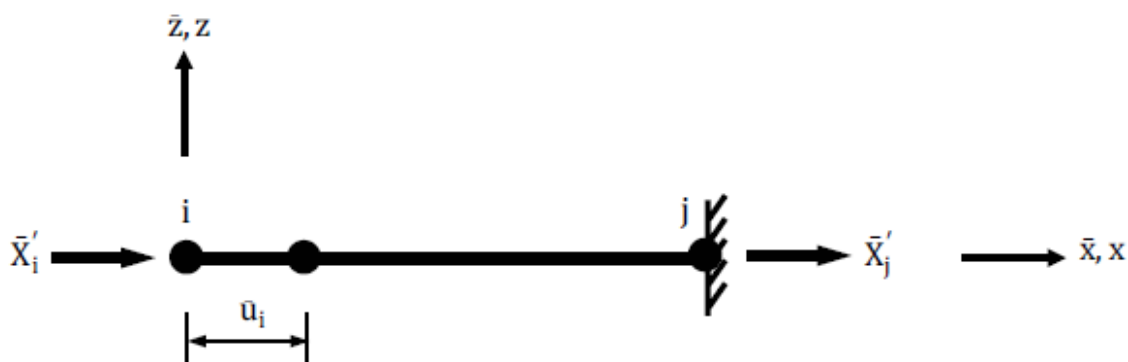
Figura 13 – Elemento de barra.



Fonte: Al-Shawi (2023).

Conforme Al-Shawi (2023), a derivação ocorre em duas etapas. Na primeira fase assume-se que o nó i desloca-se o valor de \bar{u}_i ao longo do eixo x , ao passo que o nó j é fixado, conforme a figura 14.

Figura 14 – Elemento de barra.



Fonte: Al-Shawi (2023).

Aplicando aspas simples para representação da primeira etapa e aplicando o equilíbrio de forças tem-se que:

$$\bar{X}'_i = \frac{EA}{L} \bar{u}_i \quad (11)$$

$$\bar{X}'_j = -\frac{EA}{L} \bar{u}_j \quad (12)$$

Já para o segundo estágio utiliza-se aspas duplas para representação, fixando o nó i e repetindo a mesma lógica obtêm-se as seguintes equações.

$$\bar{X}''_i = -\frac{EA}{L} \bar{u}_j \quad (13)$$

$$\bar{X}''_j = \frac{EA}{L} \bar{u}_i \quad (14)$$

Combinando as duas etapas, tem-se que:

$$\bar{X}_i = \bar{X}'_i + \bar{X}''_i \quad (15)$$

$$\bar{X}_i = \frac{EA}{L} \bar{u}_i - \frac{EA}{L} \bar{u}_j \quad (16)$$

$$\bar{X}_j = \bar{X}'_j + \bar{X}''_j \quad (17)$$

$$\bar{X}_j = -\frac{EA}{L} \bar{u}_i + \frac{EA}{L} \bar{u}_j \quad (18)$$

As equações 13 e 15 representam-se na forma matricial conforme o seguinte.

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_i \\ \bar{X}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_j \end{bmatrix} \quad (19)$$

De outra maneira, essa matriz representa a seguinte relação:

$$\bar{F} = \bar{k} \bar{\delta} \quad (20)$$

Onde \bar{k} representa a matriz de rigidez de um elemento de barra sujeito a forças nas suas extremidades e com um vetor deslocamento $\bar{\delta}$ composto pelos

deslocamentos nos nós i e j . Como há apenas um grau de liberdade, nesse caso há uma relação direta entre o vetor deslocamento $\bar{\delta}$ ser composto pelas componentes \bar{u}_i e \bar{u}_j . E de maneira análoga, o vetor \bar{F} é derivado das componentes \bar{X}_i e \bar{X}_j . (Al-SHAWI, 2023).

A matriz de rigidez até então obtida representa a rigidez nas coordenadas locais do elemento de barra. Assim, é necessário que seja obtida a matriz de rigidez em coordenadas globais. Como a situação aqui representada refere-se a um elemento de barra em que as coordenadas do eixo axial do elemento coincidem com as coordenadas globais, a matriz de rigidez global, assim como a força e o deslocamento, assumem as formas seguintes: (Al-SHAWI, 2023).

$$k = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\delta = \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$F = \begin{bmatrix} X_i \\ X_j \end{bmatrix} \quad (23)$$

Dessa maneira, a forma na qual a estrutura é analisada (matricialmente) é por meio da rigidez global da estrutura. Essa rigidez surge com a combinação das matrizes de rigidez dos elementos individuais e que somados constituem a estrutura. Porém, quando as coordenadas locais não são coincidentes com as coordenadas globais uma transformação deve ser feita. Logo, a relação geral da estrutura pode ser descrita da seguinte maneira. (Al-SHAWI, 2023):

$$F = K\delta \quad (24)$$

$K =$ Matriz de rigidez global da estrutura

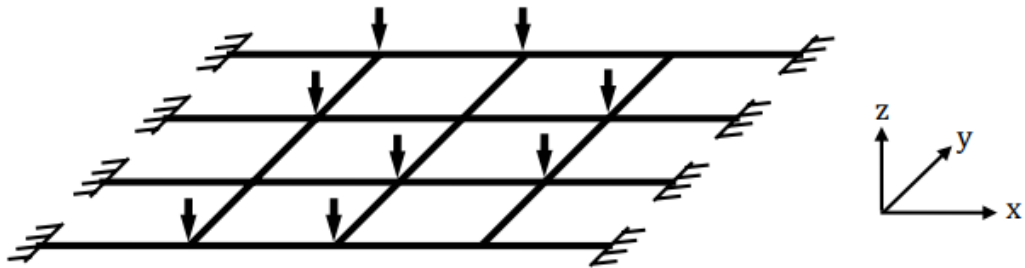
$\delta =$ Vetor de deslocamento nos nós

$F =$ Vetor de forças sendo aplicadas nos nós

2.5.5.2 Caso de grelha

Um caso típico de quadro estrutural na análise matricial é o caso de grelha. Esse caso aplica-se, por exemplo, em projeto de pontes. Nessa aplicação as cargas são transferidas para as vigas na direção normal ao eixo da viga. Também, as conexões das vigas são rígidas, o que resulta em momento fletor e torção. Dessa maneira, há três deslocamentos possíveis para a viga: Sendo, deslocamento translacional w na direção z , deslocamento angular φ e θ em torno dos eixos x e y , respectivamente. (Al-SHAWI, 2023).

Figura 15 – Caso típico de grelha.



Fonte: Al-Shawi 2023.

2.5.5.3 Matriz de rigidez elementar

A matriz de rigidez elementar para o caso estrutural de grelha com três graus de liberdade desenvolve-se a partir da combinação das matrizes de rigidez para torção e flexão. Dessa maneira, assume um grau de liberdade para translação e dois graus de liberdade de rotação (angular). Assim, cada nó tem a possibilidade de estar sujeito a uma carga de força e duas cargas de momento. (Al-SHAWI, 2023).

$$\bar{k} = \begin{array}{|c|} \hline \text{kii} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} \\ \hline 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ \hline \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \\ \hline \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ \hline 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 \\ \hline \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ \hline \end{array} \\ \hline \text{kji} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \text{kij} \\ \hline \begin{array}{|c|} \hline \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} \\ \hline 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 \\ \hline \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ \hline \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ \hline 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ \hline \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \\ \hline \end{array} \\ \hline \text{kjj} \\ \hline \end{array} \quad (25)$$

$L = \text{Comprimento do elemento}$

A matriz divide-se em quatro submatrizes referentes as rigidezes das combinações dos nós, conforme demonstrado na equação 25. Essa divisão é importante para a montagem da matriz de rigidez global. Pois é a partir dessa divisão que a contribuição de cada elemento estará presente na rigidez global, sendo essas divisões denominadas k_{ii} , k_{ij} , k_{ji} e k_{jj} .

Para que a matriz de rigidez elementar esteja relacionada com as coordenadas globais de um sistema estrutural onde as coordenadas globais não são necessariamente iguais as coordenadas locais de cada elemento, utiliza-se a seguinte relação para obter essa matriz rigidez elementar referenciada às coordenadas globais:

$$k^n = (r^n)^T \bar{k}^n r^n \quad (26)$$

$n = \text{Número do elemento}$

$k^n = \text{Matriz de rigidez elementar em relação às coordenadas globais}$

$r^n = \text{Matriz transformação de coordenadas do elemento}$

$(r^n)^T = \text{Transposta da matriz de transformação de coordenadas do elemento}$

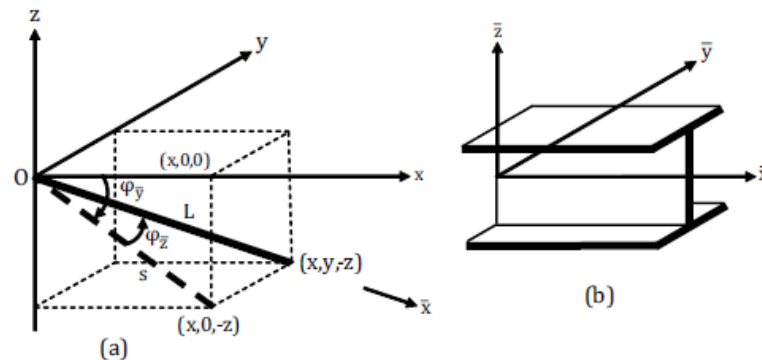
$\bar{k}^n = \text{Matriz de rigidez elementar em relação as coordenadas locais}$

2.5.5.4 Transformação de coordenadas

Cada elemento é composto por dois nós e tem seu sistema de coordenadas local. Para montagem da rigidez global da estrutura é necessário transformar as

coordenadas locais de cada elemento para as coordenadas globais da estrutura. A figura 16 representa os sistemas de coordenadas adotados para as matrizes em questão. (Al-SHAWI, 2023).

Figura 16 – a) Transformação de coordenadas locais para globais; b) Viga com coordenadas locais.



Fonte: Al-Shawi 2023.

Dessa maneira, a matriz de transformação final é representada por:

$$r = \begin{bmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho \end{bmatrix} \quad (27)$$

Onde a cada valor de ρ é uma matriz 3x3 que carrega os valores de senos e cossenos dos ângulos que os eixos do sistema de coordenadas local formam com os eixos do sistema de coordenadas global. Assim, ρ tem sua forma descrita pela matriz (28).

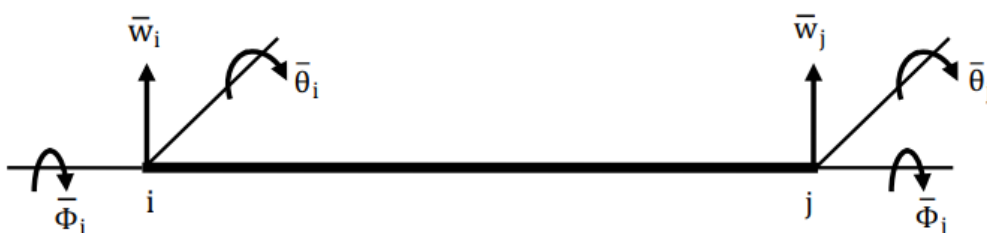
$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_{\bar{z}} & \sin\varphi_{\bar{z}} \\ 0 & -\sin\varphi_{\bar{x}} & \cos\varphi_{\bar{y}} \end{bmatrix} \quad (28)$$

2.5.5.5 Matriz de deslocamentos

De acordo com Al-Shawi (2023), a matriz de deslocamentos para o caso estrutural de grelha analisa os deslocamentos angulares e o deslocamento translacional. Assim, a matriz de deslocamentos é descrita pela equação (29).

$$\delta = \begin{bmatrix} \bar{w}_i \\ \bar{\phi}_i \\ \bar{\theta}_i \\ \bar{w}_j \\ \bar{\phi}_j \\ \bar{\theta}_j \end{bmatrix} \quad (29)$$

Figura 17 – Deslocamentos nas extremidades de um elemento.



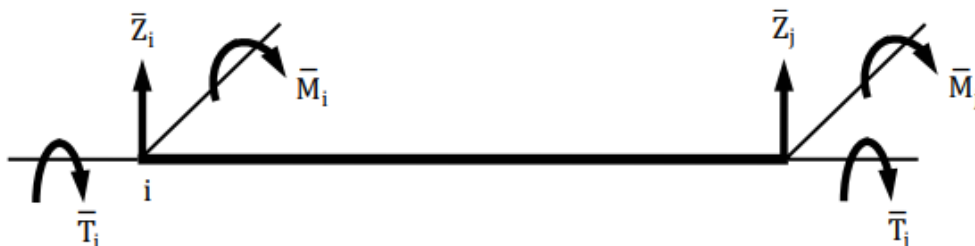
Fonte: Al-Shawi 2023.

2.5.5.6 Matriz de cargas

Para o caso de grelha, Al-Shawi (2023) menciona que a matriz de carregamento é a combinação entre a torção, o momento fletor e a carga vertical. E pode ser descrito conforme a equação (30).

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_i \\ \bar{T}_i \\ \bar{M}_i \\ \bar{Z}_j \\ \bar{T}_j \\ \bar{M}_j \end{bmatrix} \quad (30)$$

Figura 18 – Cargas em um elemento.



Fonte: Al-Shawi 2023.

Para uma aplicação onde existe uma carga distribuída aplicada a um dos elementos é necessário realizar a equivalência da carga nos nós do elemento. Ou seja, replicar a carga distribuída como sendo uma combinação da carga pontual, momento fletor e torção nos nós do elemento.

Essa operação é feita a partir da consideração de que o elemento é bi-engastado. Assim, a carga distribuída tem momento fletor e força vertical em cada extremidade, para posteriormente somar-se com as outras cargas equivalentes de outros elementos e as reações de apoio da estrutura completa.

