



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA  
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
DE SANTA CATARINA CÂMPUS ITAJAÍ

MATHEUS ERKMANN BECHTOLD

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES PARA UM  
SISTEMA DE NÍVEL COM ACOPLAMENTO COM ENFOQUE NO  
CONTROLADOR *FUZZY***

ITAJAÍ-SC  
2021



MATHEUS ERKMANN BECHTOLD

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES PARA UM  
SISTEMA DE NÍVEL COM ACOPLAMENTO COM ENFOQUE NO  
CONTROLADOR *FUZZY***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina Câmpus Itajaí, ligado ao Ministério da Educação, no curso de Engenharia Elétrica, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Msc. Eng. Prof. Marcelo dos Santos Coutinho

ITAJAÍ-SC  
2021

**MATHEUS ERKMANN BECHTOLD**

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES PARA UM  
SISTEMA DE NÍVEL COM ACOPLAMENTO COM ENFOQUE NO  
CONTROLADOR *FUZZY***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia de Santa Catarina Câmpus Itajaí,  
ligado ao Ministério da Educação, no curso  
de Engenharia Elétrica, como requisito par-  
cial para obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Elétrica.

**Trabalho aprovado. Itajaí-SC, 19 de Outubro de 2021.**

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. Luis Fernando Pozas  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

Profa. Dra. Cynthia Beatriz Scheffer Dutra  
Instituto Federal de Santa Catarina

Prof. Msc. Marcelo dos Santos Coutinho  
Orientador

ITAJAÍ-SC  
2021

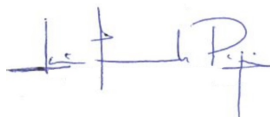
**MATHEUS ERKMANN BECHTOLD**

**ESTUDO E IMPLEMENTAÇÃO DE CONTROLADORES PARA UM  
SISTEMA DE NÍVEL COM ACOPLAMENTO COM ENFOQUE NO  
CONTROLADOR *FUZZY***

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao Instituto Federal de Educação, Ciência e  
Tecnologia de Santa Catarina Câmpus Itajaí,  
ligado ao Ministério da Educação, no curso  
de Engenharia Elétrica, como requisito par-  
cial para obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Elétrica.

**Trabalho aprovado. Itajaí-SC, 19 de Outubro de 2021.**

BANCA EXAMINADORA:



Assinado digitalmente por LUIS FERNANDO POZAS  
DN: C=BR, O=ICP-Brasil, OU=33683111000107,  
OU= Pessoa Física A3, OU=ARSPRO, OU=Autoridade  
Certificadora SERPROACF, CN=LUIS FERNANDO POZAS  
Razão: Eu sou o autor deste documento  
Localização: sua localização de assinatura aqui  
Data: 2021.10.22 14:36:06-03'00'  
Foxit Reader Versão: 10.1.0

Prof. Dr. Luis Fernando Pozas  
Instituto Federal de Santa Catarina



Documento assinado digitalmente  
CYNTHIA BEATRIZ SCHEFFER DUTRA  
Data: 22/10/2021 15:26:32-0300  
CPF: 017.561.979-46

Profa. Dra. Cynthia Beatriz Scheffer Dutra  
Instituto Federal de Santa Catarina

Prof. Msc. Marcelo dos Santos Coutinho  
Orientador

ITAJAÍ-SC  
2021

Dedico este trabalho à minha família, por terem provido os recursos para que isso fosse possível.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pelo refúgio em tempos de glória e tribulação. Aos meus familiares que não mediram esforços em proporcionar os recursos para que chegasse até aqui. Ao meu professor e orientador Marcelo, fundamental para conclusão deste trabalho. Ao Instituto Federal de Santa Catarina, pela excelência no ensino oferecido. Sem todos isso não seria possível, meu muito obrigado.

*“Lembre-se que as pessoas podem tirar tudo de você, menos o seu conhecimento”. Albert Einstein.*

## RESUMO

A área de sistemas de controle é indispensável no âmbito industrial, pois através de sua aplicação é possível minimizar custos, aumentar a produtividade, e otimizar processos. Os sistemas de nível, amplamente utilizados nas indústrias químicas, de celulose e alimentos, são exemplos de sistemas que precisam empregar a teoria de controle para garantir qualidade em seus processos através do controle do nível de algum líquido em um ou mais tanques. Geralmente, um sistema de nível se apresenta como um sistema não linear e multivariável, e por isso, a tarefa de projetar controladores que satisfaçam os requisitos de desempenho para o sistema, é desafiadora.

As técnicas de controle para sistemas multivariáveis e não lineares são geralmente complexas, e o estudante de graduação em engenharia elétrica não as estuda durante o curso. Sendo assim, os objetivos deste trabalho são, inicialmente, investigar se as técnicas clássicas de controle linear possuem desempenho satisfatório no controle de sistemas não lineares. E ainda, para contornar a dificuldade no controle de sistemas não lineares e multivariáveis, o trabalho propõe duas estratégias de controles descentralizados: uma utilizando lógica *fuzzy*, que é conhecida por ser uma técnica de inteligência artificial, e uma outra, utilizando desacoplamento de sistema e baseada em modelo linearizado da planta.

As estratégias são testadas através de um sistema teste de nível com dois tanques acoplados. Para isso, um modelo matemático foi obtido cuja dinâmica é não linear e com a possibilidade de ser tanto um sistema *SISO* (*single-input single-output*), como um sistema *MIMO* (*multiple-inputs multiple-outputs*). Os resultados obtidos por simulação mostram que os controladores lineares projetados por métodos clássicos, tais como avanço de fase, atraso de fase e PID, são capazes de controlar a planta real e possuem melhor desempenho quando a planta opera em uma região próxima à um dado ponto de operação. Mostram ainda, que o controle descentralizado linear pode ser uma boa opção de controle de plantas *MIMO* não lineares. Já o método que utiliza a lógica *fuzzy*, resulta em controladores não lineares que possuem bom desempenho em uma faixa mais ampla de operação da planta.

**Palavras-chave:** Sistemas de Nível, Controle descentralizado, Controle *Fuzzy*.



## ABSTRACT

The area of control systems is essential in the industrial field, because through its application, it is possible to minimize costs, increase productivity, and optimize processes. Level systems, widely used in the chemical, pulp and food industries, are examples of systems that need to employ control theory to ensure quality in their processes by controlling the level of some liquid in one or more tanks. Generally, a level system presents itself as a nonlinear, multivariable system, and therefore, the task of designing controllers that satisfy the performance requirements for the system, is challenging.

Control techniques for multivariable and nonlinear systems are often complex, and the electrical engineering graduate student does not study them during the course. Therefore, the objectives of this work are, initially, to investigate if the classical linear control techniques have satisfactory performance in the control of nonlinear systems. Furthermore, to overcome the difficulty in controlling nonlinear and multivariable systems, the work proposes two decentralized control strategies: one using fuzzy logic, which is known to be an artificial intelligence technique, and another, using decoupling and based on linearized model of plant.

The strategies are tested through a level testbed system with two coupled tanks. For this, a mathematical model was obtained whose dynamics is non-linear and with the possibility of being a SISO (single-input single-output) system or MIMO (multiple-inputs multiple-outputs) system. The results obtained by simulation show that linear controllers designed by classical methods, such as, lead compensator, lag compensator, and PID, are capable to control the real plant and have better performance when the plant operates in a region close to a given operating point. They also show that linear decentralized control can be a good control option for non-linear MIMO plants. The method that uses fuzzy logic, on the other hand, results in non-linear controllers that have good performance over a wider range of plant operation.

**Keywords:** Level Systems, Decentralized Control, Fuzzy Control.

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                               |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Tanques industriais. . . . .                                                                       | 5  |
| Figura 2 – Representação de sistema por função de transferência. . . . .                                      | 7  |
| Figura 3 – Função de transferência de sistemas de primeira ordem. . . . .                                     | 8  |
| Figura 4 – Resposta típica de sistemas de primeira ordem. . . . .                                             | 8  |
| Figura 5 – Função de transferência de sistemas de segunda ordem. . . . .                                      | 9  |
| Figura 6 – Respostas típicas de sistemas de segunda ordem. . . . .                                            | 10 |
| Figura 7 – Critérios de análise de desempenho para resposta ao degrau. . . . .                                | 10 |
| Figura 8 – Sistema de controle em malha aberta. . . . .                                                       | 12 |
| Figura 9 – Sistema de controle em malha fechada. . . . .                                                      | 12 |
| Figura 10 – Diagrama de Bode do Avanço de Fase. . . . .                                                       | 15 |
| Figura 11 – Diagrama de Bode do atraso de fase. . . . .                                                       | 16 |
| Figura 12 – Diagrama funcional da lógica <i>Fuzzy</i> . . . . .                                               | 18 |
| Figura 13 – Função de pertinência triangular. . . . .                                                         | 20 |
| Figura 14 – Função de pertinência trapezoidal. . . . .                                                        | 21 |
| Figura 15 – Função de pertinência em forma de sino. . . . .                                                   | 22 |
| Figura 16 – <i>Defuzzificação</i> pelo método de centro de área. . . . .                                      | 24 |
| Figura 17 – Sistema 2-tanques. . . . .                                                                        | 27 |
| Figura 18 – Pontos de equilíbrio do sistema 2-tanques. . . . .                                                | 30 |
| Figura 19 – Validação do modelo linearizado do sistema 2-tanques. . . . .                                     | 32 |
| Figura 20 – Estrutura do controlador <i>Fuzzy</i> PD. . . . .                                                 | 33 |
| Figura 21 – Erro <i>versus</i> Variação de Erro nos níveis nos tanques. . . . .                               | 33 |
| Figura 22 – Funções de pertinência para o controlador <i>Fuzzy</i> . . . . .                                  | 34 |
| Figura 23 – Base de regras - controle do nível ( $h_1$ ). . . . .                                             | 35 |
| Figura 24 – Base de regras - controle do nível ( $h_2$ ). . . . .                                             | 35 |
| Figura 25 – Relações entre entradas e saídas do modelo linearizado <i>MIMO</i> . . . . .                      | 37 |
| Figura 26 – Lugar das raízes do sistema desacoplado. . . . .                                                  | 37 |
| Figura 27 – Resposta em malha aberta do sistema 2-tanques: modelo <i>SISO</i> . . . . .                       | 40 |
| Figura 28 – Diagrama de blocos do sistema 2-tanques: modelo linearizado <i>SISO</i> . . . . .                 | 40 |
| Figura 29 – Controle PID - Ziegler-Nichols. . . . .                                                           | 42 |
| Figura 30 – Controle PID - Alocação de Polos. . . . .                                                         | 42 |
| Figura 31 – Controle por Avanço de Fase. . . . .                                                              | 43 |
| Figura 32 – Controle por Atraso de Fase. . . . .                                                              | 44 |
| Figura 33 – Diagrama de blocos do sistema 2-tanques: modelo real <i>SISO</i> . . . . .                        | 44 |
| Figura 34 – Comparação entre a função linearizada e não linear, no ponto $h_{20} = 10$<br><i>cm</i> . . . . . | 45 |

|                                                                                                                                           |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 35 – Controle PID - Alocação de Polos: <i>setpoint</i> próximo ao ponto de linearização. . . . .                                   | 46 |
| Figura 36 – Controle PID - Alocação de Polos: <i>setpoint</i> distante do ponto de linearização. . . . .                                  | 46 |
| Figura 37 – Controle por Avanço de Fase: <i>setpoint</i> próximo do ponto de linearização.                                                | 47 |
| Figura 38 – Controle por Avanço de Fase: <i>setpoint</i> distante do ponto de linearização.                                               | 47 |
| Figura 39 – Controlador <i>Fuzzy</i> PD: modelo simplificado. . . . .                                                                     | 48 |
| Figura 40 – Controlador <i>Fuzzy</i> PD: modelo linearizado e real. . . . .                                                               | 49 |
| Figura 41 – Detalhe da perturbação no sistema com controlador <i>Fuzzy</i> PD. . . . .                                                    | 50 |
| Figura 42 – Comparativo dos desempenhos dos controladores <i>Fuzzy</i> PD e PID<br>(Alocação de polos) na rejeição à perturbação. . . . . | 50 |
| Figura 43 – Erro de referência: sistema <i>SISO</i> . . . . .                                                                             | 51 |
| Figura 44 – Sobressinal: sistema <i>SISO</i> . . . . .                                                                                    | 52 |
| Figura 45 – Tempo de resposta: sistema <i>SISO</i> . . . . .                                                                              | 52 |
| Figura 46 – Variação na saída devido à perturbação: sistema <i>SISO</i> . . . . .                                                         | 53 |
| Figura 47 – Sistema <i>MIMO</i> com controladores descentralizados. . . . .                                                               | 53 |
| Figura 48 – Controlador PI: modelo <i>MIMO</i> . . . . .                                                                                  | 55 |
| Figura 49 – Controlador PI: simulação item (1) . . . . .                                                                                  | 56 |
| Figura 50 – Controlador PI: simulação item (2). . . . .                                                                                   | 57 |
| Figura 51 – Controlador PI: simulação item (3). . . . .                                                                                   | 57 |
| Figura 52 – Controlador <i>Fuzzy</i> P: modelo <i>MIMO</i> . . . . .                                                                      | 58 |
| Figura 53 – Controlador <i>Fuzzy</i> PD: sistema <i>MIMO</i> . . . . .                                                                    | 59 |
| Figura 54 – Controlador <i>Fuzzy</i> PD: simulação item (1). . . . .                                                                      | 59 |
| Figura 55 – Controlador <i>Fuzzy</i> PD: simulação item (2). . . . .                                                                      | 60 |
| Figura 56 – Controlador <i>Fuzzy</i> PD: simulação item (3). . . . .                                                                      | 60 |
| Figura 57 – Erro de referência: sistema <i>MIMO</i> . . . . .                                                                             | 61 |
| Figura 58 – Sobressinal: sistema <i>MIMO</i> . . . . .                                                                                    | 61 |
| Figura 59 – Tempo de reposta: sistema <i>MIMO</i> . . . . .                                                                               | 62 |
| Figura 60 – Variação máxima na saída devido à perturbação: sistema <i>MIMO</i> . . . . .                                                  | 62 |
| Figura 61 – Funções de pertinência do controlador <i>Fuzzy</i> PD <i>SISO</i> . . . . .                                                   | 70 |
| Figura 62 – Base de regras do controlador <i>Fuzzy</i> PD <i>SISO</i> . . . . .                                                           | 70 |
| Figura 63 – Funções de pertinência do controlador <i>Fuzzy</i> PD <i>MIMO</i> . . . . .                                                   | 71 |
| Figura 64 – Base de regras do controlador <i>Fuzzy</i> PD <i>MIMO</i> ( $h_1$ ). . . . .                                                  | 71 |
| Figura 65 – Base de regras do controlador <i>Fuzzy</i> PD <i>MIMO</i> ( $h_2$ ). . . . .                                                  | 71 |
| Figura 66 – Funções de pertinência do controlador <i>Fuzzy</i> P <i>MIMO</i> . . . . .                                                    | 72 |
| Figura 67 – Base de regras do controlador <i>Fuzzy</i> P <i>MIMO</i> ( $h_1$ ). . . . .                                                   | 72 |
| Figura 68 – Base de regras do controlador <i>Fuzzy</i> P <i>MIMO</i> ( $h_2$ ). . . . .                                                   | 72 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Parâmetros do sistema 2-tanques. . . . . | 31 |
|-----------------------------------------------------|----|