Para o caso de viga bi-engastada com carga distribuída parcial descentralizada Timoshenko (1982) diz que as reações (equivalências nos nós) podem ser calculadas conforme as equações 31, 32, 33 e 34.

$$Ma = \frac{qa^3}{12L^2}(4L - 3a) \quad (31)$$

$$Mb = \frac{qa^2}{12L^2}(6L^2 - 8aL + 3a^2) \quad (32)$$

$$Ra = \frac{qa}{2L^3}(2L^3 - 2a^2L + a^3) \quad (33)$$

$$Rb = \frac{qa^3}{2L^3}(2L - a) \quad (34)$$

Onde:

q = Carga distribuída

a = Comprimento da carga distribuída

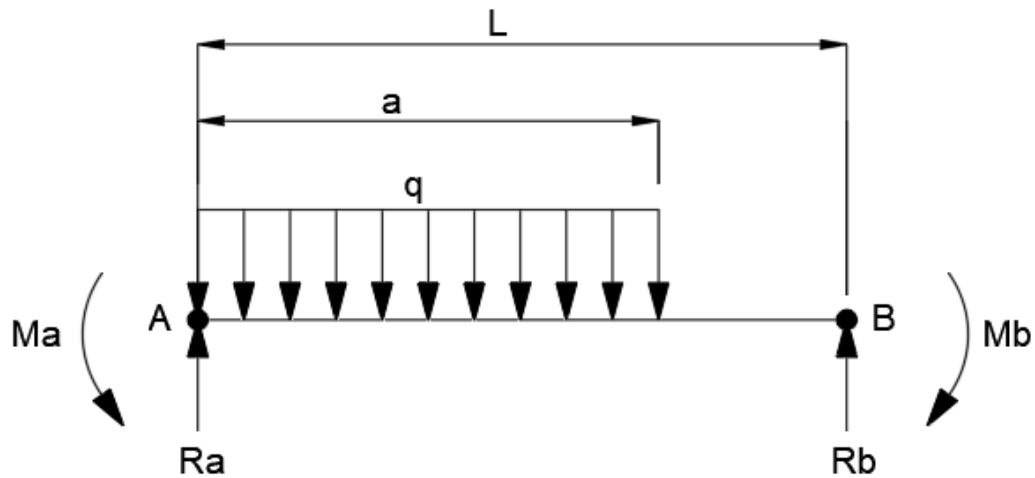
L = Comprimento da viga

Ma e Mb = Reação de momento em A e B, respectivamente

Ra e Rb = Reação em A e B, respectivamente

A figura 19 demonstra o caso descrito acima.

Figura 19 – Reações de apoio de uma viga bi-engastada com carga distribuída descentralizada.



Fonte: Do autor 2023.

Os pontos A e B equivalem a os nós i e j do elemento. Para a montagem da matriz de cargas esse processo é repetido para todos os elementos que compõem a estrutura analisada que estejam submetidos a cargas fora dos nós. Os valores de reações calculados conforme o caso de viga bi-engastada devem ser escritos de maneira matricial. Logo, representam a matriz \overline{F}_f^n para cada elemento.

$$\overline{F}_f^n = \begin{bmatrix} \overline{Z}_i^n \\ \overline{T}_i^n \\ \overline{M}_i^n \\ \overline{Z}_j^n \\ \overline{T}_j^n \\ \overline{M}_j^n \end{bmatrix} \quad (35)$$

Conforme Al-Shawi (2023), a equação 34 deve ser executada para a transformação de coordenadas das cargas da matriz \overline{F}_f^n . Após essa operação, a matriz de cargas com relação às coordenadas globais recebe a nomenclatura de \overline{F}_s^n . Esse cálculo é executado para todos os elementos da estrutura que possuem cargas aplicadas em locais no elemento exceto nos nós.

$$F_s^n = -(r^n)^T \overline{F}_f^n \quad (36)$$

As condições de contorno ditam quais são os nós que carregam as reações de apoio na estrutural global. Para a montagem da matriz de cargas da estrutura é preciso que essa matriz seja somada às matrizes de cargas de cada elemento. Assim, a equação 37 demonstra a soma final para matriz de carga que é utilizada na resolução da equação 24.

$$F = F_s + F_c \quad (37)$$

$F_c =$ *Matriz de reações de apoio*

2.5.5.7 Cargas internas

Para o cálculo de cargas internas resultantes dos esforços submetidos na estrutura, Al-Shawi (2023) cita que é a soma entre as ações nos elementos devido aos deslocamentos da estrutura e a matriz de carregamento que está aplicado diretamente no elemento. Assim.

$$\overline{F}_r = \overline{F}_d + \overline{F}_f \quad (38)$$

$\overline{F}_r =$ *Cargas internas resultantes na estrutura*

$\overline{F}_d =$ *Cargas internas devido aos deslocamentos*

2.5.6 Elementos Finitos

A modelagem de fenômenos físicos é um dos trabalhos mais importantes realizados por engenheiros e cientistas. A combinação de leis físicas com representações em equações algébricas, diferenciais ou integrais consegue prever o comportamento de uma grande quantidade de fenômenos da natureza. (REDDY, 2019).

Quando há uma descrição analítica em termos de variáveis pertinentes nomeia-se modelo matemático. Esses modelos assumem simplificações em termos físicos do fenômeno para que existam soluções analíticas e/ou por método aproximado. Porém,

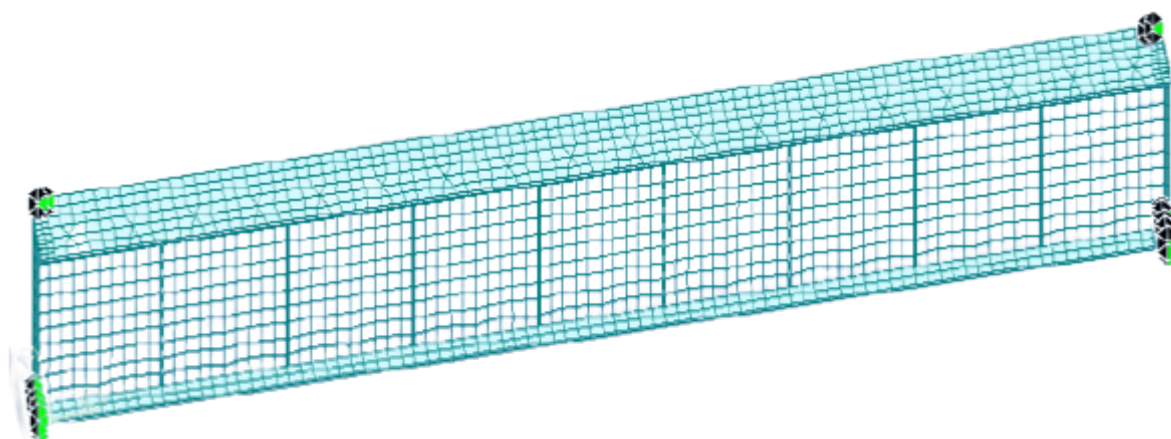
nas últimas três décadas houve um grande avanço na capacidade computacional, possibilitando assim o surgimento de simulações numéricas. Essas simulações permitem resolução de uma grande quantidade de equações gerando soluções aproximadas para fenômenos complexos. Um desses fenômenos é a análise estrutural pelo método dos elementos finitos. (REDDY, 2019).

Sobre o método dos elementos finitos é dito que “um determinado domínio é visto como uma coleção de subdomínios, e sobre cada subdomínio a equação governante é aproximada por qualquer um dos métodos tradicionais de variações” (REDDY, 2019, p. 55). Ainda, uma das motivações principais da utilização desse raciocínio é a fácil representação de uma função complicada por uma coleção de polinômios simples.

De acordo com Reddy (2019), os três passos fundamentais para o método dos elementos finitos são:

- d) Dividir o domínio em partes menores.
- e) Em cada parte, busca-se uma aproximação para a solução como uma combinação de valores nodais e funções de aproximação e obtém-se as equações algébricas.
- f) Montam-se as partes e resolve-se o problema como um todo

Figura 20 – Viga I discretizada em elementos finitos.



Fonte: Lu, Et al. (2022).

2.5.7 Tensões admissíveis

A NBR 8883 (2002) trata de requisitos exigíveis para o cálculo e fabricação de comportas hidráulicas, mais especificamente de comportas e acionamentos oleodinâmicos por cilindros.

Ainda, especifica os valores de tensões admissíveis nas peças que compõem a comporta. Dessa maneira, a figura 21 é demonstrada.

Figura 21 – Valores “s” para tensões admissíveis.

	Tensão	Caso de carga		
		Normal	Ocasional	Excepcional
Elementos estruturais	Tensão virtual de comparação	0,76	0,82	0,92
	Tensão virtual de comparação no paramento	0,87	0,87	0,92
	Pressão de contato com movimento relativo	0,55	0,60	0,70
	Pressão de contato sem movimento relativo	0,90	0,90	0,90
Elementos mecânicos	Tensão virtual de comparação	0,50	0,63	0,90
	Tensão virtual de comparação em olhais (seção que passa pelo furo) analisados conforme 4.10.1	0,30	0,35	0,40
	Tensão de cisalhamento em elementos curtos conforme 4.8.6.6.3	0,39	0,43	0,51
	Pressão de contato com movimento relativo	0,55	0,60	0,70
	Pressão de contato sem movimento relativo	0,90	0,90	0,90

Fonte: NBR 8883 (2002).

O valor “s” deverá ser multiplicado pelo limite de escoamento do material para obter os valores de tensão admissíveis.

3 METODOLOGIA

3.1 Delimitações da pesquisa

Sob o ponto de vista da natureza da pesquisa este trabalho classifica-se como uma pesquisa aplicada, pois trata-se de uma verificação estrutural para um *design* estrutural limitado a uma aplicação específica. No que se refere a forma de abordagem, a pesquisa classifica-se como quantitativa, por aplicar um método de verificação estrutural e obter valores numéricos de resposta, e comparar com valores numéricos admissíveis por norma. Em relação aos objetivos da pesquisa, a mesma se considera como descritiva, pois elabora uma rotina para verificação estrutural de uma base metálica. Já sob a perspectiva dos métodos, o presente trabalho classifica-se como pesquisa bibliográfica e estudo de caso.

3.2 Fluxograma do trabalho

Figura 22 – Fluxograma da metodologia.

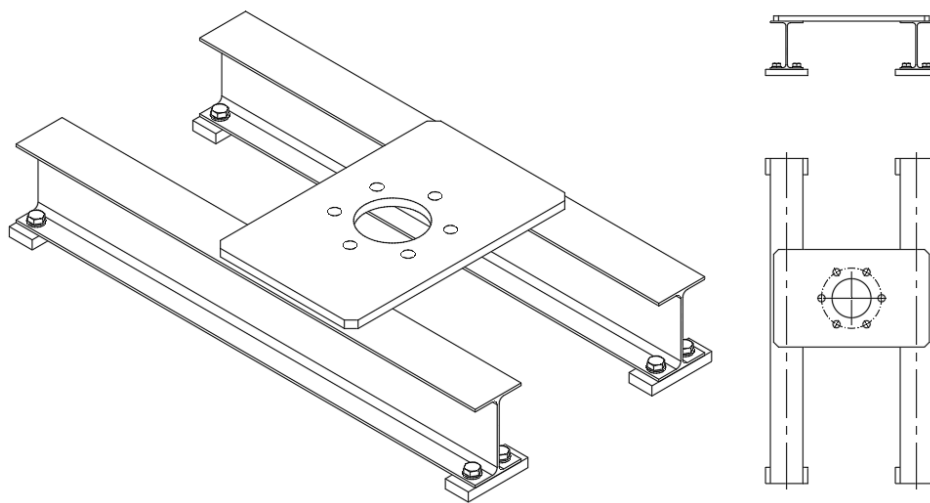


Fonte: Do autor (2023).

3.3 Definição da geometria

Para aplicação de uma base metálica de cilindro hidráulico para manobra de uma comporta hidráulica adotou-se a seguinte geometria como desenho conceitual da estrutura.

Figura 23 – Geometria da base metálica.



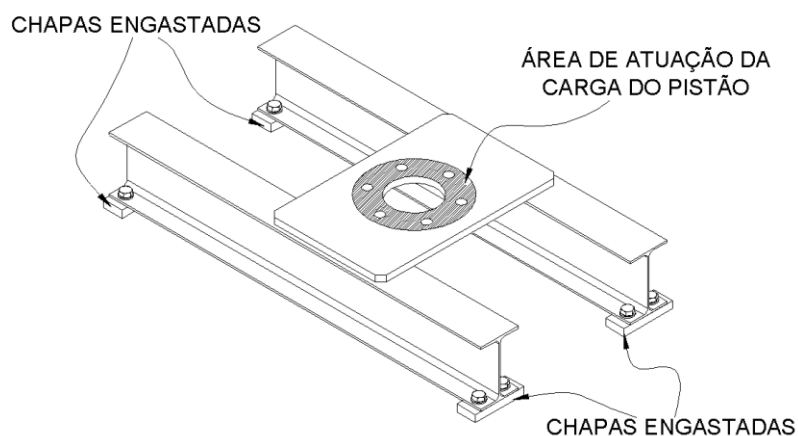
Fonte: Do autor (2023).

O suporte é composto de duas vigas paralelas e uma chapa para acomodar o cilindro hidráulico. Independentemente da aplicação, mas estando dentro do seu intervalo de aplicação, a geometria da base metálica assume a forma da figura 16. Mudando apenas suas dimensões e elementos estruturais (viga I e espessura da chapa).

3.4 Condições de contorno

Conforme demonstrou-se na figura 23, a base metálica é montada em chumbadores metálicos que estão unidos com concreto. Isso faz com que as pontas das vigas sejam modeladas como engastadas em uma pequena área na região de baixo da viga. Já o pistão é parafusado na chapa que está soldada acima das vigas e aplica uma carga vertical normal ao plano das maiores dimensões da chapa. A área de aplicação do carregamento externo pode ser visualizada como a região hachurada na figura 24.

Figura 24 – Condições de contorno.