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|                 |                                         |
|-----------------|-----------------------------------------|
| IFSC            | Instituto Federal de Santa Catarina     |
| SISO            | <i>Single-input single-output</i>       |
| MIMO            | <i>Multiple-inputs multiple-outputs</i> |
| LTI             | Sistema linear e invariante no tempo    |
| P               | Proporcional                            |
| PI              | Proporcional-integral                   |
| PD              | Proporcional-derivativo                 |
| PID             | Proporcional-integral-derivativo        |
| CLP             | Controlador lógico programável          |
| DC              | <i>Direct Current</i>                   |
| <i>Min</i>      | Mínimo                                  |
| <i>Max</i>      | Máximo                                  |
| <i>Prod</i>     | Produto                                 |
| <i>Sum</i>      | Soma                                    |
| <i>And</i>      | ”E”                                     |
| <i>Or</i>       | ”Ou”                                    |
| <i>Cog</i>      | <i>Center of gravity</i>                |
| <i>Centroid</i> | ”Centróide”                             |
| <i>Com</i>      | <i>Center of maximum</i>                |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                    |                           |
|--------------------|---------------------------|
| $\tau$             | Letra grega Tau           |
| $\zeta$            | Letra grega Zeta          |
| $\omega$           | Letra grega Ômega         |
| $\alpha$           | Letra grega Alfa          |
| $\phi$             | Letra grega Phi           |
| $\pi$              | Letra grega Pi            |
| $\infty$           | Infinito                  |
| $\in$              | Pertence                  |
| $\notin$           | Não pertence              |
| $\mathbb{R}$       | Conjunto de números reais |
| $U$                | Conjunto universo         |
| $\supset$          | Contém                    |
| $\int$             | Integral                  |
| $\rightarrow$      | De, para                  |
| $\sum_{i=m}^n x_i$ | Somatório                 |
| $\dot{x}$          | Derivada de x             |
| $\rho$             | Densidade do fluído       |
| $\Delta$           | Variação                  |

## SUMÁRIO

|                                                            |          |
|------------------------------------------------------------|----------|
| <b>1 – INTRODUÇÃO</b>                                      | <b>1</b> |
| 1.1 Justificativa                                          | 2        |
| 1.2 Motivação                                              | 3        |
| 1.3 Objetivos                                              | 4        |
| 1.3.1 Objetivos específicos                                | 4        |
| 1.4 Estrutura do Trabalho                                  | 4        |
| <b>2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>                           | <b>5</b> |
| 2.1 Sistemas de nível                                      | 5        |
| 2.2 Modelagem de sistemas físicos                          | 6        |
| 2.2.1 Sistemas de primeira ordem                           | 7        |
| 2.2.2 Sistemas de segunda ordem                            | 8        |
| 2.2.3 Critérios de análise de desempenho                   | 9        |
| 2.3 Sistemas de controle                                   | 11       |
| 2.3.1 Sistemas de controle em malha aberta                 | 11       |
| 2.3.2 Sistemas de controle em malha fechada                | 12       |
| 2.4 Controladores                                          | 13       |
| 2.4.1 Controladores lineares                               | 13       |
| 2.4.1.1 Controlador proporcional-integral-derivativo (PID) | 13       |
| 2.4.1.2 Controlador Avanço de Fase                         | 14       |
| 2.4.1.3 Controlador Atraso de Fase                         | 15       |
| 2.4.2 Controladores não lineares                           | 16       |
| 2.4.2.1 Controlador <i>Fuzzy</i>                           | 16       |
| 2.4.2.1.1 Princípios da lógica <i>Fuzzy</i>                | 17       |
| 2.4.2.1.2 Conjuntos ordinários                             | 18       |
| 2.4.2.1.3 Conjuntos <i>Fuzzy</i>                           | 18       |
| 2.4.2.1.4 <i>Fuzzificador</i>                              | 19       |
| 2.4.2.1.5 Funções de pertinência                           | 19       |
| 2.4.2.1.6 Função de pertinência triangular                 | 20       |
| 2.4.2.1.7 Função de pertinência trapezoidal                | 20       |
| 2.4.2.1.8 Função de pertinência em forma de sino           | 21       |
| 2.4.2.1.9 Variáveis linguísticas                           | 21       |
| 2.4.2.1.10 Mecanismo de inferência                         | 22       |
| 2.4.2.1.11 Base de regras e base de dados <i>Fuzzy</i>     | 23       |
| 2.4.2.1.12 <i>Defuzzificador</i>                           | 23       |

|                                                                                                                                             |               |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>3 – MODELAGEM E CONTROLE . . . . .</b>                                                                                                   | <b>26</b>     |
| 3.1 Modelagem do sistema 2-tanques . . . . .                                                                                                | 26            |
| 3.1.1 Modelo <i>MIMO</i> . . . . .                                                                                                          | 27            |
| 3.1.2 Modelo <i>SISO</i> . . . . .                                                                                                          | 30            |
| 3.2 Projeto de controladores . . . . .                                                                                                      | 32            |
| 3.2.1 Controlador <i>Fuzzy</i> . . . . .                                                                                                    | 32            |
| 3.2.1.1 Variáveis linguísticas . . . . .                                                                                                    | 33            |
| 3.2.1.2 Funções de pertinência . . . . .                                                                                                    | 33            |
| 3.2.1.3 Conjunto de regras . . . . .                                                                                                        | 34            |
| 3.2.1.4 Defuzzificação . . . . .                                                                                                            | 35            |
| 3.2.2 PI - Desacoplamento de sistema . . . . .                                                                                              | 36            |
| <b>4 – RESULTADOS . . . . .</b>                                                                                                             | <b>39</b>     |
| 4.1 Sistemas de controle para o modelo <i>SISO</i> da planta . . . . .                                                                      | 39            |
| 4.1.1 Controladores lineares . . . . .                                                                                                      | 40            |
| 4.1.1.1 Desempenho com modelo linearizado da planta . . . . .                                                                               | 40            |
| 4.1.1.2 Desempenho com modelo real da planta . . . . .                                                                                      | 43            |
| 4.1.2 Controladores não lineares . . . . .                                                                                                  | 46            |
| 4.1.2.1 Desempenho com modelo simplificado da planta . . . . .                                                                              | 47            |
| 4.1.2.2 Desempenho com modelo completo da planta . . . . .                                                                                  | 48            |
| 4.1.3 Critérios de análise de desempenho . . . . .                                                                                          | 50            |
| 4.2 Sistemas de controle para o modelo <i>MIMO</i> da planta . . . . .                                                                      | 53            |
| 4.2.1 Controladores lineares . . . . .                                                                                                      | 54            |
| 4.2.2 Controladores não lineares . . . . .                                                                                                  | 56            |
| 4.2.3 Critérios de análise de desempenho . . . . .                                                                                          | 59            |
| <b>5 – CONCLUSÕES . . . . .</b>                                                                                                             | <b>63</b>     |
| <b>Referências . . . . .</b>                                                                                                                | <b>66</b>     |
| <br><b>Apêndices . . . . .</b>                                                                                                              | <br><b>69</b> |
| <b>APÊNDICE A – Projeto do controlador <i>Fuzzy</i> PD <i>SISO</i> . . . . .</b>                                                            | <b>70</b>     |
| <b>APÊNDICE B – Projeto do controlador <i>Fuzzy</i> PD <i>MIMO</i> . . . . .</b>                                                            | <b>71</b>     |
| <b>APÊNDICE C – Projeto do controlador <i>Fuzzy</i> P <i>MIMO</i> . . . . .</b>                                                             | <b>72</b>     |
| <b>ANEXO A – Resumo submetido ao 10<sup>o</sup> Simpósio de Integração Científica e Tecnológica do Sul Catarinense – SICT-Sul . . . . .</b> | <b>73</b>     |



## 1 INTRODUÇÃO

A humanidade tem buscado desenvolver técnicas e processos que o substituem no processo produtivo tem aumentado nos últimos anos, de modo a obter maior agilidade, segurança e qualidade durante a execução de uma atividade.

No setor industrial, o êxito econômico é resultado de uma gestão de qualidade e fundamentalmente, pela utilização de recursos com a relação custo-benefício no seu ápice. Deste modo, caso esta relação seja baixa, a empresa obterá lucro. Caso contrário, perderá tempo de vida útil, que futuramente resultará em diminuição de lucros pelo fato da necessidade de restituição dos componentes. Para melhorar o desempenho dos seus processos, as indústrias utilizam técnicas (ou malhas) de controle, de modo a certificar que o sistema opere dentro de uma faixa de limites considerada aceitável (ALPI, 2016).

Desta forma, para Seraphim (2008), os sistemas de controle automáticos possuem extrema relevância na indústria, fazendo parte do desenvolvimento de processos industriais e de fabricação. Com isso, através de melhorias dos sistemas controlados, é notório o aumento de produtividade, reduzindo operações manuais.

Ademais, o processo industrial de algumas empresas regularmente contém tanques de armazenamento, que por sua vez geralmente estão acoplados a outras fontes, como é o caso do armazenamento e transportes de líquidos. Tanto nas indústrias petroquímicas, quanto nas de celulose ou tratamento de líquidos, onde é necessário a manipulação de misturas, é imprescindível que exista um controle rigoroso do nível do fluido em tanques para tomar determinadas ações (LAUBWALD, 2006).

Por exemplo, Åström e Hägglund (2001) alertam sobre a importância do nível de água para uma caldeira industrial, visto que o controle deste líquido é fundamental para que não ocorra condições de ruptura nas extremidades do tanque.

Na maioria dos processos existentes na indústria, há diversas variáveis a serem controladas: temperatura, pressão, vazão, nível, entre outras. Porém, uma das principais dificuldades do controle destas, é a dinâmica que as regem, podendo esta ser linear ou não linear, segundo Jauregui et al. (2016). Na literatura clássica, existem diversas técnicas para linearizar tais sistemas não lineares, que possuem uma boa aproximação, caso sejam utilizadas no ponto de operação projetado para o controlador (BISHOP; DORF, 2001).

Além disso, os primeiros controladores a serem implementados comumente não utilizavam técnicas digitais. Porém, como afirma TAJIRI (2009), os mesmos podiam ser afetados por condições adversas, como temperatura e umidade, por exemplo. Para evitar tal problema, tornou-se popular o sistema de processamento digital, acompanhado dos controladores digitais, os quais efetuam operações lógicas e matemáticas através de algoritmos.

Dentro deste universo, um exemplo do sistema de controle Proporcional-Integral-

Derivativo (*PID*), que de acordo com Bazanella e Junior (2005), é satisfatório para grande parte dos sistemas de controles exigidos na indústria, uma vez que aproximadamente 90% das malhas de controle empregam este tipo de controlador, de acordo com a pesquisa realizada em 2005. Para executar os algoritmos de controle, são utilizados alguns equipamentos como controlador lógico programável (*CLP*), barramentos industriais e microcontroladores.

Abordagens mais recentes para controle de processos incluem o controlador *Fuzzy* que, diferentemente do *PID*, possui como base a utilização de regras nebulosas com variáveis linguísticas. Além disso, tem como principais características a facilidade na caracterização de suas regras de controle, melhor aceitação de imprecisões provenientes dos sensores da planta, não necessidade de um modelo matemático para o projeto do controlador e, principalmente, possibilidade de trabalhar de forma satisfatória para sistemas lineares e não lineares (JÚNIOR et al., 2005).

## 1.1 Justificativa

O controle de nível de líquidos e vazão de tanques é um problema recorrente na indústria de processos. Em diversos casos, é necessário que o líquido seja transportado, armazenado e, em seguida, bombeado para outro tanque. Em outros, é indispensável que seja feita mistura ou tratamento químico dentro de um volume específico, assim necessitando de um controle automático de nível (SERAPHIM, 2008).

Para Seraphim (2008, p. 10), “o controle de nível e vazão em tanques é um tema central dos sistemas de engenharia química com importante aspecto econômico relacionado”, sendo essencial em atividades da indústria petroquímica, de papel e celulose e de tratamento de água.

Nestas aplicações, os propósitos para controle de nível, para Shinskey (1996) são: manter o nível do fluido o mais próximo possível do valor de *setpoint* (ponto de ajuste). Isso deve ocorrer em vaporizadores, pois caso o nível esteja muito alto, o vapor pode transportar fragmentos indesejados, e caso esteja muito baixo, pode aumentar vertiginosamente a temperatura dos condutores de vapor. Ainda, o controle do nível mantém o equilíbrio de energia ou massa, deste modo, o fluxo de entrada e saída do líquido se equilibram em regime permanente, mantendo a taxa das reações.

Assim dizendo, a aplicação de tecnologias de controle e automação em processos industriais é vantajosa pois pode incrementar a qualidade, reduzir retrabalhos e aumentar a confiabilidade dos produtos.

Entretanto, na maioria dos processos industriais existem aspectos críticos a serem controlados (como é o caso do controle de temperatura, vazão e nível), tendo como uma das principais dificuldades a dinâmica que rege esses sistemas, que em sua maioria são não lineares (JOSEPH; ISAAC, 2013).

Portanto, justificado pelos fatores relatados acima, o presente trabalho se propõe a apresentar e discutir estratégias de controle para sistemas de nível. Deseja-se ainda

compreender melhor a dinâmica desses sistemas, investigando até que ponto um modelo linearizado deles, pode bem representar o sistema físico. Isso é importante, pois as técnicas de projeto de controladores para modelos lineares são em geral mais simples.

## 1.2 Motivação

O controle do nível de fluidos em tanques é um assunto de interesse tanto em âmbito acadêmico, quanto industrial. Isto porque, o controle preciso é fundamental para que os processos sejam realizados de maneira correta, caso contrário, um erro pode levar à perdas financeiras ou danos materiais (SOUTO; GINANI; BAUCHSPIESS, 2007).

Desta maneira, nos últimos anos, muitas pesquisas foram feitas com a intenção de aprimorar o controle de nível. Moura e Neto (2021) utilizaram sistemas *fuzzy* embarcado em *CLP* industrial para controlar o nível de minério de ferro em silos. Por se tratar de controle de materiais sólidos, sua irregularidade geométrica torna dificultosa a obtenção de um modelo matemático da planta, o que é contornado através da lógica *fuzzy*. O autor afirma que obteve resultados satisfatórios, visto que o sistema garantiu a produtividade desejada. Luiz et al. (1997) apresentaram um estudo comparativo entre PI adaptativo, preditivo e *fuzzy* para controle de nível em um tanque. Os resultados obtidos em aplicações práticas foram comparados e ambos os controladores apresentaram similaridade quanto as características desejáveis de precisão e tempo de resposta, entretanto o controlador *fuzzy* demandou menor esforço computacional e complexidade na implementação, segundo o autor. Sacramento (2015) realizou um estudo comparativo entre técnicas de controle clássicas e *fuzzy* aplicados ao controle de nível de tanques acoplados. O autor utilizou simulações computacionais para o controlador *fuzzy*, entretanto afirma que o controle nebuloso apresenta resultados satisfatórios.