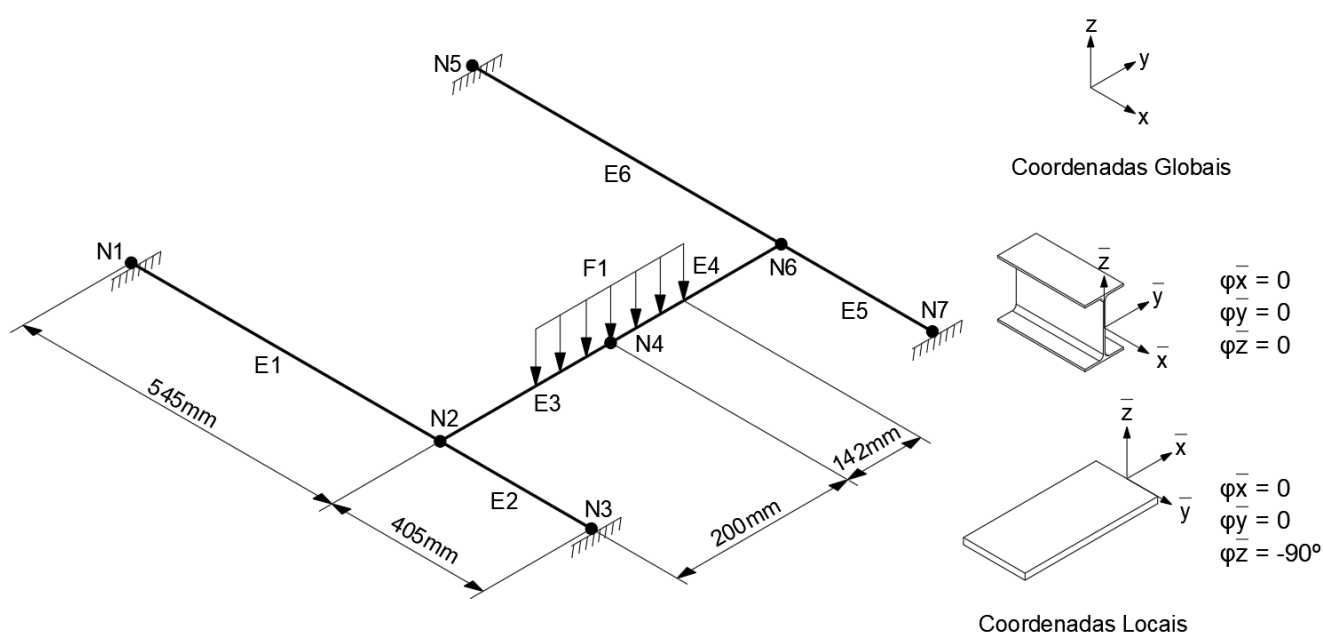


Fonte: Do autor (2023).

3.5 Diagrama da estrutura

Para a utilização do método de análise matricial criou-se o diagrama representativo da estrutura. Adotou-se o diagrama da figura 25 para a representação da estrutura. Os nós estão descritos com a letra “N”, os elementos pela letra “E” e a força é situado por F_1 . Também são representadas as coordenadas locais para os elementos estruturais.

Figura 25 – Diagrama da estrutura e sistemas de coordenadas.



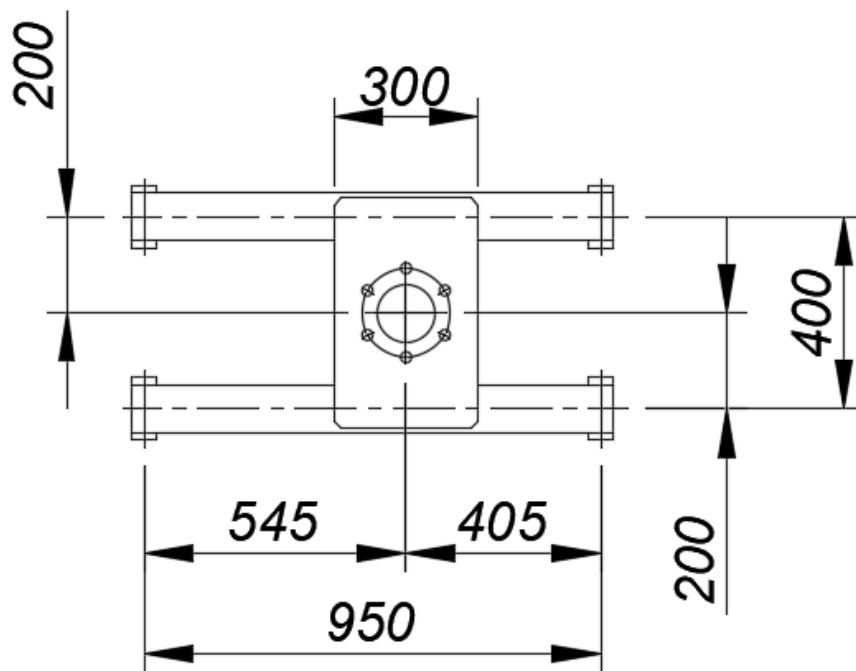
Fonte: Do autor (2023).

Os elementos 1, 2, 5 e 6 equivalem as vigas da estrutura, já os elementos 3 e 4 se referem à chapa. Para essa condição de contorno, os nós 1, 3, 5 e 7 delimitam-se como sem deslocamento, refletindo o engastamento.

3.6 Caso específico

Utilizou-se um caso arbitrário com dimensões e força típicas para esse tipo de aplicação. As dimensões em milímetros podem ser observadas na figura 26. Já para a força foi selecionado o valor de 25kN.

Figura 26 – Vista superior com dimensões em milímetros do caso específico escolhido.



Fonte: Do autor (2023).

3.7 Definição de seções e materiais

Selecionou-se para a chapa o material ASTM A36 e para as vigas ASTM A572 Gr. 50. A tabela 2 representa os valores das propriedades dos materiais escolhidos. A escolha dos materiais baseou-se na utilização de materiais comerciais típicos utilizados para esse tipo de aplicação.

Tabela 2 – Propriedades dos materiais.

Material	E (GPa)	G (GPa)	$\sigma_{escoamento}$ (MPa)
ASTM A36	207	80	250
ASTM A572 Gr. 50	207	80	345

Fonte: Catálogo Gerdau (sem data) e Callister e Rethwisch (2010).

A espessura da chapa selecionada foi de $\frac{3}{4}$ " (19,05mm) e a viga selecionada foi a viga W200x22,5. Para a viga escolheu-se a partir da tabela da Gerdau que se encontra no Anexo A. Por se tratar inicialmente de uma verificação, uma atribuição inicial foi adotada.

Tabela 3 – Propriedades geométricas.

Seção	$I(m^4)$	$J(m^4)$
W200x22,5	$1,95 \times 10^{-5}$	$5,10 \times 10^{-8}$
#19,05	$1,42 \times 10^{-6}$	$2,17 \times 10^{-5}$

Fonte: Catálogo Gerdau (sem data) e do Autor (2023).

3.8 Matriz de rigidez elementar e transformação de coordenadas.

Foi montado a tabela 4, que representa o comprimento de cada elemento da estrutura.

Tabela 4 – Tabela de comprimentos dos elementos.

Elemento	$L(m)$
1	0,545
2	0,405
3	0,200
4	0,200
5	0,405
6	0,545

Fonte: Do autor (2023).

Todo o cálculo seguindo o método de análise matricial para o caso de grelha foi resolvido utilizando a linguagem de programação *Python* com auxílio biblioteca *SymPy* na interface *Jupyter Notebook*. Isso justificou-se devido ao tamanho das matrizes e quantidade de equações lineares geradas por essas matrizes. Assim como a utilização da função *solve* da biblioteca para resolução do sistema linear e obtenção dos deslocamentos.

Para o cálculo da transformação de coordenadas, as matrizes (27) e (28) foram utilizadas seguindo os ângulos demonstrados na figura 25. Nessa etapa gerou-se duas matrizes. Uma matriz r para os elementos de viga e uma matriz para os elementos de chapa.

$$\rho_{chapa} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\rho_{viga} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$r_{viga} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$r_{chapa} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Após o cálculo das matrizes de transformação de coordenadas dos dois tipos de elementos, a equação 25 foi utilizada. Resultando na matriz de rigidez elementar para as duas configurações elementares. As duas matrizes são representadas pelas próximas equações. Também, realizou-se a operação descrita pela equação 26.

$$k_{Chapa} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} \\ \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$k_{Viga} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{-6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{-GJ}{L} & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 \\ \frac{-6EI}{L^2} & 0 & \frac{2EI}{L} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (44)$$

Posteriormente, os valores das propriedades geométricas, de material e comprimento foram substituídos para todos os elementos. Dessa forma, gerou-se seis matrizes de rigidez elementar. Ou seja, desenvolveu-se uma matriz de rigidez para cada elemento em relação às coordenadas globais.

Assim, para os elementos 1, 2, 5 e 6 utilizou-se a matriz de rigidez com índice de viga e para os elementos 3 e 4 utilizou-se a matriz de rigidez com índice de chapa.

3.9 Montagem da matriz de rigidez global

Após a obtenção da rigidez elementar de todos os elementos em relação as coordenadas globais, foi necessário obter as contribuições que cada elemento teve na matriz de rigidez global para sua montagem. Para isso, foi necessário montar a tabela que relaciona cada elemento com os nós equivalentes aos nós i e j .

A matriz de rigidez elementar pode ser dividida em quatro submatrizes, essas matrizes são $k_{ii}^n, k_{ij}^n, k_{ji}^n$ e k_{jj}^n , onde os índices i e j representam os nós que compõem o elemento n . Essas quatro submatrizes com seus respectivos índices atribuem as contribuições de cada elemento na matriz de rigidez global. Ainda, essas matrizes possuem dimensão de 3x3. Assim, a tabela 6 é elaborada.

Tabela 5 – Tabela de montagem da matriz de rigidez global.

Elemento (n)	Nó i	Nó j	k^{nii}	k^{nij}	k^{nji}	k^{njj}
1	1	2	K_{11}	K_{12}	K_{21}	K_{22}
2	2	3	K_{22}	K_{23}	K_{32}	K_{33}
3	2	4	K_{22}	K_{24}	K_{42}	K_{44}
4	4	6	K_{44}	K_{46}	K_{64}	K_{66}
5	6	7	K_{66}	K_{67}	K_{76}	K_{77}
6	5	6	K_{55}	K_{56}	K_{65}	K_{66}

Fonte: Do autor (2023).

Posteriormente, para a montagem da matriz de rigidez global foi elaborada uma matriz de dimensão quadrada equivalente à quantidade de nós, ou seja, 7x7. E, a partir dos índices obtidos na tabela 5, será montado como cada elemento contribui para a matriz global.

$$K = \begin{bmatrix} k_{ii}^1 & k_{ij}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{ji}^1 & k_{jj}^1 + k_{ii}^2 + k_{ii}^3 & k_{ij}^2 & k_{ij}^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{ji}^2 & k_{jj}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{ji}^3 & 0 & k_{jj}^3 + k_{ii}^4 & 0 & k_{ij}^4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ii}^5 & k_{ij}^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{ji}^4 & k_{ji}^6 & k_{jj}^4 + k_{ii}^5 + k_{jj}^6 & k_{ji}^5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{ji}^5 & k_{jj}^5 \end{bmatrix} \quad (45)$$

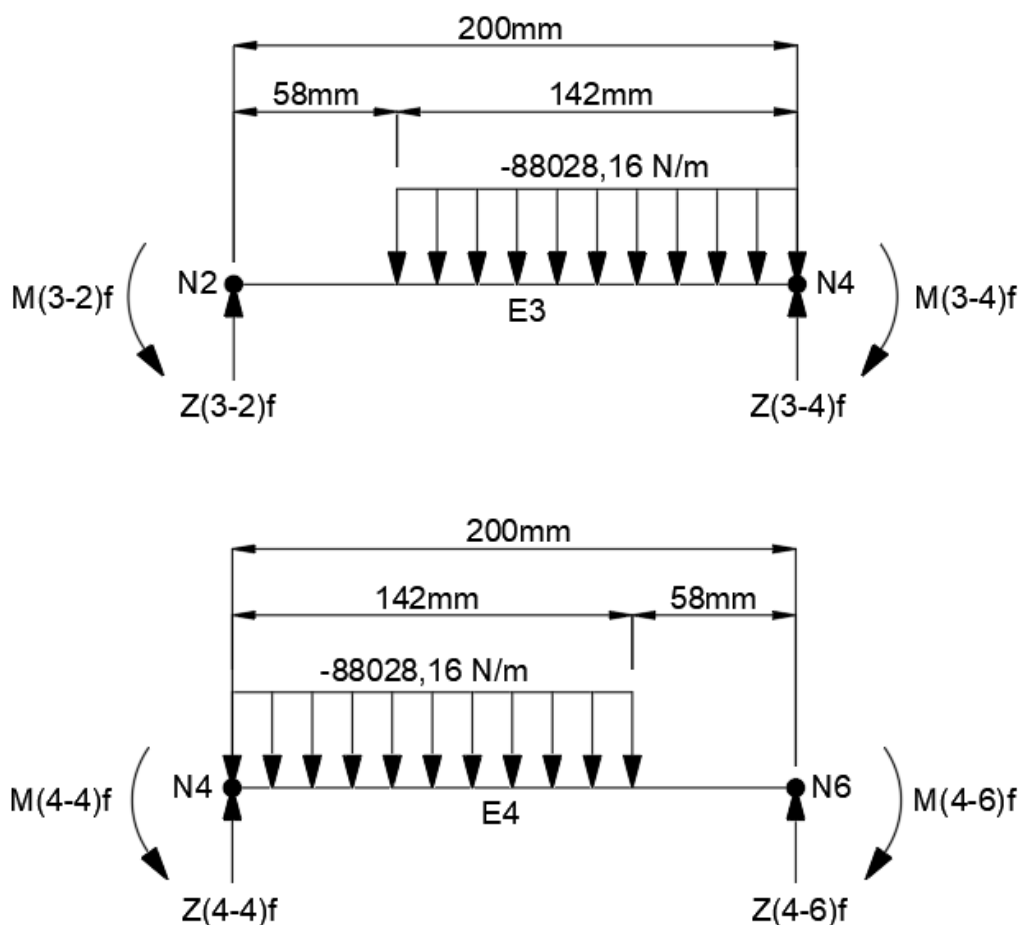
Assim, os valores obtidos nas matrizes de rigidez elementar deverão ser substituídos na matriz de rigidez global.

Cada valor representado na matriz de rigidez global possui dimensão de 3x3 e tem sua localização conforme demonstrado na equação 45. Obteve-se então uma matriz de 21x21 para a matriz de rigidez global.

3.10 Montagem da matriz de carregamentos

A primeira etapa para a matriz de carregamentos foi a obtenção das matrizes \overline{F}_f^n para os dois elementos de chapa submetidos a carga distribuída. Para essa etapa considerou-se a chapa como uma viga bi-engastada submetida a uma carga distribuída descentralizada. Utilizou-se os valores obtidos a partir da figura 20 e das equações de (31) a (34) para os elementos 3 e 4 para o cálculo da equivalência da carga distribuída nos nós. Também, foi realizada a equivalência da carga localizada como uma carga distribuída. Para isso utilizou-se o valor da carga localizada de 25kN e o comprimento de aplicação da carga (284mm).