Nos trabalhos são abordados desde estratégias de controle utilizando técnicas clássicas, através da linearização do modelo em um ponto de operação definido, até técnicas avançadas, como por exemplo, controle nebuloso e modelos utilizando redes neurais artificiais, afirmam Souto, Ginani e Bauchspiess (2007).

Com isso, sabendo da importância do controle de nível dos fluidos na indústria, este trabalho apresenta a análise de um sistema com dois tanques acoplados, do ponto de vista da síntese de estratégias de controle. Em seguida, apresentam-se critérios de análise de desempenho dos controladores abordados visando comparar o desempenho das diversas técnicas, por meio de simulação computacional.

A motivação inicial do trabalho era desenvolver uma planta didática de um sistema de nível, de forma a possibilitar estudos em sistemas de controle no Campus Itajaí. Contudo, a impossibilidade de acesso ao campus da instituição, ocasionada pela pandemia, não permitiu que esse objetivo fosse atingido. Assim, este trabalho apresenta seus resultados baseado em simulação computacional, com a expectativa de que em um futuro trabalho, os estudos aqui desenvolvidos tenham utilidade como ponto de partida para uma aplicação

prática envolvendo plantas didáticas.

### 1.3 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é analisar um sistema de nível com dois tanques acoplados (sistema 2-tanques), aplicar, e propor estratégias de controle para esse sistema.

#### 1.3.1 Objetivos específicos

- Desenvolver analiticamente um modelo dinâmico do sistema 2-tanques com acoplamento. Esse apresenta-se como um modelo não linear;
- Obter um modelo linear do sistema 2-tanques para comparar com o modelo não linear (real), e ainda, possibilitar ter um modelo mais simples do sistema para fins de projeto de controladores;
- Definir especificações de desempenho para o sistema 2-tanques;
- Analisar as respostas dos controladores e obter critérios de análise de desempenho;
- Projetar controladores.

### 1.4 Estrutura do Trabalho

O trabalho foi dividido em cinco capítulos. O Capítulo 1 apresenta introdução, justificativa, motivação e os objetivos do trabalho.

O Capítulo 2 trata da revisão bibliográfica do trabalho, com os fundamentos de sistemas de controle.

O Capítulo 3 apresenta a modelagem matemática do sistema 2-tanques, e as metodologias de projeto de controladores abordadas no trabalho .

O Capítulo 4 apresenta os resultados do trabalho. Os controladores, obtidos através das metodologias contidas no capítulo anterior, são mostrados, e também, os resultados de simulações. Ao final, são apresentados critérios de análise de desempenho que indicam se os controladores atenderam às especificações de projeto.

Por fim, o Capítulo 5 conclui o trabalho realizado, apresenta as considerações finais, contribuições e trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diversos trabalhos e pesquisas relacionados ao controle de sistemas de nível são observados no âmbito acadêmico, (JOHANSSON, 2000), (ÅSTRÖM; HÄGGLUND, 2001), (PIRES et al., 2013), (SANTOS et al., 2014). Esses sistemas podem possuir um ou mais tanques, sendo que a quantidade de tanques está relacionada diretamente com a complexidade em controlar o sistema. Dentre as diversas técnicas empregadas no controle desses sistemas, este trabalho abordará técnicas clássicas (PI, PID, Avanço e Atraso de Fase) e modernas, com o uso de inteligência artificial através do controle (*Fuzzy*).

Em seguida, apresenta-se breve revisão de sistemas de nível, modelagem de sistemas físicos, e conceitos sobre sistemas realimentados e controladores.

### 2.1 Sistemas de nível

Os sistemas de controle de nível possuem importância em diversos setores na indústria, como nas indústrias petroquímica e celulose, por exemplo. Nesses sistemas, a eficiência do controle depende de fatores como a geometria do reservatório, e se há ou não acoplamento entre reservatórios, por exemplo. Tradicionalmente, nas indústrias são encontrados cilindros e esferas, como mostra a Figura 1. Com o correto discernimento do processo e do controle de nível, favorece-se o aumento de lucro e redução de desperdícios com materiais (RAMOS; WENSE, 2008).

Figura 1 – Tanques industriais.



Fonte: COMERCIO (2018).

No caso em que o tanque é esférico, a resposta do controle para um líquido a meia altura é mais lenta, se comparada a um caso em que está mais próximo às extremidades

do reservatório. Este efeito não linear, compromete os critérios para escolha do melhor controlador para a planta. Isso porque, de modo geral, os controladores que utilizam técnicas de inteligência artificial (como é o caso do *Fuzzy*), possuem bom desempenho se aplicados a plantas não lineares. O mesmo não pode ser afirmado para os controladores clássicos (JUNIOR et al., 2014).

Além disso, a constante demanda por aumento de segurança e melhorias no processo e produto final, estabelece grande relevância nos estudos em controladores para sistemas de nível. Em sua maioria, os estudos são realizados em plantas didáticas e submetidos em características semelhantes à aplicação fabril (RAMOS; WENSE, 2008).

Por se tratar de pesquisas aliadas aos processos industriais, são utilizadas técnicas de controles clássicas, a exemplo do *PID*, embora atualmente estudos com controladores do tipo *Fuzzy* tenham grande protagonismo (SANTOS et al., 2014), (SILVA, 2014), (VASCONCELLOS, 2017).

Os processos controlados através do *PID*, possuem resposta satisfatória, de acordo com Ribeiro e Santos (2017). Entretanto, pesquisas apontam que adversidades podem ser encontradas no controle de nível devido ao *overshoot* (sobressinal) causado pela característica do controlador (COCOTA et al., 2014).

Já o controlador *Fuzzy*, apresenta maior simplicidade em sua implementação e utilização, se comparado aos demais. Além disso, sua técnica de *fuzzificação* proporciona bom desempenho no controle de plantas não lineares, como é o caso dos sistemas de nível (GOSMANN, 2002).

## 2.2 Modelagem de sistemas físicos

Para o desenvolvimento de pesquisas em sistemas de controle, o projetista deve descrever o sistema dinâmico em estudo, através de equações matemáticas. Tal característica é denominada modelagem do sistema, ou ainda, “um conjunto de equações que representa a dinâmica do sistema com precisão ou, pelo menos, razoavelmente bem”, segundo Ogata e Severo (1998).

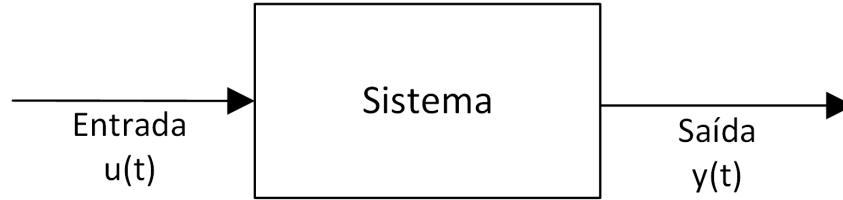
Tais modelos podem ser representados de formas distintas, a depender de sua característica e até mesmo do tipo de controle a ser aplicado. Segundo Ogata e Severo (1998), para controle ótimo <sup>1</sup>, por exemplo, é vantajoso utilizar a representação do sistema por espaço de estados; enquanto para analisar o comportamento transitório ou a resposta em frequência de um sistema linear e invariante no tempo, é pertinente a expressão em função de transferência.

---

<sup>1</sup>controle ótimo, ou controle LQR, através de um estado inicial qualquer, encontra um vetor que realiza transferência de um estado para outra região do espaço de estado desejada. O desempenho desejado pode ser formulado em termos de índices de desempenho no domínio do tempo. A vantagem desse controle é que o sistema projetado, exceto quando este não for controlável, sempre será estável (OGATA; SEVERO, 1998)

Abaixo, na Figura 2, tem-se a representação de um sistema por função de transferência no domínio do tempo, onde  $u(t)$  representa o sinal de entrada e  $y(t)$  o sinal de saída, caracterizando um sistema *SISO*.

Figura 2 – Representação de sistema por função de transferência.



Fonte: Autor (2021).

Este sistema pode ser representado matematicamente pela Equação 1.

$$y(t) = \int_{\tau=0}^t G(t - \tau)u(\tau)d\tau \quad (1)$$

onde  $G(t - \tau)$  é a resposta ao impulso do sistema. Essa equação leva à representação por função de transferência, conforme mostrado na Figura 2, por exemplo.

Em seguida, na Equação 2, tem-se a representação de um sistema por espaço de estados, onde as matrizes  $A, B, C$  e  $D$  dependem de parâmetros físicos do sistema.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2)$$

A análise de um sistema de controle é realizada, geralmente, por meio da teoria de sistemas lineares. Já os sistemas não lineares geralmente são tratados a partir de um processo de linearização em torno de um ponto de operação desejado para o sistema físico operar. Com isso, se torna possível a aplicação de métodos de controles clássicos (BISHOP; DORF, 2001).

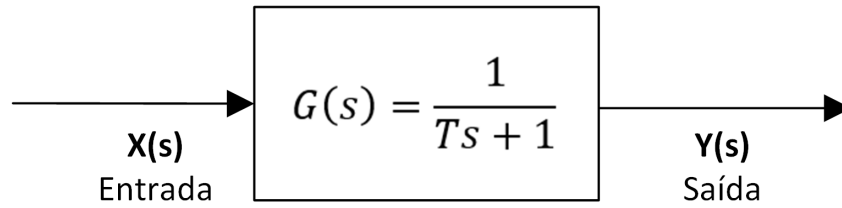
### 2.2.1 Sistemas de primeira ordem

Os sistemas de primeira ordem são sistemas cuja dinâmica pode ser adequadamente representada por uma função de transferência com um polo. Tal função de transferência está representada abaixo através da Figura 3,

onde  $T$  representa a constante de tempo do sistema. A resposta ao degrau desse sistema é obtida da seguinte forma:

$$Y(s) = \frac{1}{Ts + 1}X(s) = \frac{1}{(Ts + 1)s} \quad (3)$$

Figura 3 – Função de transferência de sistemas de primeira ordem.



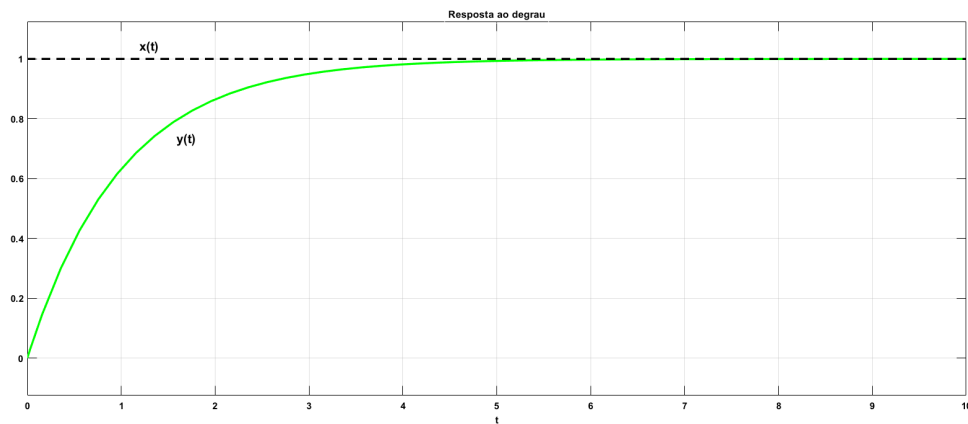
Fonte: Autor (2021).

A partir de  $Y(s)$  é possível aplicar a transformada inversa de Laplace para encontrar a expressão temporal, ou ainda,  $y(t)$ , conforme a Equação 4.

$$y(t) = \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{T} \quad (4)$$

A resposta temporal  $y(t)$  do sistema de primeira ordem à uma entrada em degrau  $x(t)$ , pode ser observada através da Figura 4, onde percebe-se a característica exponencial da resposta e falta de sobressinal.

Figura 4 – Resposta típica de sistemas de primeira ordem.



Fonte: Autor (2021).

### 2.2.2 Sistemas de segunda ordem

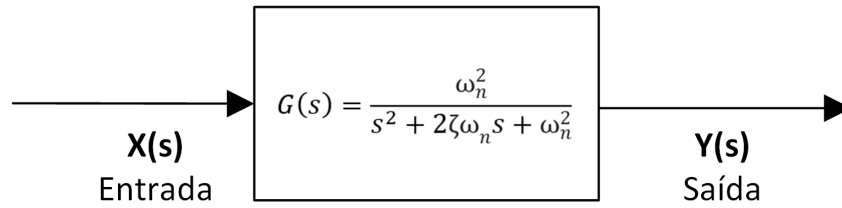
Sistemas de segunda ordem são aqueles cuja dinâmica pode ser adequadamente representada por uma função de transferência com dois polos. A Figura 5 mostra a estrutura padrão dos sistemas de segunda ordem,

onde  $\zeta$  representa a taxa de amortecimento e  $\omega_n$  a frequência natural do sistema, respectivamente. Esses valores dependem dos parâmetros físicos do sistema físico.

Em um sistema sem amortecimento, onde  $\zeta = 0$ , a resposta oscila com a frequência natural do sistema. Entretanto, quando existe amortecimento, duas situações podem ocorrer: o amortecimento ser pequeno, causando uma resposta oscilatória, onde a frequência de



Figura 5 – Função de transferência de sistemas de segunda ordem.



Fonte: Autor (2021).

oscilação é menor que a frequência natural do sistema; e o amortecimento ser grande, onde a resposta não é mais tão oscilatória. No caso onde o amortecimento é igual a 1, o sistema não apresenta oscilação.

**Caso sem amortecimento** ( $\zeta = 0$ ). Neste caso, o sistema é um oscilador ideal, indicando que a resposta ao degrau do sistema é oscilatória e não amortecida.

É possível demonstrar que para  $\zeta = 0$ , os polos da função de transferência estão sobre o eixo imaginário. O amortecimento da resposta é definida pela parte real dos polos, sendo que o valor da parte imaginária é a que define a frequência de oscilação da resposta.

**Caso subamortecido** ( $0 < \zeta < 1$ ). Para o caso subamortecido, os polos da função de transferência são complexos e localizados do lado esquerdo do eixo imaginário.

Os polos são dados pela seguinte equação:

$$p_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (5)$$

**Caso superamortecido** ( $\zeta \geq 1$ ). Para esse caso, quando  $\zeta > 1$ , os polos da função de transferência são reais e negativos. Em um caso particular onde  $\zeta \gg 1$ , o sistema se torna extremamente lento.

**Caso instável** ( $\zeta < 0$ ). Nesse caso, para valores negativos de  $\zeta$ , um dos polos da função de transferência é positivo. Logo, a saída diverge exponencialmente.

Os casos acima descritos estão representados graficamente através da Figura 6.

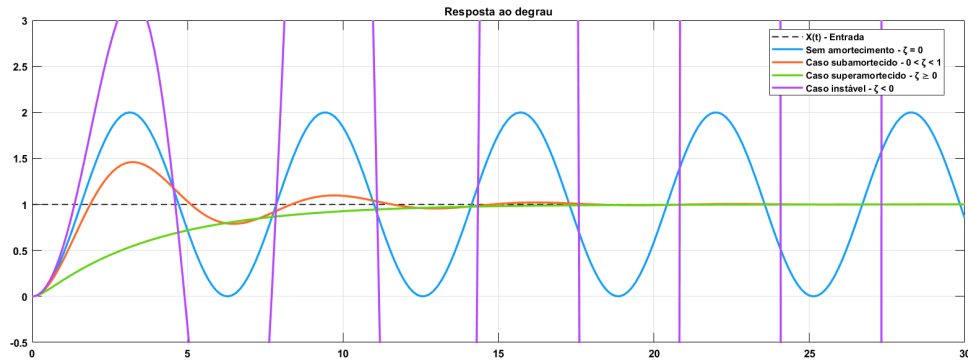
### 2.2.3 Critérios de análise de desempenho

Os critérios de análise de desempenho possuem a característica de qualificar as respostas dos sistemas, sejam de primeira ou segunda ordem. Como a resposta transitória ao degrau geralmente é oscilatória, faz-se necessário a adoção dos critérios de análise de desempenho para quantificar o tamanho das oscilações, período de duração do transitório, entre outros.

Os critérios mais comuns, indicados na Figura 7 são:

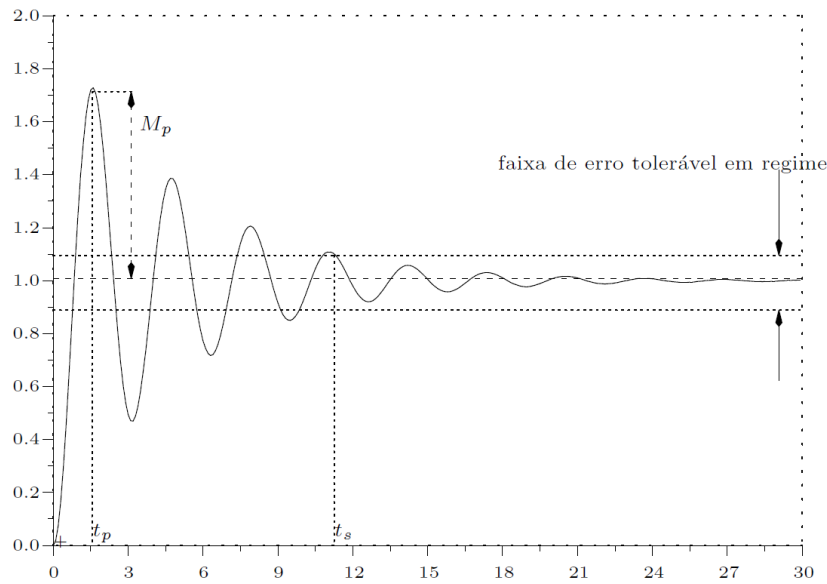
**Erro em regime permanente:** É a diferença relativa entre o valor de entrada (referência) e saída quando o sistema está em regime permanente.

Figura 6 – Respostas típicas de sistemas de segunda ordem.



Fonte: Autor (2021).

Figura 7 – Critérios de análise de desempenho para resposta ao degrau.



Fonte: Ogata e Severo (1998).

**Instante de pico (\$t\_p\$):** É o tempo necessário até que a resposta atinja o valor máximo. Pode ser reconhecido como o primeiro instante de tempo no qual a derivada temporal da resposta é nula. Sendo assim:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (6)$$

**Sobressinal máximo (\$M\_p\$):** É o valor relativo da diferença entre o valor máximo da saída e o valor da saída em regime. Assim:

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (7)$$

**Tempo de acomodação (ou tempo de resposta) (\$t\_s\$):** É o tempo exigido para

que a resposta permaneça em torno de uma faixa estabelecida. Usualmente, esta faixa representa 2% ou 5% do valor de regime permanente, o que a define como tolerância de erro.

Contrário aos demais critérios citados, o tempo de acomodação não possui uma expressão analítica precisa. Uma aproximação comumente utilizada é obtida a partir dos sistemas de primeira ordem:

$$t_s = 4T \text{ para } 2\% \text{ de erro} ; t_s = 3T \text{ para } 5\% \text{ de erro} \quad (8)$$

onde  $T$  é a constante de tempo de um sistema de primeira ordem, e  $T = 1/\zeta\omega_n$  para um sistema de segunda ordem.

## 2.3 Sistemas de controle

Os sistemas de controle são essenciais para controlar uma variável da planta. Para o entendimento dos sistemas de controle, é necessário tomar conhecimento de algumas definições, indicadas por Seraphim (2008):

- **Variável controlada:** habitualmente é a variável de saída do sistema, aquela em que pretende-se medir e controlar a partir de um ponto de ajuste;
- **Variável manipulada:** é o parâmetro alterado pelo controlador, o qual é responsável por modificar a variável controlada;
- **Planta:** objeto ou sistema que possa ser controlado, ou seja, ter um parâmetro de entrada do sistema que possa ser modificado através de um controlador;
- **Perturbação:** elemento indesejado que tende a causar distúrbios no sistema ou no valor da variável controlada.

Na indústria, o sinal aplicado na entrada do sistema é chamado de sinal de controle  $U(s)$ , já o de saída  $Y(s)$  é conhecido por variável de processo. Para atingir a eficiência máxima do processo, faz-se crucial a utilização de um controlador  $C(s)$  na planta  $P(s)$ , o qual irá garantir a estabilidade da variável controlada.

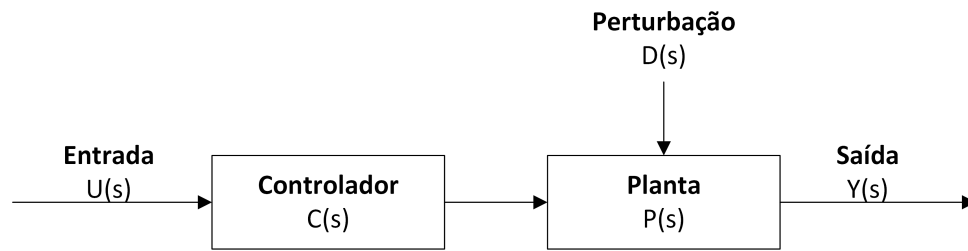
Assim, para Alpi (2016), um sistema sem e com realimentação do sinal de saída é caracterizado como malha aberta e malha fechada, respectivamente, sendo esta condição muito influenciadora na atuação do controlador.

### 2.3.1 Sistemas de controle em malha aberta

Os sistemas de controle em malha aberta são aqueles que não possuem realimentação, ou seja, a informação da saída do sistema não retorna para o controlador. Neste caso, a saída depende da sensibilidade do projetista, pois a entrada não terá nenhum *feedback* da saída, assim como mostra a Figura 8 (ALPI, 2016).

Conforme observado na Figura 8, sistemas de malha aberta são sistemas cuja variável a ser controlada (saída) não possui interferência na ação de controle. Logo, a saída

Figura 8 – Sistema de controle em malha aberta.



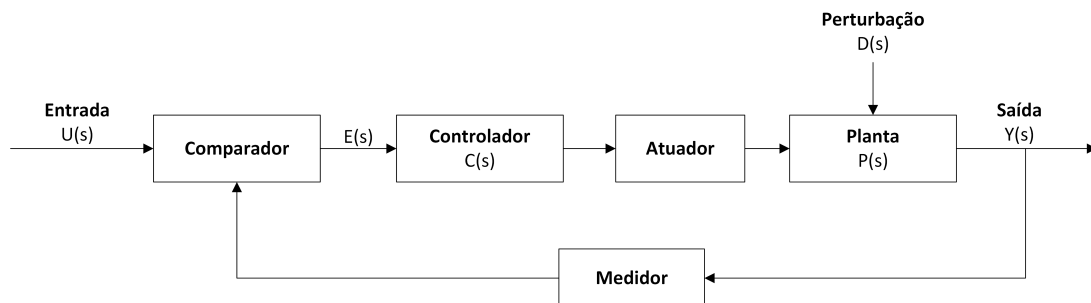
Fonte: Autor (2021).

é suscetível à eventos indesejáveis no sistema, como as perturbações. Nessas condições a planta possui desempenho afetado, entretanto, possuem menor custo se comparado aos demais sistemas de controle (TROFINO, 2015).

### 2.3.2 Sistemas de controle em malha fechada

Já os sistemas de controle de malha fechada ou controle realimentado, como são habitualmente chamados, possuem ligação da saída retornando para a planta, como mostra a Figura 9.

Figura 9 – Sistema de controle em malha fechada.



Fonte: Autor (2021).

Assim, Seraphim (2008) mostra que o sinal de erro  $E(s)$  (diferença entre o sinal de entrada ou referência e saída) realimenta o sistema e através do controlador, diminui o erro, mantendo portanto, a saída  $Y(s)$  mais próxima possível do *setpoint* realizado na entrada  $U(s)$ .

Desta forma, os sistemas de controle de malha fechada possuem a variável de controle (entrada) dependente da variável a ser controlada (saída). Com isso, tal sistema está apto a rejeitar as perturbações ou distúrbios ( $D(s)$ ) (TROFINO, 2015) .

## 2.4 Controladores

De modo geral, o controle de processos possui a finalidade de garantir o atendimento aos critérios de desempenhos impostos na operação de um sistema. Para Ogata e Severo (1998), controlar significa mensurar uma variável do sistema e modificar o sinal de controle para que sejam cumpridas as especificações de projeto, corrigindo ou limitando os efeitos indesejáveis do sistema.

### 2.4.1 Controladores lineares

Os conhecidos controladores Avanço e Atraso de Fase, Proporcional, Proporcional-Derivativo e Proporcional-Integral-Derivativo são exemplos de controladores cujas metodologias de projeto se baseiam em modelos lineares da planta. Por isso, podemos chamar esses controladores de lineares.

Uma questão que o presente trabalho procura elucidar, através de um estudo de caso, é se os controladores lineares podem controlar, de forma satisfatória, tanques com modelos não lineares. O interesse por essa questão se justifica, pois as técnicas empregadas nos controladores lineares em geral são mais simples, se comparadas ao controle de sistemas não lineares, e bem estabelecidas na literatura.

#### 2.4.1.1 Controlador proporcional-integral-derivativo (PID)

Um dos controladores lineares mais conhecidos é o *Proporcional-Integral-Derivativo* (PID) que reúne as ações proporcional, integral e derivativa em sua estrutura.

A ação proporcional gera um sinal proporcional a amplitude do erro, e geralmente, provoca diminuição do erro em regime permanente e aceleração da resposta transitória. A ação integral possibilita eliminar o erro em regime permanente em determinadas situações. Produz uma saída proporcional ao erro acumulado, enquanto ele existir. Quando o erro torna-se zero, a saída da ação integral se mantém constante no valor acumulado. Por fim, a ação derivativa antecipa a ação de controle para que o processo tenha um comportamento acelerado, sendo assim, o sinal de controle que será aplicado é proveniente de uma predição da saída do processo (BAZANELLA; JUNIOR, 2005).

**Ação proporcional.** O controlador de ação proporcional ( $P$ ) é um ganho puro de valor definido  $K_p$ , o qual possui função de transferência representado por:

$$C(s) = K_p. \quad (9)$$

Entretanto, não é possível estabelecer valores ilimitados de amplitudes para esta variável, por razões de limitações físicas. Deste modo, é definido um valor limite máximo e mínimo no qual a variável de controle possa ser estabelecida, sendo este intervalo de operação chamado de Banda Proporcional. Portanto, fora destes valores limites se define a

região de saturação do controle, logo, quanto maior é o intervalo da banda proporcional, maior é a facilidade do controlador em trabalhar na sua região linear (ALPI, 2016).

Ainda, a relação entre a banda proporcional e o ganho  $K_p$  é dada por:

$$C(s) = \frac{100}{\text{BandaProporcional}} = K_p. \quad (10)$$

Logo, uma variação do erro de um extremo da banda proporcional a outro, representa uma variação de 100% na saída. Portanto, quanto maior o valor de  $K_p$ , menor será a banda proporcional, e consequentemente, maior será o esforço realizado pelo controlador. Entretanto, para um  $K_p$  muito alto, o valor da saída poderá ultrapassar o sinal de entrada, sendo chamado de sobrepasso (ALPI, 2016).

**Ação integral.** A ação integral possui como característica o erro nulo em regime permanente em algumas situações. Entretanto, se aplicada separadamente, esta ação tem propensão à deteriorar a estabilidade relativa da planta. Desta forma, habitualmente a ação integral é utilizada simultaneamente com a ação proporcional, tendo a seguinte função:

$$C(s) = \frac{K}{s} \left( s + \frac{1}{T_i} \right). \quad (11)$$

Quanto maior for o valor da constante de tempo integral  $T_i$ , menor será o sobrepasso e mais lento será o sistema, ou seja, levará mais tempo para chegar ao valor de referência. Isto pois, quando o erro em regime permanente atinge valor nulo, o efeito integrador para de ser realizado, e é atribuído este valor à saída. Tal valor depende do ganho estático da planta e do valor de referência do sistema (OGATA; SEVERO, 1998).

**Ação derivativa.** Como característica natural dos sistemas, a resposta da planta apresenta certo atraso quanto à aplicação da referência na entrada. Isto causa efeitos de transitório e oscilação, que podem ser evitados com a utilização da ação derivativa, a qual tem função de antecipar o erro, assim, fazendo com que o processo tenha reação mais rápida (ALPI, 2016). Sua função de transferência é dada por:

$$C(s) = \frac{K}{s} (T_d s + 1). \quad (12)$$

A ação preditiva aumenta a estabilidade relativa da planta e torna a resposta menos oscilatória e mais rápida, de acordo com a variação proporcional da constante de tempo  $T_d$ .