Figura 27 – Elementos três e quatro como viga bi-engastada.



Fonte: Do autor (2023).

Assim, para os elementos três e quatro obteve-se as seguintes matrizes.

$$\overline{F}_f^3 = \begin{bmatrix} (\overline{Z}_2^3)_f \\ (\overline{T}_2^3)_f \\ (\overline{M}_2^3)_f \\ (\overline{Z}_4^3)_f \\ (\overline{T}_4^3)_f \\ (\overline{M}_4^3)_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4064,306 \\ 0 \\ -196,389 \\ 8435,693 \\ 0 \\ 271,028 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Nm \\ Nm \\ N \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\overline{F}_f^4 = \begin{bmatrix} (\overline{Z}_4^4)_f \\ (\overline{T}_4^4)_f \\ (\overline{M}_4^4)_f \\ (\overline{Z}_6^4)_f \\ (\overline{T}_6^4)_f \\ (\overline{M}_6^4)_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8435,693 \\ 0 \\ -271,028 \\ 4064,306 \\ 0 \\ 196,389 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Nm \\ Nm \\ N \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix} \quad (47)$$

Para a obtenção da matriz F_s^n para os dois elementos a equação (36) foi utilizada, com a matriz de transformação de coordenadas sendo a matriz com índice de chapa (42). Dessa maneira, obteve-se o seguinte:

$$F_s^3 = \begin{bmatrix} (Z_2^3)_s \\ (T_2^3)_s \\ (M_2^3)_s \\ (Z_4^3)_s \\ (T_4^3)_s \\ (M_4^3)_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ -8435,693 \\ -271,028 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Nm \\ Nm \\ N \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$F_s^4 = \begin{bmatrix} (Z_4^4)_s \\ (T_4^4)_s \\ (M_4^4)_s \\ (Z_6^4)_s \\ (T_6^4)_s \\ (M_6^4)_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8435,693 \\ 271,028 \\ 0 \\ -4064,306 \\ -196,389 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Nm \\ Nm \\ N \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix} \quad (49)$$

Para a obtenção da matriz geral de F_s todas as matrizes foram somadas. Como somente os elementos 3 e 4 possuem cargas nos elementos, as demais matrizes F_s são nulas. Assim, a seguinte matriz foi obtida.

$$F_s = F_s^3 + F_s^4 = \begin{bmatrix} (Z_1)_s \\ (T_1)_s \\ (M_1)_s \\ (Z_2)_s \\ (T_2)_s \\ (M_2)_s \\ (Z_3)_s \\ (T_3)_s \\ (M_3)_s \\ (Z_4)_s \\ (T_4)_s \\ (M_4)_s \\ (Z_5)_s \\ (T_5)_s \\ (M_5)_s \\ (Z_6)_s \\ (T_6)_s \\ (M_6)_s \\ (Z_7)_s \\ (T_7)_s \\ (M_7)_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -8435,693 \\ -271,028 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -8435,693 \\ 271,028 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -16871,386 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (50)$$

Para a montagem da matriz de reações de apoio foi considerado que os nós 1, 2, 5 e 6 são os nós engastados. Assim, a seguinte matriz foi construída.

$$F_c = \begin{bmatrix} (F_1)_c \\ (F_2)_c \\ (F_5)_c \\ (F_6)_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Z_1)_c \\ (T_1)_c \\ (M_1)_c \\ (Z_2)_c \\ (T_2)_c \\ (M_2)_c \\ (Z_3)_c \\ (T_3)_c \\ (M_3)_c \\ (Z_4)_c \\ (T_4)_c \\ (M_4)_c \\ (Z_5)_c \\ (T_5)_c \\ (M_5)_c \\ (Z_6)_c \\ (T_6)_c \\ (M_6)_c \\ (Z_7)_c \\ (T_7)_c \\ (M_7)_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{z1} \\ R_{t1} \\ R_{m1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{z3} \\ R_{t3} \\ R_{m3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{z5} \\ R_{t5} \\ R_{m5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{z7} \\ R_{t7} \\ R_{m7} \end{bmatrix} \quad (51)$$

Montou-se a matriz de carregamentos final como a soma algébrica de F_s e F_c . Logo, a matriz F é demonstrada a seguir.

$$F = F_s + F_c = \begin{bmatrix} Z_1 \\ T_1 \\ M_1 \\ Z_2 \\ T_2 \\ M_2 \\ Z_3 \\ T_3 \\ M_3 \\ Z_4 \\ T_4 \\ M_4 \\ Z_5 \\ T_5 \\ M_5 \\ Z_6 \\ T_6 \\ M_6 \\ Z_7 \\ T_7 \\ M_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{z1} \\ R_{t1} \\ R_{m1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{z3} \\ R_{t3} \\ R_{m3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{z5} \\ R_{t5} \\ R_{m5} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ R_{z7} \\ R_{t7} \\ R_{m7} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -16871,386 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{z1} \\ R_{t1} \\ R_{m1} \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ R_{z3} \\ R_{t3} \\ R_{m3} \\ -16871,386 \\ 0 \\ 0 \\ R_{z5} \\ R_{t5} \\ R_{m5} \\ -4064,306 \\ 196,389 \\ 0 \\ R_{z7} \\ R_{t7} \\ R_{m7} \end{bmatrix} \quad (52)$$

3.11 Montagem da matriz de deslocamentos

Para a matriz de deslocamentos obteve-se a dimensão de 21x1, pois cada nó tem três graus de liberdade, um de deslocamento translacional e dois deslocamentos de rotação. Apenas os nós 1, 3, 5 e 7 terão seus valores de deslocamento e rotação nulos. Isso decorreu-se devido a condição de contorno que delimita a condição de engastamento nesses nós.

Portanto, a partir da equação (30), a matriz desenvolvida para os deslocamentos dos nós obteve a matriz representada pela matriz (53).

$$\delta = \begin{bmatrix} w_1 \\ \varphi_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \varphi_2 \\ \theta_2 \\ w_3 \\ \varphi_3 \\ \theta_3 \\ w_4 \\ \varphi_4 \\ \theta_4 \\ w_5 \\ \varphi_5 \\ \theta_5 \\ w_6 \\ \varphi_6 \\ \theta_6 \\ w_7 \\ \varphi_7 \\ \theta_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_2 \\ \varphi_2 \\ \theta_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_4 \\ \varphi_4 \\ \theta_4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ w_6 \\ \varphi_6 \\ \theta_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (53)$$

3.12 Solução: obtenção dos deslocamentos dos nós e esforços nos elementos

A aplicação do método de análise matricial gerou um sistema linear, que foi montado seguindo a operação da equação (24). Onde, a força é composta pela equação (52), a rigidez pela matriz de rigidez global construída a partir da equação (45) e o deslocamento a equação (53).

A função *solve* da biblioteca do *SymPy* foi utilizada para resolver o sistema de

equação desenvolvido. Nessa resolução os valores de deslocamentos e reações foram obtidos.

Adicionalmente, calculou-se as cargas internas dos elementos 1, 2 e 3. Apenas foram obtidos os diagramas dos três elementos devido a condição de simetria. Isso significa que os valores de cargas internas serão iguais nos elementos 6, 5 e 4 respectivamente.

Para o cálculo das cargas internas do elemento 1 a equação (38) foi utilizada, onde o valor da matriz de cargas \overline{F}_f^1 é nulo e a matriz \overline{F}_d^1 foi calculada de acordo com a equação (20). Assim, a matriz de rigidez é a matriz elementar de viga do elemento 1 e a matriz de deslocamento foi obtida a partir da solução do sistema linear com a função *solve*.

A estratégia para o elemento dois foi a mesma adotada para o elemento um, exceto que os valores de deslocamento se utilizaram os valores dos nós que compõem o elemento dois.

Logo, para o elemento três, a matriz \overline{F}_f^3 foi obtida na equação (35) e a matriz \overline{F}_d^3 obteve-se a partir dos deslocamentos dos nós referentes ao elemento três.

3.13 Cálculo da tensão

Os diagramas dos esforços cortante, momento fletor e torção foram gerados na etapa 3.12. A partir desses diagramas calculou-se as tensões nos elementos estruturais.

Para o cálculo da tensão de flexão do nó quatro do elemento três a equação (2) foi utilizada, obtendo-se a tensão de flexão nominal. Porém, como a chapa possui um furo, o diagrama da figura 12 foi utilizado para obtenção do fator de concentração de tensão. Logo, utilizou-se a equação (9) para o cálculo da tensão máxima.

3.14 Aplicação em MEF e solução

O desenho CAD para a simulação em MEF foi elaborado com o *software SolidWorks®*. Onde a geometria da base foi modelada em 3D.

Para a análise por elementos finitos foi utilizado o *software Ansys®*, mais especificamente o *software Mechanical*, em que foi realizada uma análise estática.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 Solução: obtenção dos deslocamentos dos nós e esforços nos elementos

A tabela 6 resume os valores obtidos a partir da solução do sistema linear descrito no item 3.11

Tabela 6 – Deslocamentos e reações.

Variável	Valor	Unidade
w_2	$-1,57309 \times 10^{-5}$	<i>m</i>
φ_2	0,0055170	<i>rad</i>
θ_2	$-1,34781 \times 10^{-5}$	<i>rad</i>
w_4	-0,00073091	<i>m</i>
φ_4	$-4,540150 \times 10^{-10}$	<i>rad</i>
θ_4	$-1,34781 \times 10^{-5}$	<i>rad</i>
w_6	$-1,57309 \times 10^{-5}$	<i>m</i>
φ_6	-0,0055170	<i>rad</i>
θ_6	$-1,34781 \times 10^{-5}$	<i>rad</i>
R_{Z1}	4946,07523	<i>N</i>
R_{T1}	-39,14460	<i>Nm</i>
R_{M1}	-1317,41256	<i>Nm</i>
R_{Z3}	7553,92534	<i>N</i>
R_{T3}	-51,88936	<i>Nm</i>
R_{M3}	1746,33758	<i>Nm</i>
R_{Z5}	4946,07714	<i>N</i>
R_{T5}	39,14460	<i>Nm</i>
R_{M5}	-1317,41307	<i>Nm</i>
R_{Z7}	7553,92827	<i>N</i>
R_{T7}	51,88934	<i>Nm</i>
R_{M7}	1746,33825	<i>Nm</i>

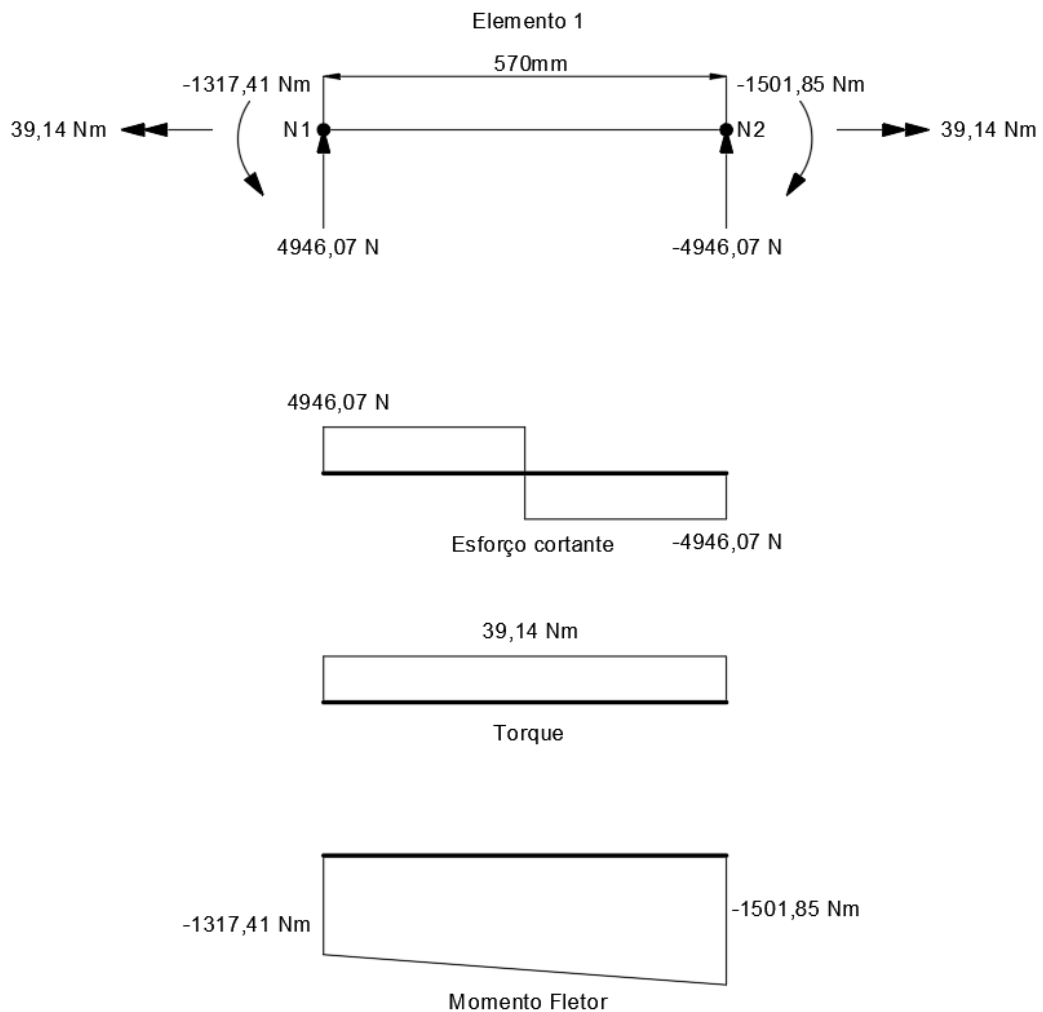
Fonte: Do autor (2023).

As matrizes que refletem os esforços internos foram obtidas a partir do cálculo descrito no item 3.11 e os valores obtidos para o elemento um foram os seguintes:

$$\bar{F}_r^1 = \begin{bmatrix} (\bar{Z}_1^1)_r \\ (\bar{T}_1^1)_r \\ (\bar{M}_1^1)_r \\ (\bar{Z}_2^1)_r \\ (\bar{T}_2^1)_r \\ (\bar{M}_2^1)_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4946,075 \\ -39,144 \\ -1317,412 \\ -4946,075 \\ 39,144 \\ -1501,85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Nm \\ Nm \\ N \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix} \quad (54)$$

Os diagramas desenvolvidos para o elemento são demonstrados na figura 28.