#### 2.4.1.2 Controlador Avanço de Fase

O compensador Avanço de Fase possui a característica de reduzir o tempo de subida e o sobrepasso, ou seja, ele melhora as características da resposta transitória dos

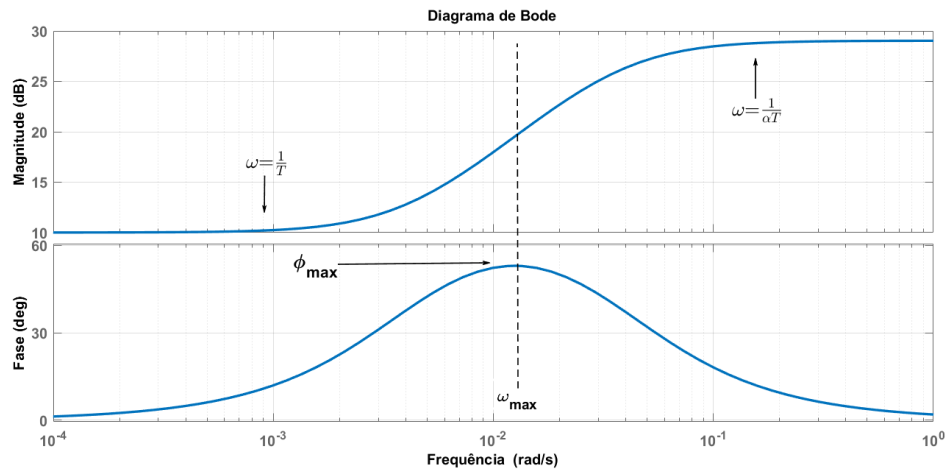
sistemas. A estrutura da função de transferência desse controlador é representada na Equação 13, onde deve-se definir os parâmetros  $K$ ,  $T$  e  $\alpha$ .

$$C(s) = K \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}, \alpha < 1 \quad (13)$$

Um polo é adicionado em sua estrutura com o intuito de diminuir os ganhos nas altas frequências. Além disso, é adicionado um zero nos valores próximos da frequência natural desejada, obtida através do tempo de acomodação ou do tempo de subida pretendido. Tendo isto em vista, é definido a localização do polo, este, de 3 a 20 vezes mais rápido que o zero. Isto pois, sua localização influencia diretamente na amplificação do ruído e rendimento do compensador, uma vez que, se localizado muito distante do zero, o polo aplicará ganhos em altas frequências; e caso seja localizado muito próximo, irá cancelar o efeito do zero, afetando a eficiência (FRANKLIN et al., 2002).

A Figura 10 apresenta o diagrama de Bode para um controlador do tipo avanço de fase, indicando alguns pontos notáveis do projeto.

Figura 10 – Diagrama de Bode do Avanço de Fase.



Fonte: Autor (2021).

### 2.4.1.3 Controlador Atraso de Fase

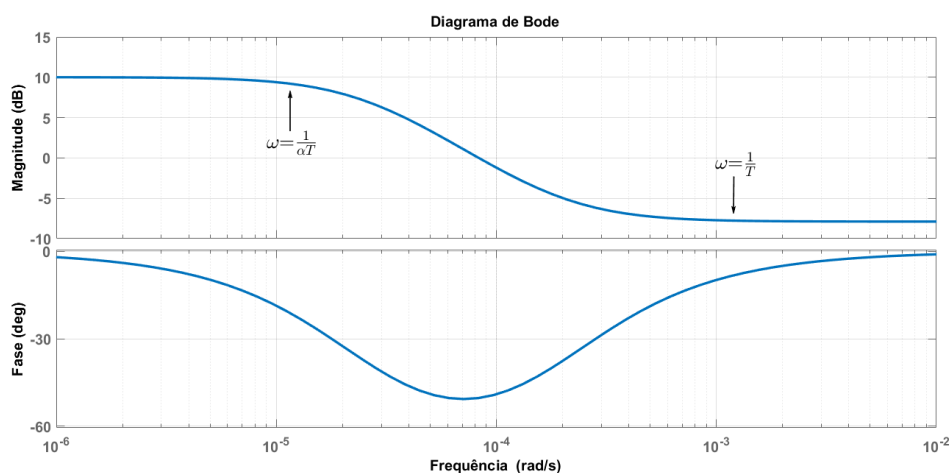
O compensador Atraso de Fase tem como característica diminuir o erro em regime permanente, mantendo a dinâmica da planta, semelhante aos controladores PI. Este também possui um polo e um zero, entretanto o polo sempre está localizado à direita do zero no plano complexo, caracterizando o controlador com o aumento no ganho da baixa frequência, fundamental para o controle integral (PAIM et al., 1997). A estrutura de sua função de transferência é descrita pela Equação 14.

$$C(s) = K \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}, \alpha > 1 \quad (14)$$

O objetivo do projeto do controlador é adicionar um polo próximo à origem e um zero de 3 a 10 vezes mais rápido, para que não influencie na dinâmica da planta. De maneira equivalente ao controlador PI, possui um polo próximo a origem, pois desta maneira diminui o erro em regime permanente e contribui nas baixas frequências (FRANKLIN et al., 2002).

A Figura 11 mostra o diagrama de Bode para o controlador do tipo atraso de fase.

Figura 11 – Diagrama de Bode do atraso de fase.



Fonte: Autor (2021).

## 2.4.2 Controladores não lineares

O interesse no estudo e projeto de sistemas não lineares se dá pelo fato do mau desempenho dos controladores lineares quando empregados a plantas com fortes não linearidades, ou então, com grande faixa de operação (CAMACHO; ALBA, 2004), (HAPOGLU et al., 2001).

Nesses casos, considera-se um ponto de operação do sistema não linear, o que pode comprometer a performance do sistema de controle projetado em casos onde a planta não opere próximo ao ponto de operação determinado no projeto.

Desse modo, o desenvolvimento de sistemas de controle que consideram as não linearidades da planta tendem a apresentar um melhor desempenho do processo dinâmico que se pretende controlar, como é o caso dos controladores do tipo *fuzzy* (TAKAGI; SUGENO, 1985).

### 2.4.2.1 Controlador *Fuzzy*

Controles *Fuzzy* são baseados na teoria da lógica *Fuzzy*, apresentada por Zadeh em 1960. Denominada também como lógica difusa ou nebulosa, possui características diferentes das lógicas tradicionais, onde as possibilidades são sempre binárias: completamente verdadeiras ou falsas (ZADEH, 1965).



A lógica *Fuzzy* é uma técnica que engloba a forma de pensar do ser humano em um sistema de controle. Por essa razão, é utilizada em muitas situações como uma alternativa perante as técnicas de controle tradicionais (PRECUP; HELLENDORRN, 2011).

Palavras do tipo “muito”, “quase”, “talvez”, puderam ser medidas a partir das técnicas de conjuntos *fuzzy*, os quais possuem a capacidade de relacionar a linguagem matemática com termos de cunho indefinido. Zadeh (1965) possibilitou a distinção de conceitos como a probabilidade e possibilidade, sendo a última, associada à linguagem natural e às decisões humanas; e por consequência, à lógica *fuzzy*.

Em complemento, na lógica *fuzzy* as premissas não necessariamente são binárias, mas podem variar de acordo com o grau de verdade, tornando a condição parcialmente verdadeira ou falsa. Por tratar a relação entre entrada e saída de maneira linguística, tal controle proporciona um desempenho satisfatório até para sistemas mais complexos, além de não necessitar de cálculos para a modelagem dos mesmos (CARVALHO; SOUSA; FRANCISCO, 2010).

#### 2.4.2.1.1 Princípios da lógica *Fuzzy*

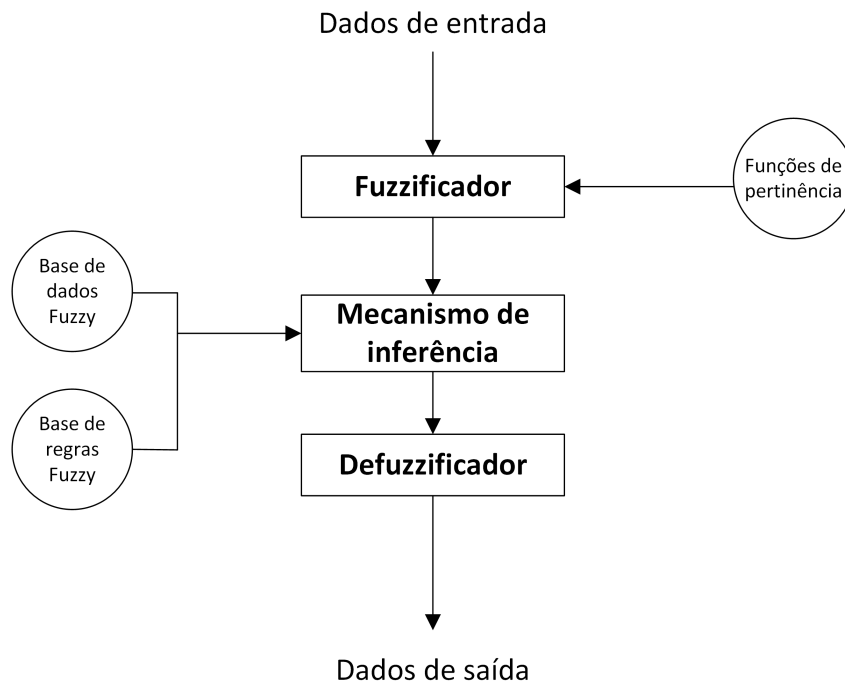
A concepção da lógica *fuzzy* é baseada em expressar a imprecisão da linguagem humana através da linguagem matemática, por intermédio de aproximações de pertinência de componentes em conjuntos *fuzzy*. Um controlador sustentado nessa lógica é chamado de controlador *Fuzzy*, o qual possui seu funcionamento dividido em blocos como na Figura 12 (SIMÕES; SHAW, 2007).

De acordo com Lee (1990), a organização básica de um controlador *Fuzzy* possui quatro pilares essenciais: base de conhecimentos, o qual contempla os dados de entradas iniciais; *Fuzzificação* (ou codificação), onde acontecerá a conversão dos valores reais em *fuzzy*; Inferência, etapa onde será analisada a tomada de decisões; e *Defuzzificação* (ou decodificação), onde ocorrerá a transformação dos valores *fuzzy* para os reais novamente.

Durante a etapa de codificação ocorrem as análises das variáveis de entrada, escolha do domínio de cada variável, juntamente com a escolha das formas e nomenclatura das funções de pertinência (LEE, 1990).

Já no processo de inferência, são inseridos a base de regras e dos dados do *Fuzzy*, que possuem todo o fundamento e lógica para tomar as decisões, baseados nas premissas impostas por quem desenvolveu o controlador (LEE, 1990).

Por fim, Lee (1990) afirma que é na decodificação que os valores adquiridos na etapa de inferência são enviados à planta, através do processo de *defuzzificação* para valores reais.

Figura 12 – Diagrama funcional da lógica *Fuzzy*.

Fonte: Autor (2021).

#### 2.4.2.1.2 Conjuntos ordinários

Os conjuntos ordinários segundo Kovacic e Bogdan (2018), possuem funções características conforme a definição:

$$\mu_s(x) = \begin{cases} 1, & x \in S \\ 0, & x \notin S \end{cases} \quad (15)$$

onde:

$S$  = conjunto do domínio  $X \in \mathbb{R}$

$\mu_s(x)$  = Função característica em que  $\mu : X \rightarrow \{0,1\}$

Isso significa afirmar que a função característica não possibilita uma resposta diferente de “verdadeiro ou falso”, ou então “zero ou um”, trata-se portanto de uma alternativa binária.

#### 2.4.2.1.3 Conjuntos *Fuzzy*

Segundo Amendola, Souza e Barros (2005), há conceitos que são fundamentais para o reconhecimento de variáveis relevantes do processo em estudo, pertencentes a

classe das *variáveis Fuzzy*. Primeiramente, para ser considerado um *subconjunto Fuzzy*, é necessário que seja possível descrevê-lo como um par ordenado de acordo com a definição:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in U \quad \mu_A(x) \in [0,1]\} \quad (16)$$

onde:

$U$ : Conjunto do domínio  $x \in \mathbb{R}$

$\mu_A(x)$  é uma função de pertinência que indica o grau que  $x$  pertence a  $A$ , de tal modo que:

$$\begin{aligned} \mu_A(x) &= 1, & x \text{ pertence integralmente ao conjunto } A; \\ 0 < \mu_A(x) < 1, & x \text{ pertence parcialmente ao conjunto } A; \\ \mu_F(x) &= 0, & \text{ não pertence ao conjunto } A. \end{aligned}$$

Portanto, a álgebra dos conjuntos *fuzzy* não segue o mesmo critério da teoria clássica, principalmente pelo fato da união e intersecção de um conjunto com outro serem diferentes de 1 e 0, respectivamente. Com isso, regras particulares para os conjuntos *fuzzy* devem ser determinadas (AMENDOLA; SOUZA; BARROS, 2005).

Como exemplo, pode-se discretizar a altura de um nível variando de 0 a 15 *cm* em conjuntos como: muito baixo, baixo, médio, alto e muito alto. Na teoria de conjuntos clássicos, a altura de 10 *cm* só poderia pertencer ao conjunto médio ou alto, entretanto para os conjuntos *fuzzy*, pode pertencer a médio e alto simultaneamente, cada qual com seu grau de pertinência específico.

#### 2.4.2.1.4 Fuzzificador

O *Fuzzificador* possui a função de transformar os dados de entrada para o domínio *Fuzzy*, através do reconhecimento dos valores das variáveis de entrada do sistema - também chamados de variáveis de estado - e da padronização para o universo *Fuzzy*. Com isso, as referências são transformadas em conjuntos de variáveis linguísticas, ou então, foram *fuzzificadas* (SANDRI; CORREA, 1999).

#### 2.4.2.1.5 Funções de pertinência

Para Kovacic e Bogdan (2018), as funções de pertinência definem o quanto uma referência é significativa para o sistema de controle *Fuzzy*. Tais funções são determinadas pela terminologia  $\mu_F(x)$ , sendo  $F$  um conjunto do domínio  $X$ ; e  $\mu_F(x)$  a função de pertinência que tem valores atribuídos para cada  $x \in F$ , com  $\mu : X \rightarrow \{0,1\}$ .

Ainda, as funções de pertinência são empregadas para transformar o nível de imprecisão da entrada ao domínio normalizado  $[0,1]$ . Esta conversão pode ser realizada

por meio de diversas formas, sendo mais frequente a utilização de funções triangulares, trapezoidais, Gaussianas ou boca de sino (ZHANG; LIU, 2006).

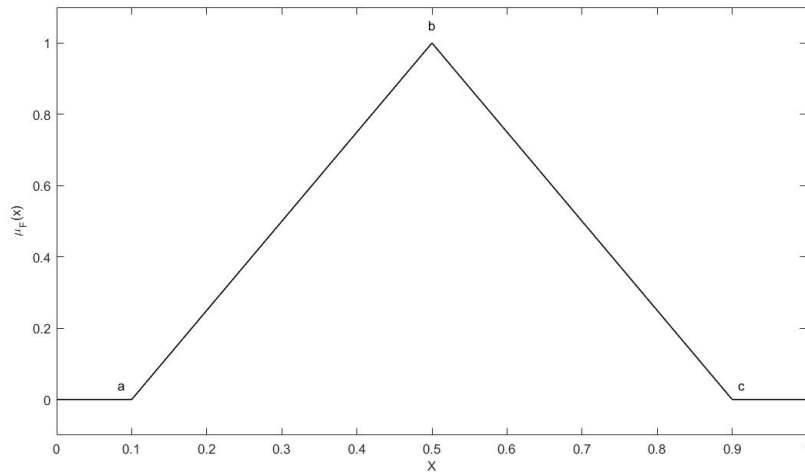
#### 2.4.2.1.6 Função de pertinência triangular

A função de pertinência triangular possui a seguinte definição:

$$\mu_s(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b; \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c; \\ 0, & x > c; \end{cases} \quad (17)$$

A Figura 13 representa a Equação 17 graficamente. As funções de pertinência triangulares são definidas por um triângulo com as extremidades  $a$ ,  $b$  e  $c$ , as quais delimitam o intervalo pelo qual a função admite valores diferentes de zero.

Figura 13 – Função de pertinência triangular.



Fonte: Autor (2021).

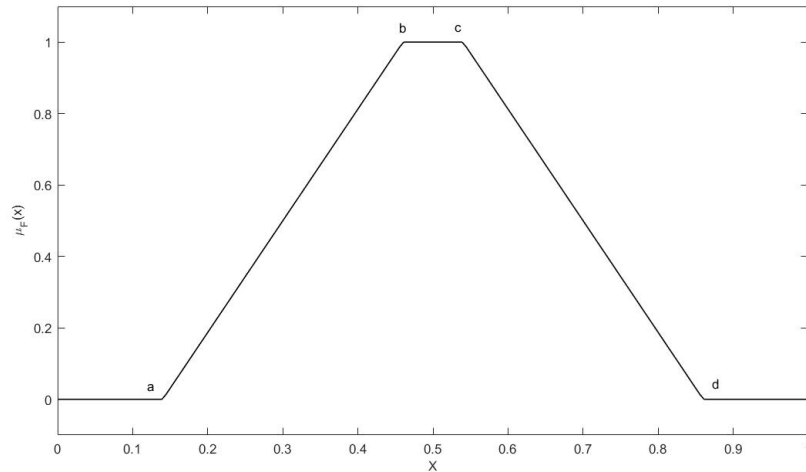
#### 2.4.2.1.7 Função de pertinência trapezoidal

A função trapezoidal é definida conforme a Equação 18:

$$\mu_s(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x < b; \\ 1, & b \leq x < c; \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d; \\ 0, & x > d; \end{cases} \quad (18)$$

Tal função é definida pelos valores demonstrados na Figura 14, onde  $a$  e  $d$  delimitam a região onde a função de pertinência é diferente de zero; já  $b$  e  $c$ , onde a função admite valor máximo.

Figura 14 – Função de pertinência trapezoidal.



Fonte: Autor (2021).

#### 2.4.2.1.8 Função de pertinência em forma de sino

A função de pertinência para um formato de sino, ou *Gaussiana*, é definida por:

$$\mu_s(x) = \left\{ \frac{1}{1+(x-\alpha)^2} \right\}. \quad (19)$$

Esta, é estabelecida pela distância em relação ao ponto central  $\alpha$ . Quanto mais distante, menor é a função de pertinência deste modelo, assim como ilustra a Figura 15:

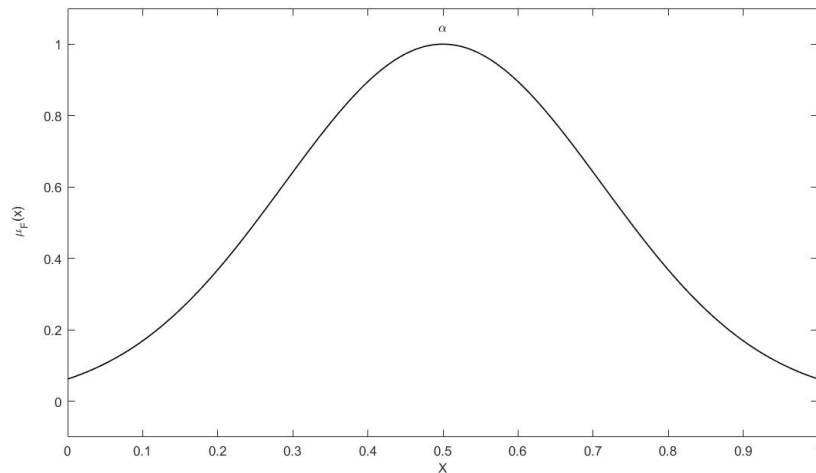
#### 2.4.2.1.9 Variáveis linguísticas

Tipicamente são utilizadas frases ou palavras curtas para expressarem de maneira equivalente, os seus equivalentes longos. Assim, as variáveis linguísticas são empregadas para reconhecer as entradas e saídas do sistema, definindo à elas valores sem o uso de números (KOVACIC; BOGDAN, 2018).

As variáveis linguísticas são empregadas nos sistemas de controle por meio do uso de expressões do tipo *If-Then* (*Se-Então*). Estas sentenças concebem o relacionamento entre as variáveis de entrada e saída.

Ainda, para Kovacic e Bogdan (2018), a proposição *fuzzy* é a ação que executa o conhecimento do indivíduo utilizando as variáveis linguísticas, de acordo com:  $P_i^x : x \text{ é } F$ , sendo que  $x \supset X$  e  $F$  simboliza um valor linguístico.

Figura 15 – Função de pertinência em forma de sino.



Fonte: Autor (2021).

Assim, pode-se admitir que o processo de *fuzzificação* ocorre quando um valor numérico  $x$ , que pertence ao conjunto  $X$ , é convertido para seu valor linguístico correspondente  $F(x)$ , através da associação do grau de pertinência  $x \rightarrow \mu_F(x)$  (KOVACIC; BOGDAN, 2018).

#### 2.4.2.1.10 Mecanismo de inferência

O mecanismo de inferência é encarregado de processar os valores de entrada, com o propósito de originar a saída, baseado nos conjuntos *fuzzy* adjacentes. Nesta etapa realiza-se a validação das regras adotadas ao controle específico, e através dessas, é condicionada a decisão de controle (SIMÕES; SHAW, 2007).

Ainda, Simões e Shaw (2007) citam que o processo de inferência leva em conta o conhecimento e lógica humana, pois assim como no cotidiano do indivíduo, o mecanismo vincula uma condição a uma consequência, ou uma causa a um efeito, assim como:

---

**Algoritmo 1:** Regra para controlador *Fuzzy*

---

1: **SE** ( $causa_1 = X$ ) **E** ( $causa_2 = Y$ )  $\rightarrow$  **ENTÃO** ( $efeito = Z$ )

---

Para Sandri e Correa (1999), o processo de inferência compõe-se de:

- Verificar a compatibilidade entre os fatos e cláusulas nos argumentos, ou premissas, das regras;
- Estabelecer o grau de conformidade geral da premissa de todas as regras;
- Determinar o valor da conclusão, em função do nível de conformidade da regra com os dados e a ação de controle na conclusão;

- Associar os valores obtidos como conclusão nas diversas regras, adquirindo uma ação de controle global.

#### 2.4.2.1.11 Base de regras e base de dados *Fuzzy*

Em se tratando da determinação do conjunto de regras, bem como das características dos conjuntos *Fuzzy*, ambos podem ser realizados por um especialista no domínio, desde que tenha disponível os dados característicos do problema. Por isso, Kovacic e Bogdan (2018) afirmam que a vantagem indispensável dos sistemas *Fuzzy* constitui-se na capacidade de transcrever as ações de um operador humano usando o conhecimento sobre um dado sistema, ainda que não haja qualquer informação sob seu modelo.

Esta tarefa é obtida por meio da utilização de regras *fuzzy*, que compõem a base de regras do sistema *Fuzzy*. Juntas, a base de regras e a base de dados formam a base de conhecimento, as quais tem o objetivo de identificar as metas e estratégia do controlador (SANDRI; CORREA, 1999).

Na base de dados, são mantidos a forma de discretização, a normalização do universo de discurso e a exposição das funções de pertinência. Agora, na base de regras são armazenadas as estruturas de decisões. Assim, tem-se a base necessária a ser demandada pelo mecanismo de inferência (SANDRI; CORREA, 1999).

#### 2.4.2.1.12 Defuzzificador

Finalizada a etapa de *fuzzificação* e inferência, inicia-se o processo de *defuzzificação*, ou decodificação, na qual o valor da variável linguística de saída compreendido pelas regras *fuzzy*, é convertido novamente para um valor numérico. Como o próprio nome sugere, neste processo ocorre o inverso da etapa da *fuzzificação*, portanto a interface do processo reconhece os valores obtidos pelo mecanismo de inferência e os transfere para a saída em valores matemáticos compatíveis com o sistema (SIMÕES; SHAW, 2007).

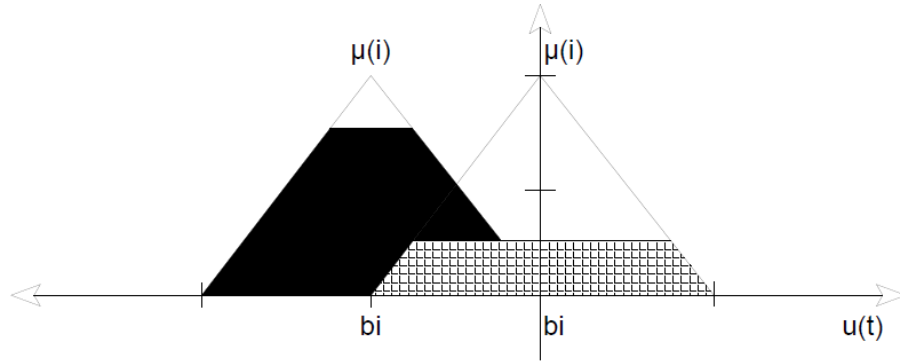
A *defuzzificação* pode ser realizada de inúmeras formas diferentes, entretanto, Sandri e Correa (1999) apontam que os principais métodos são: centro de área (1); centro de máximo (2); e média dos máximos (3).

**Defuzzificação por centro de área (1).** O método de centro de área, utilizado como base para este trabalho, também pode ser conhecido por centro de gravidade ou centróide. Seu mecanismo é fundamentado na contabilização do centro de área de uma região definida por um conjunto *fuzzy*, assim como é observado na Figura 16.

O centro de gravidade é o ponto onde a área da função de pertinência  $\mu_i$  é dividida em partes iguais, evidenciando a influência das funções de pertinência específica do conjunto *fuzzy* em questão. Essa maneira de decodificação é calculada pela Equação 20.

$$\mu_{cog} = \frac{\sum_i^N b_i \int \mu(i)}{\sum_i^N \int \mu(i)} \quad (20)$$

Figura 16 – Defuzzificação pelo método de centro de área.



Fonte: Autor (2021).

Sendo:

 $b_i$  = centro da função de pertinência da conclusão da regra  $i$ ; $\int \mu_i$  = área sob a curva da função de pertinência  $\mu_i$ .

Para Simões e Shaw (2007), apesar de ser um método eficiente, pode apresentar obstáculos em casos onde as funções de pertinências não possuem sobreposição, pois a região central das figuras não representa um significado concreto. Além disso, no caso de um sistema *MIMO*, se uma ou mais saídas possuírem a mesma base de regras, haverá uma sobreposição de área que não será contabilizada.

**Defuzzificação por centro de máximo (2).** A decodificação por centro de máximo utiliza apenas os picos das funções de pertinência para o processo de *Defuzzificação*, ignorando a área dos mesmos. Neste caso, é possível mensurar as contribuições de múltiplas regras (SIMÕES; SHAW, 2007).

Ademais, o resultado da decodificação é determinado pelo ponto de apoio entre as cargas, que são representadas pela magnitude do vetor associado ao valor de pertinência das regras *Fuzzy*. Assim, a saída discreta é calculada pela Equação 21.

$$\mu_{com} = \frac{\sum_{i=1}^N \mu_i \sum_{k=1}^n \mu_{o,k}(\mu_i)}{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^n \mu_{o,k}(\mu_i)} \quad (21)$$

Onde  $\mu_{o,k}(\mu_i)$  designam os pontos onde ocorrem os valores máximos das funções de pertinência *Fuzzy*. No universo de pertinência  $\mu_i$  os valores são amostrados em  $N$  pontos para todas as  $n$  regras. Por fim,  $\mu_{o,k}(\mu_i)$  é considerado o valor de pertinência para um certo valor de controle  $\mu_i$ , decorrente da  $k$ -ésima regra *Fuzzy* (SILVA, 2014).

**Defuzzificação por média dos máximos (3).** Apesar deste método possuir baixa carência computacional, não é amplamente utilizado para fins de controle pelo fato



de, em alguns casos, possuir resposta de valores discretos descontínuos (SIMÕES; SHAW, 2007).

A técnica de decodificação por média dos máximos efetua a busca do ponto central (ou médio) dentre os valores que possuem o maior valor de pertinência alcançado pelas regras de controle ativas. Nos casos onde a função possui mais de um máximo, Nguyen et al. (2002) afirmam que o valor de pertinência  $\mu_{mom}(\mu_i)$  pode ser calculado por:

$$\mu_{mom} = \sum_{i=1}^M \frac{\mu_i}{M} \quad (22)$$

Sendo:

$\mu_i$  = i-ésimo elemento do universo de discurso;

$M$  = número de vezes em que a função  $\mu_i$  tem um máximo.

### 3 MODELAGEM E CONTROLE

Conhecer o funcionamento do sistema de tanques acoplados através de leis da Física é fundamental, pois este compreende a modelagem matemática do sistema. Com isso, baseado em Ogata (1982), os sistemas com fluidos são classificados em regime de fluxo laminar e turbulento. Para os tanques acoplados, em sua maioria, o fluxo é considerado turbulento (OGATA, 1982).

Portanto, (OGATA; SEVERO, 1998) afirma que o sistema de fluidos em dois tanques acoplados é não linear e invariante no tempo. Isso significa dizer que, o mesmo não atende às propriedades da linearidade e superposição. Dessa forma, quando se pensa em aplicar técnicas de controle linear, é necessário fazer o processo de linearização das equações, por exemplo, através da expansão por *série de Taylor* em torno de um ponto de operação conhecido (VEEN; HAYKIN, 1999).

Para Bazanella e Junior (2005), a importância da linearização de uma equação é evidenciada pela necessidade de torná-la linear e invariante no tempo (LTI), e desta forma, sendo possível aplicar técnicas para facilitar cálculos matemáticos, como a *Transformada de Laplace*, utilizada para adquirir a função de transferência da planta.