Figura 28 – Diagrama de esforços internos no elemento 1.

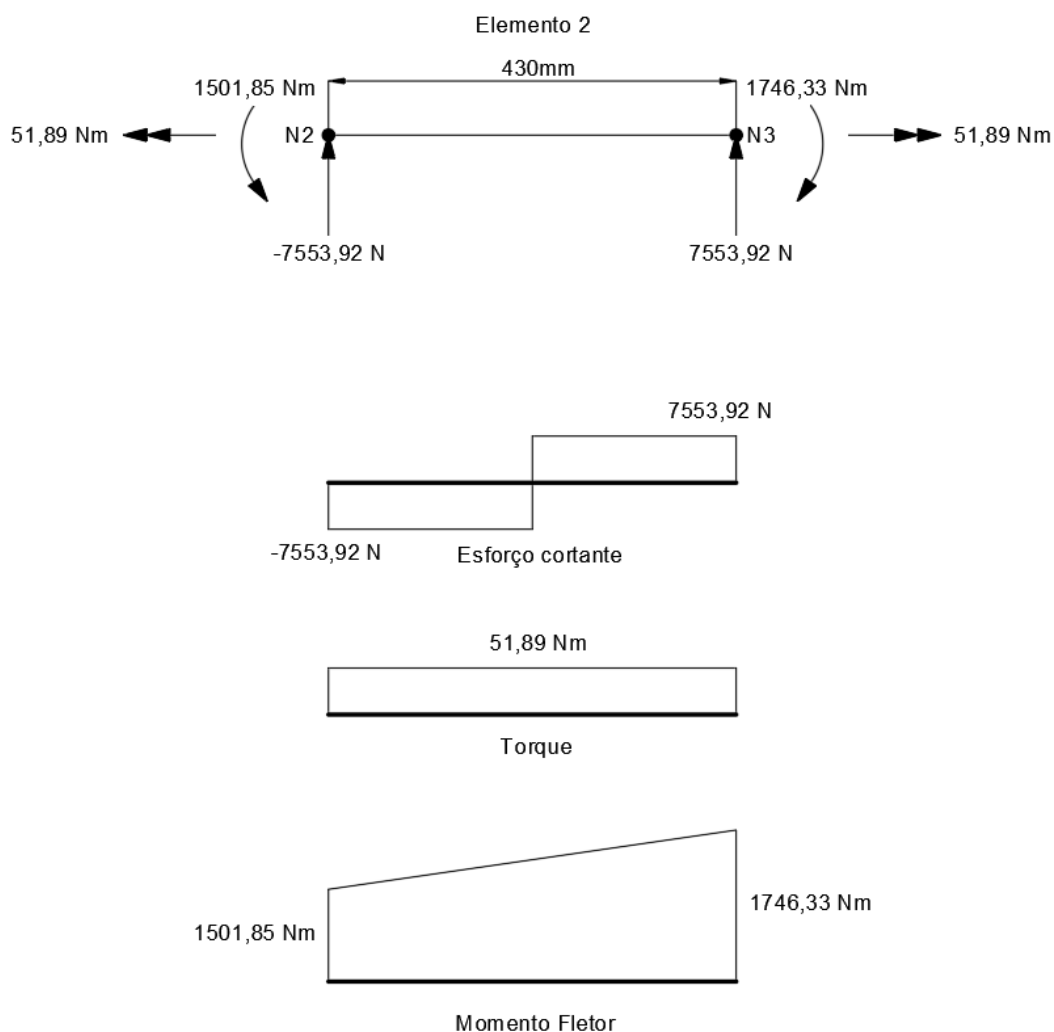


De maneira análoga, para o elemento dois os seguintes valores foram obtidos:

$$\overline{F}_r^2 = \begin{bmatrix} (\overline{Z}_2^2)_r \\ (\overline{T}_2^2)_r \\ (\overline{M}_2^2)_r \\ (\overline{Z}_3^2)_r \\ (\overline{T}_3^2)_r \\ (\overline{M}_3^2)_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7553,925 \\ 51,889 \\ 1501,850 \\ 7553,925 \\ -51,889 \\ 1746,337 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Nm \\ Nm \\ N \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix} \quad (55)$$

Os diagramas desenvolvidos para o elemento dois são demonstrados na figura 29.

Figura 29 – Diagrama de esforços internos no elemento 2.



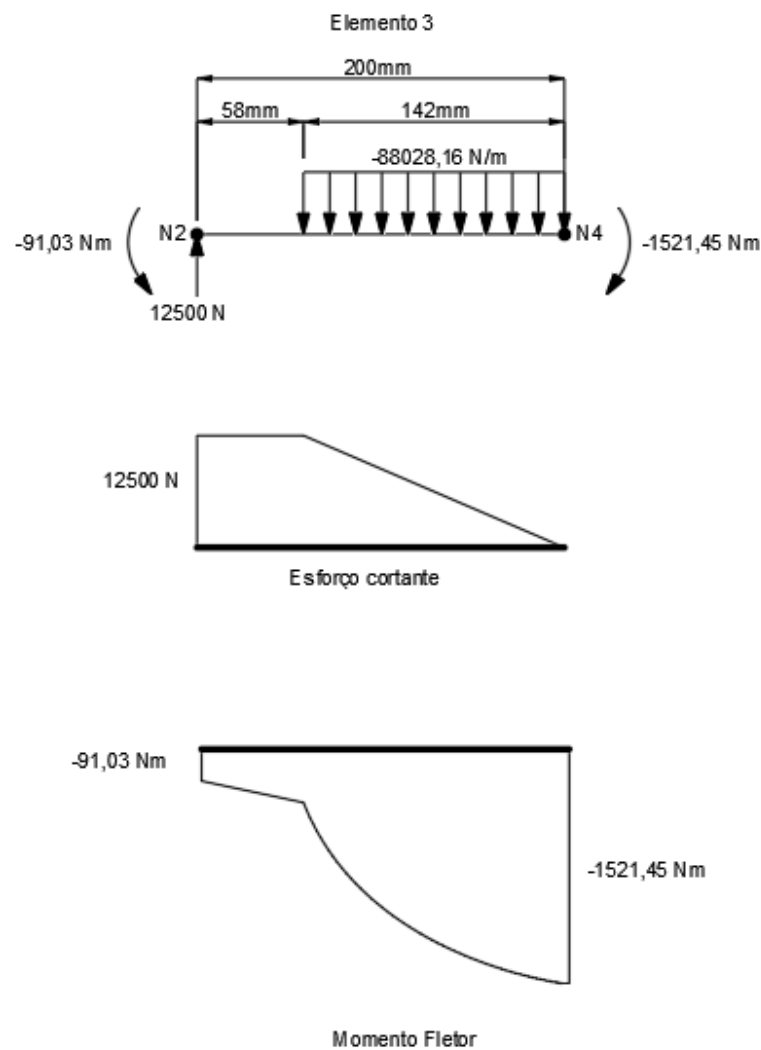
Fonte: Do autor (2023).

Já para o elemento três obteve-se a seguinte matriz para os esforços internos:

$$\overline{F}_r^3 = \begin{bmatrix} (\overline{Z}_2^2)_r \\ (\overline{T}_2^2)_r \\ (\overline{M}_2^2)_r \\ (\overline{Z}_3^2)_r \\ (\overline{T}_3^2)_r \\ (\overline{M}_3^2)_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12499,996 \\ -7,0180 \times 10^{-7} \\ -91,0329 \\ 0,00242 \\ 7,0180 \times 10^{-7} \\ -1521,4661 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ Nm \\ Nm \\ N \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix} \quad (56)$$

Os diagramas desenvolvidos para o elemento dois são demonstrados na figura 30.

Figura 30 – Diagrama de esforços internos no elemento 3.



4.2 Cálculo da tensão

Para o cálculo do esforço de flexão no nó 4 do elemento 3 o momento fletor utilizado foi de 1521,45 Nm, conforme demonstrado na figura 30.

$$\sigma_{nomf} = \frac{6M}{(D-d)t^2} = \frac{6 \times 1521,45}{(0,3 - 0,12) \times 0,01905^2} \quad (57)$$

$$\sigma_{nomf} = 139,74 \text{ MPa} \quad (58)$$

A partir da figura 30, dos valores $\frac{d}{D} = 0,4$ e $\frac{d}{t} = 6,29$, o valor de $K = 1,3$, e da equação (9) obteve-se o seguinte valor para a tensão de flexão máxima na chapa.

$$\sigma_{máxf} = \sigma_{nomf}K = 139,74 \times 1,3 \quad (59)$$

$$\sigma_{máxf} = 181,67 \text{ MPa} \quad (60)$$

Ainda, conforme figura 21 e tabela 2, obteve-se que a tensão admissível é o seguinte:

$$\sigma_{adm} = \sigma_{escoamento} \times \text{Fator de redução de capacidade} = 250 \times 0,9 \quad (61)$$

$$\sigma_{adm} = 230 \text{ MPa} \quad (62)$$

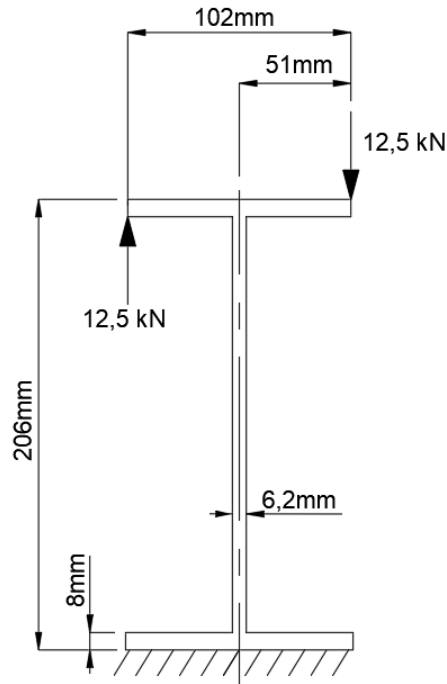
Como a tensão máxima na chapa é menor do que a tensão admissível chega-se a conclusão que a estrutura é adequada. Assim, obteve-se um fator de segurança de 1,26.

Para o cálculo da tensão na viga calculou-se a tensão de flexão de alma. Portanto, a figura 31 demonstra a consideração feita para o cálculo da tensão. Já para o valor da carga aplicada na aba da viga, a força no nó 2, obtida através do diagrama da figura 30, foi utilizada. E para o cálculo da tensão a equação (1) foi utilizada.

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{(12500 \times 0,051) \times (0,0062/2)}{\frac{1 \times (0,0062)^3}{12}} \quad (63)$$

$$\sigma = 99,50 \text{ MPa} \quad (64)$$

Figura 31 – Caso de cargas para o cálculo da tensão na viga.



Fonte: Do autor (2023).

4.3 Aplicação em MEF e solução

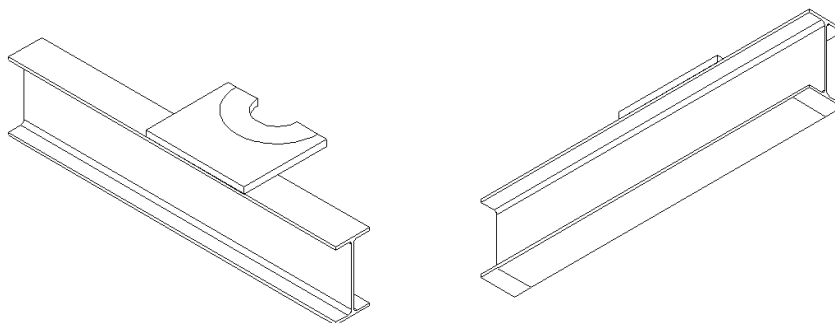
Para a aplicação em elementos finitos primeiramente foi modelado em 3D a geometria CAD que se utilizou como domínio para a simulação. A modelagem foi executada em *SolidWorks*®.

Desenhou-se apenas metade da geometria devido a condição de simetria existente na aplicação estudada. Ainda, a geometria resultante foi dividida em dois corpos: a chapa e a viga, conforme a figura 32 demonstra.

Posteriormente, a geometria foi exportada para o *Ansys*®. Onde a simulação foi executada.