#### 3.1 Modelagem do sistema 2-tanques

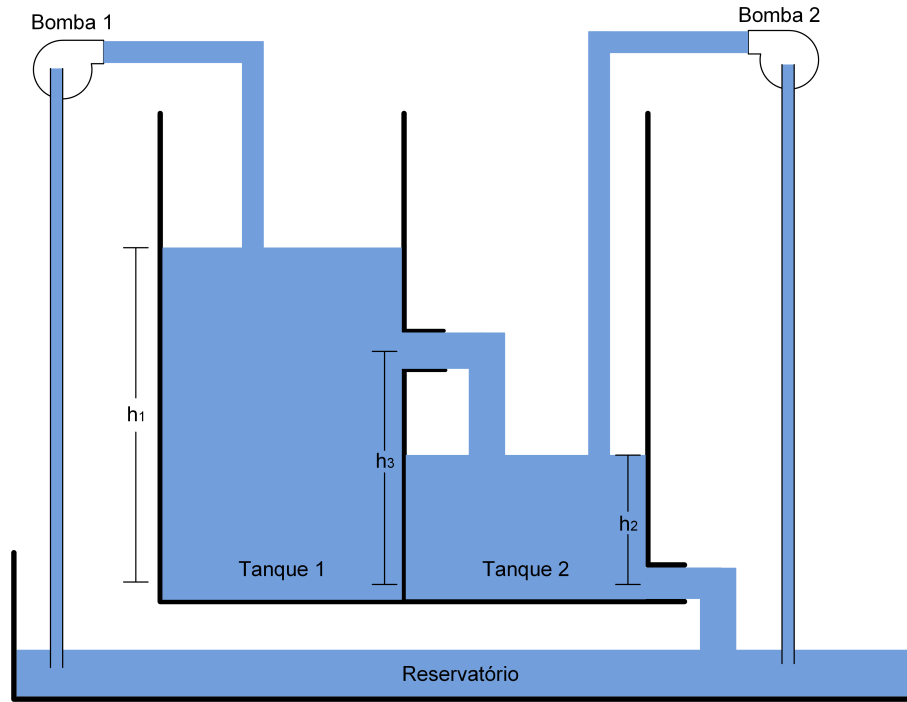
Nesta seção apresenta-se a modelagem do sistema de nível com dois tanques acoplados, adaptado da lista de exercícios propostos em Franklin et al. (2002), no qual serão testadas as propostas de controle deste trabalho. A Figura 17 mostra esse sistema, onde tem-se os seguintes parâmetros e componentes:

- Bomba 1 = retira líquido do reservatório e injeta no Tanque 1, [ $cm^3/s$ ];
- Bomba 2 = retira líquido do reservatório e injeta no Tanque 2, [ $cm^3/s$ ];
- Nível  $h_1$  = nível de líquido no Tanque 1, [ $cm$ ];
- Nível  $h_2$  = nível de líquido no Tanque 2, [ $cm$ ];
- Altura  $h_3$  = altura fixa onde ocorre o acoplamento entre os tanques.

Adicionalmente, os requisitos de desempenho do sistema 2-tanques são:

1. Tempo de resposta à 2% em malha fechada, três vezes menor do que o da malha aberta;
2. Erro no seguimento de referências (erro em regime permanente) constantes  $\leq 3\%$ ;
3. Rejeitar perturbação na vazão de entrada, de modo que, não haja variações acima de 5% nos níveis dos tanques;
4. Assegurar sobressinal  $\leq 7\%$ .

Figura 17 – Sistema 2-tanques.



Fonte: Autor (2021).

### 3.1.1 Modelo MIMO

A seguir, apresenta-se a modelagem do sistema 2-tanques, considerando a vazão nas bombas como entradas, e os níveis nos tanques como saídas. Da lei da conservação da massa obtém-se

$$\dot{m} = W_{entrada} - W_{saida}, \quad (23)$$

sendo  $m$  = massa do fluido em  $[g]$ , e  $W$  = vazão do fluido em  $[\frac{cm^3}{s}]$ . Em um tanque cilíndrico, a altura do fluido é dada por

$$h = \frac{m}{A\rho}, \quad (24)$$

onde  $A$  = área do tanque em  $[cm^2]$ , e  $\rho$  = densidade do fluido em  $[\frac{g}{cm^3}]$ . Da Equação 23 e Equação 24 obtém-se

$$\dot{h} = \frac{1}{A\rho}(W_{entrada} - W_{saida}). \quad (25)$$

Ainda, a vazão do sistema é dada por

$$W_{saida} = \frac{1}{R}\sqrt{\rho gh}, \quad (26)$$

onde  $g$  = aceleração da gravidade em  $[\frac{cm}{s^2}]$ ,  $h$  = nível do líquido em  $[cm]$ , e  $R$  = resistência do orifício de saída em  $[g^{-1/2}cm^{-1/2}]$ .

Aplicando as Equações 25 e 26 no sistema da Figura 17 tem-se

$$W_A = \frac{1}{R} \sqrt{\rho g (h_1 - h_3)} \quad (27)$$

(no ponto do acoplamento), e

$$W_S = \frac{1}{R} \sqrt{\rho g (h_2)} \quad (28)$$

(no ponto de saída - Tanque 2), e

$$\dot{h}_1 = \frac{1}{\rho A} (W_{in1} - W_A) \quad (29)$$

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{\rho A} (W_A - W_S + W_{in2}). \quad (30)$$

Portanto,

$$\dot{h}_1 = -\frac{1}{\rho A R} \sqrt{\rho g (h_1 - h_3)} + \frac{1}{\rho A} W_{in1} \quad (31)$$

$$\dot{h}_2 = \frac{1}{\rho A R} \sqrt{\rho g (h_1 - h_3)} - \frac{1}{\rho A R} \sqrt{\rho g h_2} + \frac{1}{\rho A} W_{in2} \quad (32)$$

onde  $W_{in_i}$  = vazão que sai da Bomba  $i$  e entra no Tanque  $i$ .

As Equações 31 e 32 representam o modelo dinâmico não linear do sistema 2-tanques acoplados, para  $h_1 > h_3$  e  $h_2 < h_3$ .

#### Processo de Linearização:

A seguir apresenta-se a linearização das equações do sistema em torno de um ponto de operação  $(h_{i0}, W_{in_{i0}})$ ,  $i=1,2$ . A parte não linear do modelo é dada pela Equação 33.

$$f(h_i) = \sqrt{\rho g h_i} \quad i = 1,2 \quad (33)$$

Aplicando série de Taylor na Equação 33 tem-se,

$$f(h_i) \simeq \sqrt{\rho g h_{i0}} + \frac{\Delta h_i}{2\sqrt{\rho g h_{i0}}} \rho g \quad i = 1,2 \quad (34)$$

sendo que,

$$\Delta h_i = h_i - h_{i0} \quad i = 1,2 \quad (35)$$

$$\Delta W_{in_i} = W_{in_i} - W_{in_{i0}} \quad i = 1,2 \quad (36)$$

Sabendo que o ponto de linearização  $(h_{i0}, W_{in_{i0}})$  é constante, fica evidente que a derivada da Equação 35 resulta em  $\dot{h}_i = \Delta h_i$ , e portanto, as Equações 31 e 32 se tornam:

$$\Delta h_1 = -\frac{1}{\rho AR}(\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)} + \frac{\Delta h_1}{2\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)}}\rho g) + \frac{1}{\rho A}(\Delta W_{in1} + W_{in_{10}}) \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \Delta h_2 = \frac{1}{\rho AR}(\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)} + \frac{\Delta h_1}{2\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)}}\rho g) - \frac{1}{\rho AR}(\sqrt{\rho g h_{20}} + \frac{\Delta h_2}{2\sqrt{\rho g h_{20}}}\rho g) + \\ \frac{1}{\rho A}(\Delta W_{in2} + W_{in_{20}}) \end{aligned} \quad (38)$$

Como o sistema de controle opera em regime permanente, basta impor as condições de regime  $h_i = h_{i0}$ ,  $W_{in_i} = W_{in_{i0}}$ , e  $\dot{h}_i = 0$ , nas Equações 31 e 32. Logo,

$$0 = -\frac{1}{\rho AR}\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)} + \frac{1}{\rho A}W_{in_{10}} \quad (39)$$

$$0 = \frac{1}{\rho AR}\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)} - \frac{1}{\rho AR}\sqrt{\rho g h_{20}} + \frac{1}{\rho A}W_{in_{20}}. \quad (40)$$

Substituindo as Equações 39 e 40 nas Equações 37 e 38 chega-se em:

$$\Delta h_1 = -\frac{1}{\rho AR}(\frac{\Delta h_1}{2\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)}}\rho g) + \frac{1}{\rho A}\Delta W_{in1} \quad (41)$$

$$\Delta h_2 = \frac{1}{\rho AR}(\frac{\Delta h_1}{2\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)}}\rho g) - \frac{1}{\rho AR}\frac{\Delta h_2}{2\sqrt{\rho g h_{20}}}\rho g + \frac{1}{\rho A}\Delta W_{in2}. \quad (42)$$

Definindo que,

$$x = \begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix} = y, \quad u = \begin{bmatrix} \Delta W_{in1} \\ \Delta W_{in2} \end{bmatrix} \quad (43)$$

chega-se na seguinte representação do modelo linearizado do sistema no espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (44)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-\rho g}{\rho AR 2\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)}} & 0 \\ \frac{\rho g}{\rho AR 2\sqrt{\rho g(h_{10} - h_3)}} & \frac{-\rho g}{\rho AR 2\sqrt{\rho g h_{20}}} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\rho A} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho A} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (45)$$

Determinação do ponto de operação nominal  $(h_{10}, h_{20}, W_{in_{10}}, W_{in_{20}})$ :

Impondo condição de regime permanente nas equações do modelo não linear da planta, chega-se nas Equações 39 e 40. Então, definindo para o sistema *MIMO* os níveis nominais nos tanques como

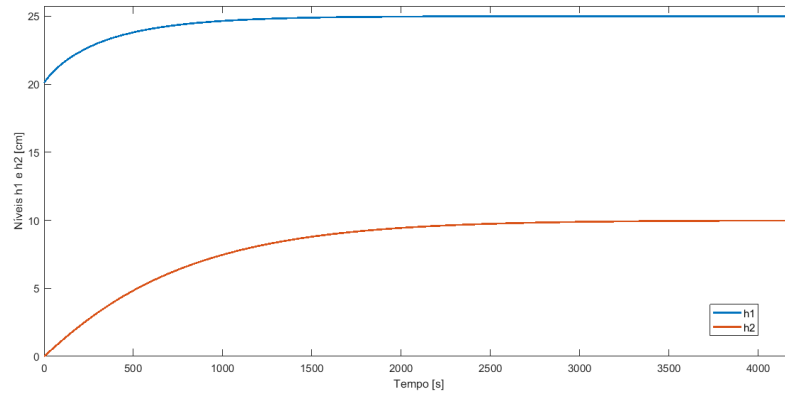
$$h_{10} = 25 \text{ cm} \quad e \quad h_{20} = 10 \text{ cm}, \quad (46)$$

e usando os parâmetros da planta na Tabela 1, chega-se a

$$W_{in10} = 2.3570 \text{ cm}^3/s \quad e \quad W_{in20} = 0.9763 \text{ cm}^3/s. \quad (47)$$

A Figura 18 mostra as trajetórias dos níveis  $h_1$  e  $h_2$  desde as condições iniciais até o ponto de operação nominal, que neste trabalho definiu-se como sendo o ponto de equilíbrio do sistema, quando as entradas da planta são ajustadas para os valores  $W_{in1} = W_{in10}$  e  $W_{in2} = W_{in20}$ .

Figura 18 – Pontos de equilíbrio do sistema 2-tanques.



Fonte: Autor (2021).

### 3.1.2 Modelo *SISO*

O controle de nível do sistema da Figura 17 utilizando apenas a vazão na Bomba 1 como entrada e o nível no Tanque 2 como saída, é considerado por Ávila e Arancibia (2016), como sendo um controle de sistema *SISO*.

Ainda, de acordo com as propriedades da transformada de *Laplace*,  $\dot{\Delta}h_1 = s\Delta h_1$ , considerando condições iniciais nulas. Deste modo, manipulando matematicamente as equações de estado 41 e 42, a função de transferência que relaciona a variação de altura no Tanque 2  $h_2$  com a variação da vazão de entrada  $W_{in1}$ , pode ser representada como

$$P(s) = \frac{\Delta h_2(s)}{\Delta W_{in1}(s)} = \frac{\frac{g}{2\rho R A^2 \sqrt{\rho g (h_{10} - h_3)}}}{s^2 + s\left(\frac{g}{2AR\sqrt{\rho g h_{20}}} + \frac{g}{2AR\sqrt{\rho g (h_{10} - h_3)}}\right) + \frac{g^2}{4A^2 R^2 \sqrt{\rho g h_{20}} \sqrt{\rho g (h_{10} - h_3)}}}. \quad (48)$$

Determinação do ponto de operação nominal ( $h_{20}, W_{in10}$ ):

Impondo a condição de regime permanente nas Equações 31 e 32 do sistema, para caso *SISO* ( $W_{in2} = 0$ ), chega-se nas seguintes condições para o equilíbrio do mesmo:

$$W_{in10} = \frac{1}{R} \sqrt{\rho g (h_{10} - h_3)} \quad , \quad h_{20} = h_{10} - h_3. \quad (49)$$

Para a determinação do parâmetro  $R$ , sabe-se que, quando  $h_2 = 10$  cm, o fluxo de saída vale 200 g/min. Portanto, usando a Equação 28 tem-se,

$$200 = \frac{1}{R} \sqrt{\rho g 10} \quad . : \quad R = 30 \quad g^{-1/2} cm^{-1/2}. \quad (50)$$

Agora, definindo como ponto de operação nominal para o nível no Tanque 2,  $h_{20} = 10$  cm, e assumindo os parâmetros do sistema como aqueles na Tabela 1, tem-se que

$$W_{in10} = 10/3 \quad cm^3/s \quad , \quad h_{10} = 30 \quad cm. \quad (51)$$

Substituindo os valores dos parâmetros do sistema (Tabela 1) e os pontos nominais acima definidos, na Equação 48, a função de transferência  $P(s)$  torna-se:

$$P(s) = \frac{\Delta h_2(s)}{\Delta W_{in1}(s)} = \frac{1}{60} \frac{0,01}{(s + \frac{1}{600})^2} \quad [cm/cm^3/s]. \quad (52)$$

Tabela 1 – Parâmetros do sistema 2-tanques.