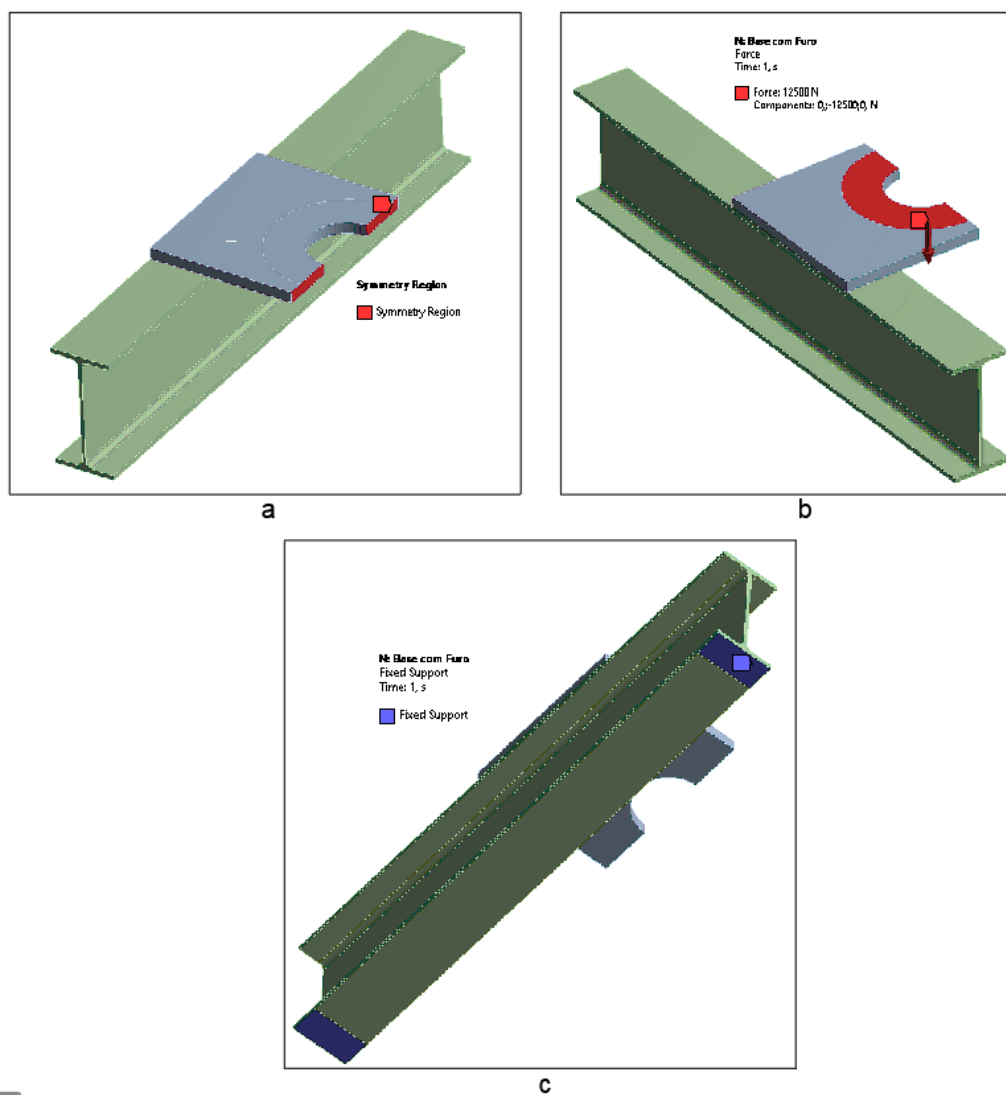
No ambiente de simulação, a carga foi aplicada como uma carga distribuída na região superior da chapa com valor de 12,5kN, como existe a condição de simetria o valor total foi de 25kN. Já para os engastes, as duas faces inferiores da viga aplicaram-se como suporte fixo. Logo, a condição de simetria foi aplicada ao corpo. Também, a região de contato entre os dois corpos foi determinada como *bonded*, ou seja, não há deslocamento relativo entre os nós conectados entre os dois corpos. A figura 33 resume as condições de contorno e preparação da simulação.

Figura 32 – CAD 3D para simulação da base metálica.



Fonte: Do autor (2023).

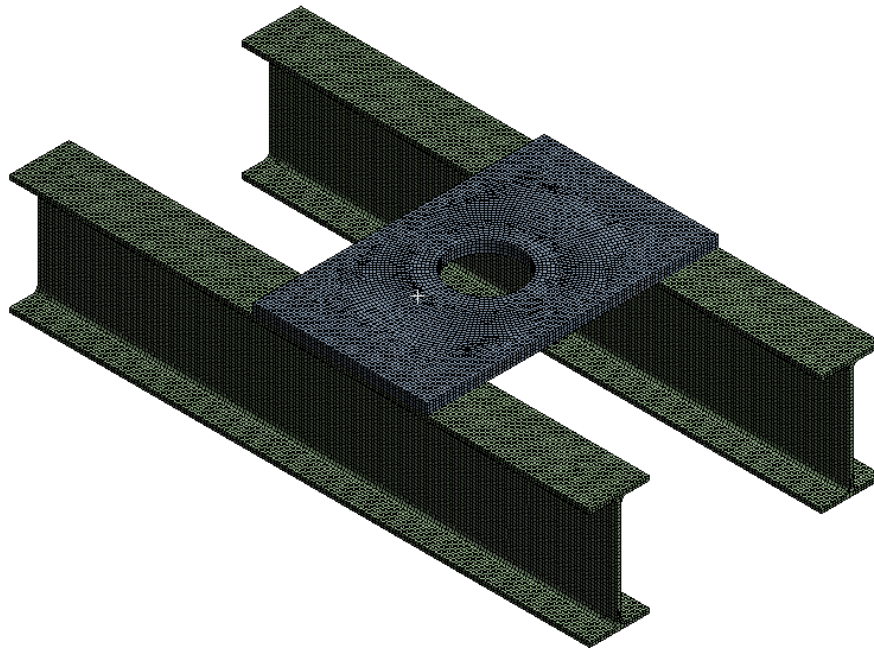
Figura 33 – Condições de contorno da simulação: a) Região da simetria; b) Carga aplicada; c) Região de engaste.



Fonte: Do autor (2023).

A malha gerada obteve 218339 nós e 44244 elementos. Aplicou-se um delimitador de tamanho máximo de elemento de 5mm e o método de malha escolhido foi *Hex Dominant*. A figura 34 demonstra a malha.

Figura 34 – Malha para simulação.



Fonte: Do autor (2023).

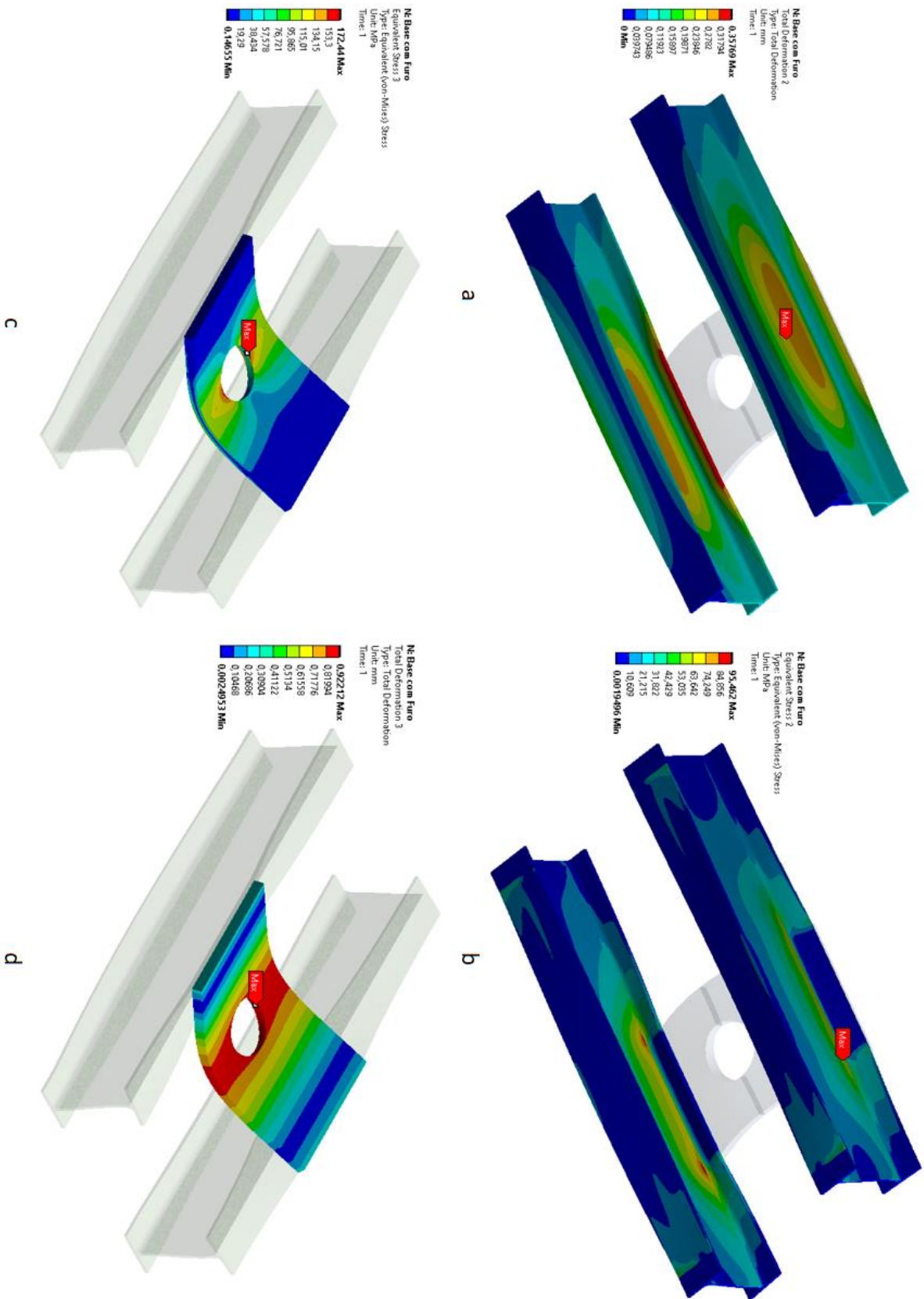
A figura 35 demonstra os resultados de tensão e deslocamento obtidos na simulação. E a tabela 7 resume os dados obtidos pelo software.

Tabela 7 – Tensões e deslocamentos obtidos a partir da simulação.

Item	Tensão máxima (MPa)	Deslocamento (mm)
Chapa	172,44	0,92
Viga	95,46	0,35

Fonte: Do autor (2023).

Figura 35 – Resultados da simulação.



Fonte: Do autor (2023).

4.4 Comparação entre os dois métodos.

Para os dois métodos os valores de tensões na chapa foram comparados. A tabela 8 resume os dados obtidos.

Tabela 8 – Comparação entre os métodos.

Método	<i>Tensão na chapa (MPa)</i>	<i>Tensão na viga (MPa)</i>
MEF	172,44	95,46
Matricial	181,92	99,50

Fonte: Do autor (2023).

Percebeu-se que há uma diferença de 5,5% entre os métodos para valores de tensão de flexão na chapa. E 4,2% para a tensão na viga.

Outra informação para comparação foi o tempo para obtenção dos resultados entre os dois métodos. A tabela 9 resume os valores obtidos.

Tabela 9 – Comparação entre os tempos para obtenção de resultados dos métodos.

Método	<i>Tempo (minutos)</i>
MEF	30,2
Matricial	3,5

Fonte: Do autor (2023).

Obteve-se uma diferença de 863% do tempo para obtenção do resultado entre os dois métodos.

5 CONCLUSÕES

A pesquisa desenvolvida focou na aplicação do método de análise matricial como um método para verificação estrutural, aplicado a etapa de orçamentação de base para pistão de acionamento de comporta hidráulica. Adicionalmente, objetivou-se a diminuição de tempo gasto para essa tarefa.

Com relação às atividades abordadas e desenvolvidas neste estudo, chega-se às seguintes conclusões:

1. Conforme o objetivo geral: “Aumentar a velocidade de cálculo preliminar para a etapa de orçamentação de uma base para suporte de pistão hidráulico de comporta hidráulica por meio aplicação da análise matricial (verificação estrutural) para o produto em questão”. O trabalho obteve êxito na redução de tempo para o dimensionamento estrutural, sacrificando uma pequena diferença de resultado de tensão entre os métodos comparados.
2. Conforme objetivo específico: “Adaptar o método de análise matricial para verificação estrutural de base para suporte de pistão hidráulico para acionamento de comporta hidráulica”. Chegou-se à conclusão de que a pesquisa conseguiu atingir esse objetivo, onde o programa escrito em *Python* encontra-se no Apêndice A.
3. Conforme objetivo específico: “Aplicar a análise matricial em uma situação específica (estudo de caso)”. Conseguiu-se atender a tal objetivo conforme demonstrado na metodologia.
4. Conforme objetivo específico: “Comparar com os resultados obtidos a partir da aplicação do método dos elementos finitos”. Obteve-se a comparação entre os dois métodos analisados e chegou-se à conclusão de que a diferença de tensão para o caso analisado é pequena. E é compensada pelo ganho de tempo para obtenção de resultados de verificação. Porém, é necessária uma testagem com mais casos para ter certeza de efetividade do método aplicado.

5. Conforme objetivo específico: “Comparar a diferença de tempo para obtenção de resultado em comparação entre a análise matricial e o método de elementos finitos”. Foi possível atender o objetivo conforme demonstrado na tabela 10.

Finalmente, conforme desenvolvimento da pesquisa chegou-se à conclusão de que a aplicação do método de análise matricial para substituição do método dos elementos finitos para etapa de orçamentação é promissora. Porém, para se ter a confiança de aplicação do método na indústria julga-se necessário uma testagem para mais casos específicos de base para pistão de acionamento para comportas hidráulicas. Esse estudo justifica-se para garantir que a diferença entre as tensões não seja significativa para todos os possíveis casos.

5.1 Sugestão para trabalhos futuros.

Como efeito de complementação para a pesquisa aqui desenvolvida sugere-se que sejam elaborados os seguintes itens:

1. Elaborar uma rotina de programação para uma maior experimentação do método em comparação com elementos finitos;
2. Elaborar uma rotina de combinação de viga e chapa para obtenção da configuração estrutural que atenda a tensão admissível com a menor utilização de massa possível.

REFERÊNCIAS

ABNT NBR 7259 – Comportas hidráulicas - Terminologia [Conferência] // ABNT. – RIO DE JANEIRO, abr. 2001.

ABNT NBR 8883 – Comportas hidráulicas - Terminologia [Conferência] // ABNT. – RIO DE JANEIRO, out. 2002.

ABREU, André Luis De. **Comparativo entre método empírico e analítico por meio da aplicação da análise de elementos finitos em uma comporta hidráulica**. 2019. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Guarapuava, 2019.

AL-SHAWI, Fathi. **Analysis of Structures by Matrix Methods**. Jenny Stanford Publishing Pte. Ltd., Singapore, 2023.

ANEEL. **Brasil supera em 2022 os 8 GW de expansão na capacidade instalada**. Governo Federal do Brasil, Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em: <<https://www.gov.br/aneel/pt-br/assuntos/noticias/2023/brasil-supera-em-2022-os-8-gw-de-expansao-na-capacidade-instalada#:~:text=em%20usinas%20solares.-,Capacidade%20instalada,outorgados%20em%20fase%20de%20constru%C3%A7%C3%A3o>>. Acesso em: 04 de abril de 2023.

BASTOS, Eduardo Machado Di Tommaso Bastos. **Parametrização e otimização estrutural de comportas enseadeiras utilizando APDL**. 2018. Tese (Mestrado em ciências mecânicas) – Universidade de Brasília, UNB, Brasília, 2018.

CALLISTER, W.D; RETWISCH, D.G. **Ciência e Engenharia de Materiais: Uma introdução**. 8ed. LTC, Rio de Janeiro, 2012.

ERBISTI, P.C.F. **Design of Hydraulic Gates**. A. A. Balkema Publishers – Netherlands – 2th Edition (2008).

EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA - EPE. **Expansão da Geração. Ministério de Minas e Energia**, 2021. Disponível em: <<https://www.epe.gov.br/pt/areas-de-atuacao/energia-eletrica/expansao-da-geracao/>>. Acesso em: 04 de abril de 2023.

GOVERNMENT OF INDIA. Central Water Commission. **Design Manual on Hydraulic Hoist For Operation Of Hydraulic Gates**, 2022. Disponível em: <[http://www.cwc.gov.in/main/downloads/Design%20Manual%20on%20Hydraulic%20Hoist%20for%20Operation%20of%20Hydraulic%20Gates%20\(2022\).pdf](http://www.cwc.gov.in/main/downloads/Design%20Manual%20on%20Hydraulic%20Hoist%20for%20Operation%20of%20Hydraulic%20Gates%20(2022).pdf)>. Acesso em: 04 de abril de 2023.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7 ed. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 2010.

LEWIN, J. **Hydraulic Gates and Valves**. Thomas Telford Publications – U. S. A – Second Edition (2001).

Lu, C.; Yang, Z.; Li, P.; Zhang, X.; Huang, J.; Wang, L. **Finite Element Analysis and Reinforcement of Steel Crane Beam under Eccentric Track Loading**. *Machines* 2022, 10, 783. <https://doi.org/10.3390/machines10090783>.

PERONDI, Aderson. **Dimensionamento estrutural de um pórtico metálico fixo para uma usina hidrelétrica**. 2022. Instituto Federal de Santa Catarina, IFSC, Xanxerê, 2022.

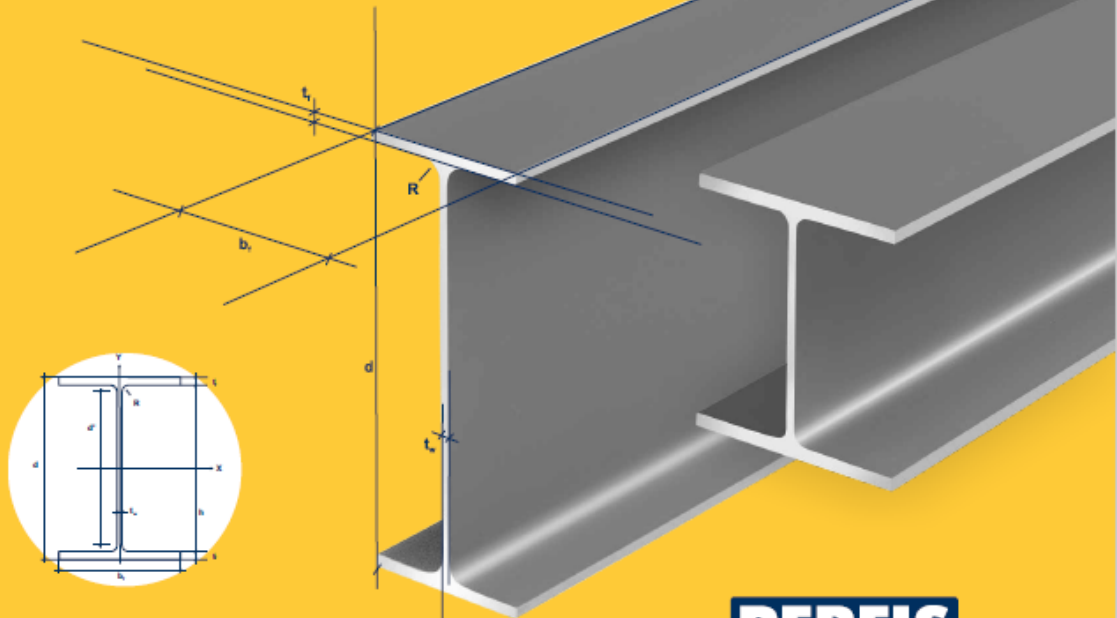
SOUZA, Z; SANTOS, A. H. M; BORTONI, E. C. **Centrais hidrelétricas: implantação e comissionamento**. 2ª ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2009.

TIMOSHENKO, S. **Mecânica dos sólidos: Volume I**. 1ª ed. LTC, Rio de Janeiro, 1984.

UGURAI, A; **Plates and Shells**, 4º ed. Taylor & Francis Group, Londres, 2018.

ANEXO A – Tabela de vigas Gerdau

TABELA DE BITOLAS



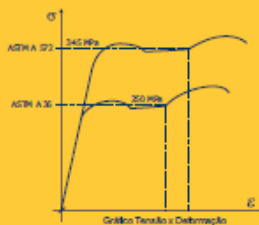
PERFIS
GERDAU AÇOMINAS

PROPRIEDADES MECÂNICAS

	ASTM A 572 Grau 50	AÇO COR 500
Limite de Escoamento (MPa)	345 mín.	370 mín.
Limite de Resistência (MPa)	450 mín.	500 mín.
Alongamento após ruptura, % ($l_0 = 200$ mm)	18 mín.	18 mín.

Especificações de aço de acordo com a Norma NBR 7007:2002 são AR 350 e AR 350 CDR, respectivamente.

COMPARATIVO DE RESISTÊNCIA



NOTAS:

- 1) Aço A 572 supera as solicitações do A 36.
- 2) Produzimos aço A 992 sob encomenda.
- 3) Produzimos aço A 131 sob encomenda e com certificação para uso naval (AH 32/36).
- 4) Material certificado DNV, ABS, BV, Lloyd's Register, Nippon Kaiji Kyokai e Korean Register.

GERDAU
AÇOMINAS

São Paulo
Av. das Nações Unidas, 8.501 - 7º andar
Pinheiros - CEP 05425-070
Fone: (11) 3094-6550 - Fax: (11) 3094-4283

Belo Horizonte (31) 3289-4321	Curitiba (41) 3641-3616	Porto Alegre (51) 3323-2981
Recife (81) 3452-7639	Rio de Janeiro (21) 2414-6933	Vitória (27) 3398-4431

E-mail: perfis@gerdau.com.br

www.gerdau.com.br/perfisgerdauacominas



TABELA DE BITOLAS

BITOLA mm x kg/m	Massa Lineal kg/m	d mm	ESPESURA			h mm	b mm	A _{area} cm ²	BEXO X - X				BEXO Y - Y				r cm	L _{cm}	ESBELTEZ		C _{cm}	v m ³ /m	BITOLA mm x kg/m
			t _{mm}	t _{2mm}	t _{3mm}				t _{4mm}	L _{cm}	L _{cm}	L _{cm}	L _{cm}	L _{cm}	L _{cm}	L _{cm}			L _{cm}	L _{cm}			
W190 x13.0	13.0	148	100	4.3	4.9	138	118	18.9	895	86.8	8.18	98.4	82	16.4	2.22	25.5	2.80	1.72	10.20	27.40	4.181	0.67	W150 x13.0
W190 x18.0	18.0	153	102	5.8	7.1	139	119	23.4	989	122.8	8.34	130.4	128	24.7	2.32	36.5	2.89	4.34	7.18	20.48	8.893	0.89	W150 x18.0
W190 x22.5 (H)	22.5	152	102	5.8	8.8	139	119	23.0	1.229	161.7	8.51	179.8	387	50.9	3.65	77.9	4.10	4.75	11.52	20.48	20.417	0.88	W150 x22.5 (H)
W190 x24.0	24.0	160	102	6.8	10.3	139	119	31.5	1.384	179.0	8.83	197.8	183	35.9	2.41	55.8	2.73	11.08	4.95	17.48	10.206	0.89	W150 x24.0
W190 x29.8 (H)	29.8	157	103	6.8	9.3	138	118	38.5	1.739	221.5	8.72	247.5	556	72.8	3.80	110.8	4.18	10.95	8.23	17.94	30.277	0.90	W150 x29.8 (H)
W190 x37.1 (H)	37.1	162	104	8.1	11.8	139	119	47.8	2.244	277.0	8.85	313.5	707	91.8	3.84	140.4	4.22	20.58	8.84	14.67	39.880	0.91	W150 x37.1 (H)
W200 x15.0	15.0	200	100	4.3	5.2	190	170	18.4	1.305	130.5	8.20	147.9	87	17.4	2.12	27.3	2.55	2.05	9.82	30.44	8.222	0.77	W200 x15.0
W200 x19.3	19.3	203	102	5.8	6.5	190	170	25.1	1.688	166.1	8.59	190.8	116	22.7	2.14	35.9	2.59	4.02	7.85	29.31	11.086	0.79	W200 x19.3
W200 x22.5	22.5	206	102	6.2	8.0	190	170	23.0	2.029	197.0	8.37	225.5	142	27.9	2.22	43.9	2.83	6.18	6.38	27.42	13.889	0.79	W200 x22.5
W200 x26.8	26.8	207	103	5.8	8.4	190	170	30.2	2.811	252.4	8.73	290.3	330	49.8	3.19	76.3	3.54	7.85	7.92	29.34	32.477	0.82	W200 x26.8
W200 x31.3	31.3	210	104	6.4	10.2	190	170	40.3	3.188	301.7	8.98	336.6	410	61.2	3.19	94.0	3.80	12.59	8.57	26.50	40.822	0.82	W200 x31.3
W200 x35.0 (H)	35.0	201	105	6.2	10.2	181	161	45.7	3.437	342.0	8.87	379.2	794	92.2	4.09	141.0	4.80	34.51	8.99	25.00	83.502	1.08	W200 x35.0 (H)
W200 x41.7 (H)	41.7	205	106	7.2	11.8	181	161	53.5	4.114	401.4	8.77	448.6	961	108.5	4.10	167.7	4.53	23.19	7.03	21.86	83.948	1.04	W200 x41.7 (H)
W200 x46.1 (H)	46.1	203	209	7.2	11.0	181	161	58.8	4.543	447.8	8.81	495.3	1.035	151.2	5.12	229.5	5.56	22.01	9.23	23.36	141.342	1.19	W200 x46.1 (H)
W200 x52.0 (H)	52.0	206	204	7.2	11.8	181	161	68.0	5.298	514.4	8.90	572.5	1.784	174.9	5.18	265.8	5.84	47.89	9.16	10.85	189.710	1.19	W200 x52.0 (H)
HP 200 x53.0 (H)	53.0	204	207	11.3	11.3	181	161	86.1	4.977	488.0	8.85	551.3	1.873	161.7	4.98	248.6	5.57	31.09	9.18	14.28	156.075	1.20	HP 200 x53.0 (H)
W200 x58.0 (H)	58.0	210	205	9.1	14.2	182	158	78.0	6.140	584.8	8.99	655.9	2.041	190.1	5.18	309.0	5.84	47.89	9.22	17.32	195.418	1.20	W200 x58.0 (H)
W200 x71.0 (H)	71.0	218	208	10.2	17.4	181	161	91.0	7.880	700.2	9.17	802.2	2.537	248.3	5.28	374.5	7.00	81.86	5.92	15.80	249.078	1.22	W200 x71.0 (H)
W200 x80.0 (H)	80.0	222	209	13.0	20.8	181	157	110.9	9.498	855.7	9.28	984.2	3.139	300.4	5.32	459.7	5.77	142.19	5.07	12.08	317.844	1.29	W200 x80.0 (H)
W250 x17.8	17.8	251	101	4.8	5.3	240	220	25.1	2.201	162.8	9.88	210.0	91	18.1	1.98	28.4	2.48	2.54	9.33	45.02	13.705	0.88	W250 x17.8
W250 x22.3	22.3	254	102	5.8	6.9	240	220	28.9	2.939	231.4	10.09	287.7	123	24.1	2.08	38.4	2.54	4.77	7.99	37.07	18.829	0.89	W250 x22.3
W250 x25.3	25.3	257	102	6.1	8.4	240	220	32.8	3.473	270.2	10.31	311.1	148	29.3	2.14	46.4	2.56	7.06	6.07	36.10	22.365	0.89	W250 x25.3
W250 x28.4	28.4	260	102	6.4	10.0	240	220	36.8	4.048	311.2	10.51	357.3	178	34.8	2.20	54.9	2.82	10.34	5.17	34.38	27.836	0.90	W250 x28.4
W250 x32.7	32.7	258	148	6.1	9.1	240	220	42.1	4.937	382.0	10.83	426.5	473	44.8	3.36	60.7	3.86	10.44	8.02	38.05	73.104	1.07	W250 x32.7
W250 x38.5	38.5	262	147	6.8	11.2	240	220	49.8	6.057	482.4	11.05	517.8	594	60.8	3.46	124.1	3.23	17.83	8.58	33.27	93.342	1.08	W250 x38.5
W250 x44.8	44.8	266	148	7.6	13.0	240	220	57.8	7.198	536.2	11.16	680.6	704	66.1	3.59	146.4	3.96	27.14	5.89	28.06	127.398	1.09	W250 x44.8
HP 250 x42.0 (H)	42.0	246	236	10.5	10.7	225	201	78.8	8.728	709.5	10.47	790.5	2.295	254.0	6.13	357.8	6.89	33.46	11.98	10.10	417.330	1.47	HP 250 x42.0 (H)
W250 x73.0 (H)	73.0	253	254	8.6	14.2	225	201	92.7	11.267	889.0	11.02	989.3	3.860	305.5	6.47	463.1	7.01	56.94	8.94	23.33	582.900	1.48	W250 x73.0 (H)
W250 x80.0 (H)	80.0	256	255	9.4	15.8	225	201	101.9	12.550	985.5	11.10	1.088.7	4.313	338.3	6.51	513.1	7.04	75.02	8.17	21.36	622.878	1.49	W250 x80.0 (H)
HP 250 x85.0 (H)	85.0	254	280	14.4	14.4	225	201	108.5	12.290	988.9	10.84	1.028.4	4.225	325.0	6.54	499.6	7.00	82.07	9.03	13.97	606.429	1.50	HP 250 x85.0 (H)
W250 x90.0 (H)	90.0	260	256	10.7	17.3	225	201	113.9	14.237	1.095.1	11.18	1.234.4	4.841	378.2	6.52	574.3	7.08	102.81	7.40	18.82	712.351	1.50	W250 x90.0 (H)
W250 x101.0 (H)	101.0	264	257	11.9	19.8	225	201	128.7	16.352	1.258.8	12.07	1.336.0	5.549	433.8	6.57	636.3	7.10	147.70	6.88	16.87	826.011	1.51	W250 x101.0 (H)
W250 x115.0 (H)	115.0	269	259	13.5	22.1	225	201	146.1	18.920	1.408.7	11.38	1.507.4	6.405	494.6	6.82	752.7	7.18	212.00	5.88	14.87	975.285	1.53	W250 x115.0 (H)
W310 x21.0	21.0	303	101	5.1	5.7	302	272	27.2	3.376	240.2	11.70	303.2	98	19.5	1.90	31.4	2.42	3.27	8.88	53.25	21.823	0.98	W310 x21.0
W310 x23.8	23.8	305	101	5.8	6.7	302	272	30.7	4.348	285.0	11.80	339.2	116	22.9	1.94	36.9	2.45	4.85	7.54	48.50	25.504	0.99	W310 x23.8
W310 x28.3	28.3	309	102	6.0	8.9	291	271	34.5	5.500	356.0	12.28	412.0	158	31.0	2.08	49.4	2.58	8.14	5.73	45.20	35.441	1.00	W310 x28.3
W310 x32.7	32.7	313	102	6.8	10.8	291	271	42.1	6.570	419.8	12.49	485.3	192	37.8	2.13	59.8	2.88	12.91	4.72	41.12	43.812	1.00	W310 x32.7
W310 x38.7	38.7	310	105	5.8	9.7	291	271	44.7	8.861	539.8	13.14	615.4	227	38.1	3.82	134.9	4.38	13.20	8.51	46.86	68.728	1.25	W310 x38.7
W310 x44.5	44.5	313	106	6.8	11.2	291	271	57.2	9.907	638.8	13.22	712.8	855	63.0	3.87	159.0	4.41	19.00	7.41	41.00	194.433	1.26	W310 x44.5
W310 x52.0	52.0	317	107	7.8	13.2	291	271	87.0	11.909	751.4	13.33	840.5	1.028	222.9	3.91	188.8	4.45	31.81	6.33	35.61	236.422	1.27	W310 x52.0
HP 310 x70.0 (H)	70.0	299	306	11.0	11.0	277	245	100.0	18.136	1.091.3	12.77	1.210.1	5.258	343.7	7.25	525.4	8.20	46.72	31.91	22.27	1.089.258	1.17	HP 310 x70.0 (H)
HP 310 x93.0 (H)	93.0	303	308	13.1	13.1	277	245	119.2	19.882	1.230.1	12.85	1.493.8	6.287	414.7	7.32	636.5	8.26	77.33	17.88	16.86	1.340.320	1.78	HP 310 x93.0 (H)
W310 x97.0 (H)	97.0	308	305	9.9	15.4	277	245	123.6	22.234	1.447.0	13.43	1.594.2	7.286	477.8	7.68	725.0	8.38	92.12	9.90	24.77	1.558.882	1.79	W310 x97.0 (H)
W310 x107.0 (H)	107.0	311	308	10.9	17.0	277	245	136.4	24.838	1.607.3	13.49	1.788.2	8.223	530.9	7.72	808.1	8.41	128.36	9.00	22.48	1.754.271	1.80	W310 x107.0 (H)
HP 310 x110.0 (H)	110.0	308	310	15.4	15.5	277	245	141.0	23.703	1.530.1	12.97	1.730.8	7.707	497.3	7.59	789.7	8.33	125.86	10.00	15.91	1.948.104	1.80	HP 310 x110.0 (H)
W310 x117.0 (H)	117.0	314	307	11.9	18.7	277	245	149.9	27.583	1.755.8	13.58	1.932.8	8.024	567.9	7.78	893.1	8.44	161.81	8.21	20.55	1.985.930	1.80	W310 x117.0 (H)
HP 310 x125.0 (H)	125.0	312	312	17.4	17.4	277	245	159.0	27.078	1.735.8	13.05	1.959.3	8.223	565.8	7.46	870.8	8.38	177.98	8.97	14.00	1.911.029	1.81	HP 310 x125.0 (H)
W360 x33.0	33.0	349	127	5.8	6.5	332	308	42.1	8.398	479.0	14.09	547.8	291	45.9	2.89	72.0	3.20	3.15	7.47	53.10	84.111	1.17	W360 x33.0
W360 x39.0	39.0	353	128	6.5	10.7	332	308	50.2	10.391	585.3	14.35	687.7	375	58.8	2.73	91.9	3.27	15.83	5.98	47.32	106.571	1.18	W360 x39.0
W360																							

Apêndice A - Verificação estrutural base cilindro hidráulico

```
In [1]: import sympy as sp  
from sympy import *
```

```
In [2]: #Entrada de dados  
#Viga  
E_viga = 2.07*10**11  
I_viga = 1.95*10**-5  
J_viga = 5.10*10**-8  
G_viga = 8*10**10  
altura_viga = 0.206  
aba_viga = 0.102  
esp_alma = 0.0062  
esp_aba = 0.008  
  
#Chapa  
E_chapa = 2.07*10**11  
I_chapa = 1.72*10**-7  
J_chapa = 6.81*10**-7  
G_chapa = 8*10**10  
esp_chapa = 0.01905  
  
#Dimensões  
L1 = 0.570  
L2 = 0.430  
L3 = 0.2  
L4 = 0.3  
  
#Cargas  
Carga = 25000  
D_flange = 0.284  
D_furo = 0.12
```

```
In [3]: #Constantes matriz de rigidez
E,L,I,G,J = sp.symbols(['E','L','I','G','J'])
#Constantes matriz transformação de coordenadas
p,r = sp.symbols(['p','r'])
```

```
In [4]: #Matriz de rigidez elementar
Ke_ = sp.Matrix([[12*E*I/L**3,0,-6*E*I/L**2,-12*E*I/L**3,0,-6*E*I/L**2],
                 [0,G*I/L,0,0,-G*I/L,0],
                 [-6*E*I/L**2,0,4*E*I/L,6*E*I/L**2,0,2*E*I/L],
                 [-12*E*I/L**3,0,6*E*I/L**2,12*E*I/L**3,0,6*E*I/L**2],
                 [0,-G*I/L,0,0,G*I/L,0],
                 [-6*E*I/L**2,0,2*E*I/L,6*E*I/L**2,0,4*E*I/L]])
```

```
In [5]: #viga
p2 = sp.Matrix([[1,0,0],[0,1,0],[0,0,1]])
r2 = sp.zeros(6)
r2[0:3, 0:3] = p2[:, :]
r2[3:6, 3:6] = p2[:, :]
#chapa
p1 = sp.Matrix([[1,0,0],[0,0,-1],[0,1,0]])
r1 = sp.zeros(6)
r1[0:3, 0:3] = p1[:, :]
r1[3:6, 3:6] = p1[:, :]
```

```
In [6]: #Matriz rigidez elementar
Ke_chapa = r1.T*Ke_*r1
Ke_viga = r2.T*Ke_*r2
```

```
In [7]: #Elementos
Ke1 = Ke_viga.subs(L,L1).subs(E,E_viga).subs(I,I_viga).subs(J,J_viga).subs(G,G_viga)
Ke2 = Ke_viga.subs(L,L2).subs(E,E_viga).subs(I,I_viga).subs(J,J_viga).subs(G,G_viga)
Ke3 = Ke_chapa.subs(L,L3).subs(E,E_chapa).subs(I,I_chapa).subs(J,J_chapa).subs(G,G_chapa)
Ke4 = Ke_chapa.subs(L,L3).subs(E,E_chapa).subs(I,I_chapa).subs(J,J_chapa).subs(G,G_chapa)
Ke5 = Ke_viga.subs(L,L2).subs(E,E_viga).subs(I,I_viga).subs(J,J_viga).subs(G,G_viga)
Ke6 = Ke_viga.subs(L,L1).subs(E,E_viga).subs(I,I_viga).subs(J,J_viga).subs(G,G_viga)
```

```

In [8]: #Montagem da matriz de rigidez global
Kg1 = sp.zeros(21)
for i in range(3):
    for j in range(3):
        Kg1[i,j]=Ke1[i,j]
        Kg1[i+3,j]=Ke1[i+3,j]
        Kg1[i,j+3]=Ke1[i,j+3]
        Kg1[i+3,j+3]=Ke1[i+3,j+3]+Ke2[i,j]+Ke3[i,j]
        Kg1[i+6,j+3]=Ke2[i+3,j]
        Kg1[i+9,j+3]=Ke3[i+3,j]
        Kg1[i+3,j+6]=Ke2[i,j+3]
        Kg1[i+6,j+6]=Ke2[i+3,j+3]
        Kg1[i+3,j+9]=Ke3[i,j+3]
        Kg1[i+9,j+9]=Ke3[i+3,j+3]+Ke4[i,j]
        Kg1[i+15,j+9]=Ke4[i+3,j]
        Kg1[i+12,j+12]=Ke5[i,j]
        Kg1[i+15,j+12]=Ke6[i+3,j]
        Kg1[i+9,j+15]=Ke4[i,j+3]
        Kg1[i+12,j+15]=Ke6[i,j+3]
        Kg1[i+15,j+15]=Ke4[i+3,j+3]+Ke5[i,j]+Ke6[i+3,j+3]
        Kg1[i+18,j+15]=Ke5[i+3,j]
        Kg1[i+15,j+18]=Ke5[i,j+3]
        Kg1[i+18,j+18]=Ke5[i+3,j+3]

```

```

In [9]: #Matriz Deslocamentos
w2,f2,t2,w4,f4,t4,w6,f6,t6 = sp.symbols('w2 f2 t2 w4 f4 t4 w6 f6 t6')
d = sp.Matrix([0,0,0,w2,f2,t2,0,0,0,w4,f4,t4,0,0,0,w6,f6,t6,0,0,0])

```

```

In [10]: #Equivalência de carga localizada como distribuída
a = D_flange/2
q = (Carga/2)/a

Ma = ((q*a**3)/(12*L3**2))*(4*L3-3*a)
Mb = ((q*a**2)/(12*L3**2))*(6*L3**2-8*a*L3+3*a**2)
Ra = ((q*a)/(2*L3**3))*(2*L3**3-2*L3*a**2+a**3)
Rb = ((q*a**3)/(2*L3**3))*(2*L3-a)

```

```
In [11]: #Matriz de cargas carga distribuida
Zi,Ti,Mi,Zj,Tj,Mj = sp.symbols('Zi Ti Mi Zj Tj Mj')
Ff_ = sp.Matrix([Zi,Ti,Mi,Zj,Tj,Mj])
Ff_3 = Ff_.subs(Zi,Rb).subs(Ti,0).subs(Mi,-Ma).subs(Zj,Ra).subs(Tj,0).subs(Mj,Mb)
Fs_3 = -r1.T*Ff_3
Ff_4 = Ff_.subs(Zi,Ra).subs(Ti,0).subs(Mi,-Mb).subs(Zj,Rb).subs(Tj,0).subs(Mj,Ma)
Fs_4 = -r1.T*Ff_4

Rz1,Rt1,Rm1,Rz3,Rt3,Rm3,Rz5,Rt5,Rm5,Rz7,Rt7,Rm7 = sp.symbols('Rz1 Rt1 Rm1 Rz3 Rt3 Rm3 Rz5 Rt5 Rm5 Rz7 Rt7 Rm7')
f = sp.Matrix([Rz1,Rt1,Rm1,Fs_3[0],Fs_3[1],0,Rz3,Rt3,Rm3\
               ,Fs_3[3]+Fs_4[0],Fs_3[4]+Fs_4[1],0,Rz5,Rt5,Rm5,Fs_4[3],Fs_4[4],0,Rz7,Rt7,Rm7])
```

```
In [12]: sistema = Kgl*d - f
solutions = sp.solve(sistema, (w2,f2,t2,w4,f4,t4,w6,f6,t6,Rz1,Rt1,Rm1,Rz3,Rt3,Rm3,Rz5,Rt5,Rm5,Rz7,Rt7,Rm7))
w2_solution, f2_solution, t2_solution, w4_solution, f4_solution, t4_solution, w6_solution, f6_solution, t6_solution,\
Rz1_solution, Rt1_solution, Rm1_solution, Rz3_solution, Rt3_solution, Rm3_solution, Rz5_solution, Rt5_solution,\
Rm5_solution, Rz7_solution, Rt7_solution, Rm7_solution = solutions.values()
```

```
In [13]: #Cargas no elemento 1
desloc_1 = sp.Matrix([0,0,0,w2_solution,f2_solution,t2_solution])
Z1,T1,M1,Z2,T2,M2 = sp.symbols('Z1,T1,M1,Z2,T2,M2')
Fd1 = sp.Matrix([Z1,T1,M1,Z2,T2,M2])
sistema = Ke1*desloc_1 - Fd1
cargas_elemn_1 = sp.solve(sistema, (Z1,T1,M1,Z2,T2,M2))
```

```
In [14]: #Cargas no elemento 2
desloc_2 = sp.Matrix([w2_solution,f2_solution,t2_solution,0,0,0])
Z2,T2,M2,Z3,T3,M3 = sp.symbols('Z2,T2,M2,Z3,T3,M3')
Fd2 = sp.Matrix([Z2,T2,M2,Z3,T3,M3])
sistema = Ke2*desloc_2 - Fd2
cargas_elemen_2 = sp.solve(sistema, (Z2,T2,M2,Z3,T3,M3))
```

```
In [15]: #Cargas no elemento 3
Ke3 = Ke_.subs(L,L3).subs(E,E_chapa).subs(I,I_chapa).subs(J,J_chapa).subs(G,G_chapa)
desloc_3_global = sp.Matrix([w2_solution,f2_solution,t2_solution,w4_solution,f4_solution,t4_solution])
desloc_3 = r1*desloc_3_global
Fd3 = Ke3*desloc_3
F3 = Ff_3+Fd3
```

```
In [16]: #Tensão na chapa
Tensao_chapa = ((6*-F3[5])/((L4-D_furo)*esp_chapa**2))*10**-6
#Concentração de tensão (ver conforme diagrama)
K_tensao = 1.3
Tensao_max_chapa = Tensao_chapa*K_tensao
```

```
In [17]: #Tensão na viga
Tensao_max_viga = (((F3[0]*(aba_viga/2))*(esp_alma/2))/(((L1+L2)*((esp_alma)**3)/12))*10**-6
```

```
In [18]: #Resultados
print('Tensão máxima na chapa = ',Tensao_max_chapa,'MPa')
print('Tensão máxima na viga = ',Tensao_max_viga,'MPa')
```

```
Tensão máxima na chapa = 181.926059187534 MPa
Tensão máxima na viga = 99.5057232049949 MPa
```