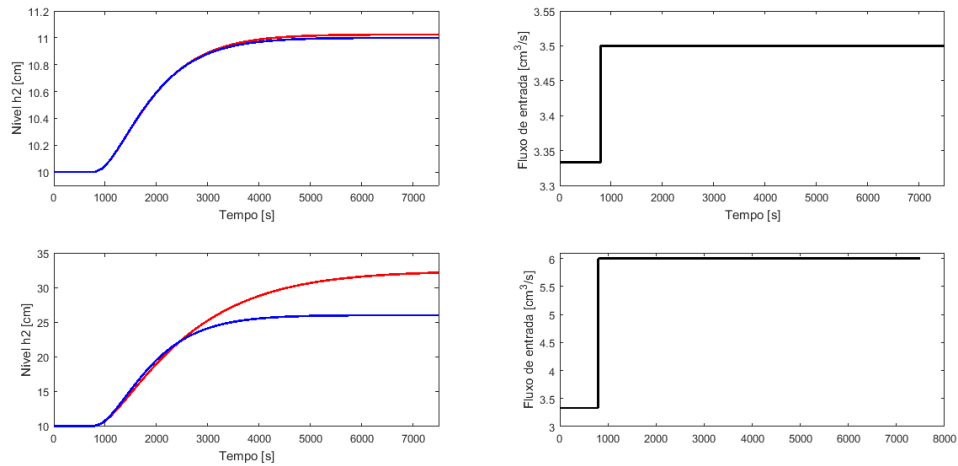
| $h_3 [cm]$ | $\rho [\frac{g}{cm^3}]$ | A $[cm^2]$ | g $[\frac{cm}{s^2}]$ | R $[g^{-1/2} cm^{-1/2}]$ |
|------------|-------------------------|------------|----------------------|--------------------------|
| 20         | 1                       | 100        | 1000                 | 30                       |

A partir de  $P(s)$ , pode-se obter a resposta ao degrau do sistema em malha aberta, aplicando um degrau como sinal de entrada e observando a saída. Ao aplicar uma variação da vazão ( $\Delta W_{in1}$ ) em  $[cm^3/s]$ , é esperado que ocorra uma variação no nível  $\Delta h_2$  em  $[cm]$ . A resposta ao degrau revela características de um sistema, tais como o tempo de resposta, sobressinal e erro, sendo que tais parâmetros podem ser ajustados através de controladores, que serão apresentados nas próximas seções.

Para validar o modelo linearizado do sistema, e também, verificar o desempenho do sistema em malha aberta, realizou-se uma simulação que compara os modelos não linear e o linearizado. Inicialmente, o sistema se encontra no ponto de operação nominal ( $h_{20}, W_{in10}$ ), e então, em um dado momento um degrau  $\Delta W_{in1}$  de 5%, e em outra simulação, de 80%, de  $W_{in10}$ , são aplicados aos modelos do sistema.

As respostas são apresentadas na Figura 19, onde observa-se que, variações na entrada próximas ao seu ponto nominal, preservam a validade do modelo linearizado. Já quando é imposta uma variação na entrada distante do ponto nominal, o modelo linearizado perde sua validade, pois seu comportamento se afasta do modelo real do sistema.

Figura 19 – Validação do modelo linearizado do sistema 2-tanques.



Fonte: Autor (2021).

### 3.2 Projeto de controladores

Existe na literatura de sistemas de controle uma enorme variedade de técnicas para controle de sistemas. Foram escolhidos alguns controladores bem conhecidos, especialmente no âmbito de um curso de engenharia elétrica, para servirem de referência nos estudos apresentados neste trabalho. Tais controladores são chamados de controladores clássicos, e são eles: PID, Avanço de Fase, e Atraso de fase.

#### 3.2.1 Controlador *Fuzzy*

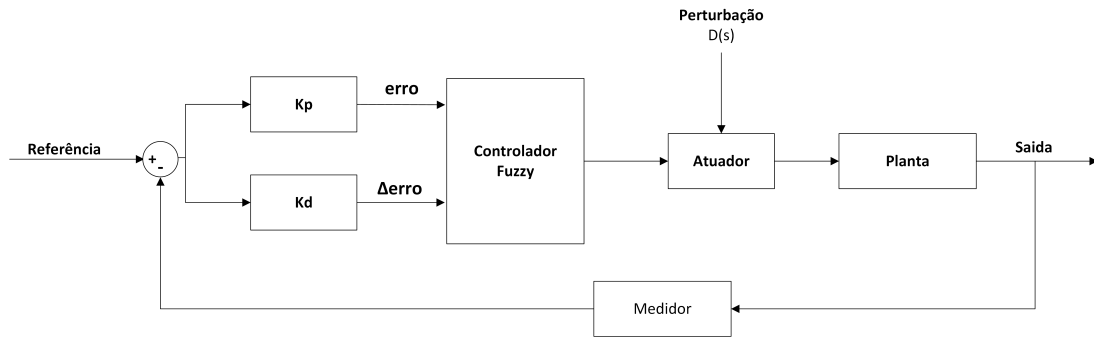
A primeira etapa de projeto do controlador do tipo *Fuzzy* é a definição do tipo de controle, ou seja, as ações que o controle exerce. Neste caso, optou-se pelos controladores *Fuzzy* do tipo *Proporcional* (P) e *Proporcional – derivativo* (PD) para o controle do sistema 2-tanques caso *MIMO* e tipo *Proporcional – derivativo* (PD) para o caso *SISO*.

<sup>1</sup> Tais controladores foram escolhidos pois obtiveram melhor desempenho que os demais (como por exemplo o *Fuzzy PI*) em simulações desenvolvidas pelo autor.

A estrutura do controlador do tipo PD, utilizada para controle do sistema 2-tanques caso *SISO*, é apresentada na Figura 20. Nota-se que o controlador utiliza como entradas os sinais de erro e de sua derivada, que são características de um controle proporcional-derivativo. No caso do controlador tipo P, a entrada é apenas o erro, que é a característica de uma ação puramente proporcional.

<sup>1</sup>Os projetos desses controladores estão disponíveis nos Apêndices A, B e C.



Figura 20 – Estrutura do controlador *Fuzzy* PD.

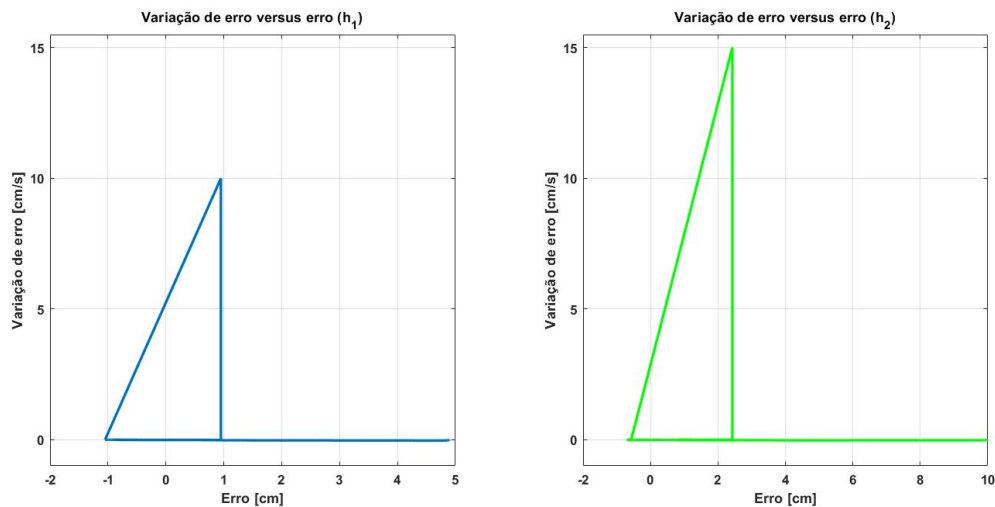
Fonte: Autor (2021).

### 3.2.1.1 Variáveis linguísticas

Como variáveis linguísticas de entrada e saída do controlador *fuzzy*, foram escolhidas o erro de nível e a variação (ou derivada) do erro de nível; e a vazão de saída da bomba, respectivamente.

### 3.2.1.2 Funções de pertinência

Para determinação do universo das variáveis, utilizou-se uma técnica encontrada em (ALTAS, 2017), que consiste em gerar um gráfico de erro *versus* variação de erro, quando a planta fosse controlada através de uma lei de controle qualquer. Assim, teria-se uma boa estimativa inicial para o universo de valores das variáveis do problema. Isso foi feito e o resultado está mostrado na Figura 21 para os níveis nos Tanques 1 e 2.

Figura 21 – Erro *versus* Variação de Erro nos níveis nos tanques.

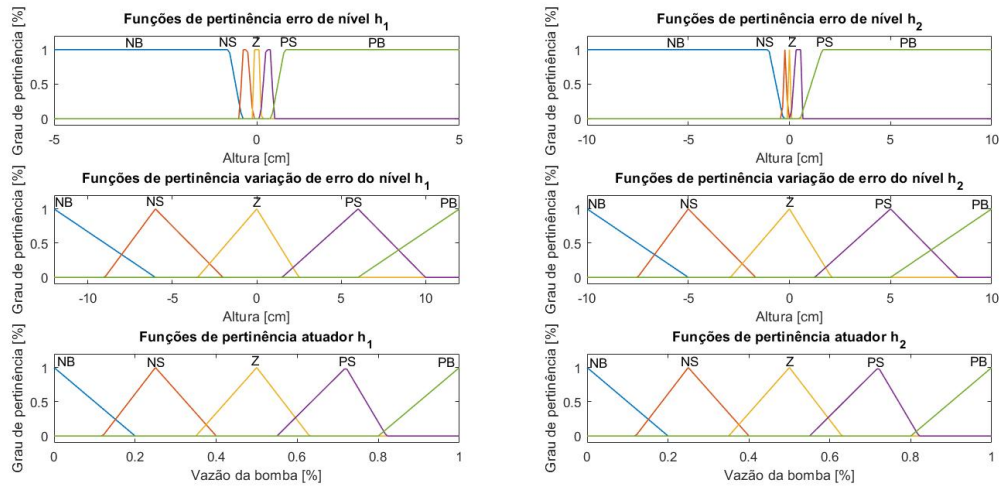
Fonte: Autor (2021).

É possível afirmar que os valores de erro de nível variaram de 0 à 5cm e 0 à 10cm

para o Tanque 1 e Tanque 2, respectivamente; já a variação de erro de nível valores entre 0 à  $12\text{cm/s}$  e 0 à  $15\text{cm/s}$  para o Tanque 1 e Tanque 2, respectivamente. Essas delimitações podem ser verificadas na Figura 22.

Sendo assim, considerando o universo de controle de cada variável descrita anteriormente, foi definida a quantidade, condições de contorno e tipo das funções de pertinências. No caso do erro e variação de erro do Tanque 1, foram determinadas cinco funções de pertinências com definições e delimitações que podem ser observadas na Figura 22.

Figura 22 – Funções de pertinência para o controlador *Fuzzy*.



Fonte: Autor (2021).

Como a Figura 22 mostra, foram definidas as funções de pertinência com formatos trapezoidais e triangulares. Quanto mais estreita é uma função de pertinência, ou então, quão menor é a sua área, menor é a faixa de valores pelo qual a função de pertinência é ativa. Isso permite melhorar a resposta do sistema. Outro exemplo é o critério de erro em regime permanente, que pode ser reduzido conforme as funções de pertinência próximas ao zero são comprimidas. Todavia, essa alternativa de modo geral torna o sobressinal acentuado e mais complexa a ação de controle.

Essas funções foram definidas através da experimentação e conhecimento do autor sobre as características da planta. Entretanto, sempre foram considerados os requisitos de projeto supracitados para definir as funções de pertinência.

### 3.2.1.3 Conjunto de regras

Sabendo que quanto maior o número de funções de transferências e regras do controlador, maior é sua dificuldade de processamento, o projetista deverá definir uma quantidade de funções de transferências suficiente para atender os requisitos de projeto, ainda que não afete o tempo de resposta da planta.

Com isso, definiu-se cada controlador *Fuzzy* com duas entradas possuindo 5 funções de pertinência e um conjunto de 25 regras, tanto para o Tanque 1 quanto para o Tanque 2.

Tais regras estão demonstradas na Figura 24 e representam a base de regras para o controle de nível  $h_2$ . Já o controle de nível  $h_1$  possui a base de regras conforme Figura 23.

Figura 23 – Base de regras - controle do nível ( $h_1$ ).

| Base de regras (controle $h_1$ ) |    | Variação do erro |    |    |    |    |
|----------------------------------|----|------------------|----|----|----|----|
|                                  |    | NB               | NS | Z  | PS | PB |
| Erro                             | NB | NB               | NB | NB | NS | Z  |
|                                  | NS | NB               | Z  | NS | NS | Z  |
|                                  | Z  | PS               | PS | Z  | Z  | Z  |
|                                  | PS | PS               | PS | PS | PS | PB |
|                                  | PB | Z                | PS | PB | PB | PB |

Fonte: Autor (2021).

Figura 24 – Base de regras - controle do nível ( $h_2$ ).

| Base de regras (controle $h_2$ ) |    | Variação do erro |    |    |    |    |
|----------------------------------|----|------------------|----|----|----|----|
|                                  |    | NB               | NS | Z  | PS | PB |
| Erro                             | NB | NB               | NB | NS | NS | Z  |
|                                  | NS | NB               | NS | NS | Z  | PS |
|                                  | Z  | NS               | NS | Z  | PS | PS |
|                                  | PS | NS               | Z  | PS | PS | PB |
|                                  | PB | Z                | PS | PS | PB | PB |

Fonte: Autor (2021).

Para melhor entendimento, é possível ler a base de regras da seguinte forma:

---

**Algoritmo 2:** Base de regras *Fuzzy*

---

1: **SE** erro é muito alto **E** variação do erro é muito alto  $\rightarrow$  **ENTÃO** atuador é rápido.

---

Isso porque:

- **NB:** Muito alto (para erro e variação do erro) e parado (para o atuador);
- **NS:** Alto (para erro e variação do erro) e muito devagar (para o atuador);
- **Z:** Bom (para erro e variação do erro) e devagar (para o atuador);
- **PS:** Baixo (para erro e variação do erro) e rápido (para o atuador);
- **PB:** Muito baixo (para erro e variação do erro) e muito rápido (para o atuador).

### 3.2.1.4 Defuzzificação

Para o método de *defuzzificação* foi escolhido o *centroid*, ou método de decodificação centro de área, pela sua ampla utilização e facilidade de compreensão.

Para exemplificação, basta observar o comportamento do controlador com a seguinte situação: caso o erro seja zero, ou seja, o nível  $h_2$  está no mesmo valor de *setpoint*;

e a variação de erro também seja zero - logo não está ocorrendo mudança de nível -; nestas condições, a saída é ajustada para 49,3 % da vazão nominal da bomba 2.

Tal saída está de acordo com a base de regras, a qual determina que: **SE** erro é “bom”(Z) **E** variação do erro é “bom”(Z), **ENTÃO** atuador é “devagar”(Z).

Outro exemplo, é o caso onde o erro do nível  $h_2$  é 8,03 cm, ou seja, o nível  $h_2$  está 8,03 cm abaixo do *setpoint*; e a variação do erro é 8,61  $\frac{cm}{s}$ , representando uma taxa grande de enchimento do tanque; nestas condições, a vazão nominal da bomba 2 é ajustada para 93,2 % de sua vazão nominal.

Tal saída está de acordo com a base de regras, a qual determina que: **SE** erro é “muito baixo”(PB) **E** variação do erro é “muito baixo”(PB), **ENTÃO** atuador é “muito rápido”(PB).

O controlador *Fuzzy* pode ser utilizado com bom desempenho para grande parte dos sistemas lineares e não lineares. Isso porque, para o projeto do controlador não existe a necessidade de um modelo preciso da planta, mas sim do conhecimento do projetista para a construção das regras e os ajustes do controlador.

### 3.2.2 PI - Desacoplamento de sistema

Analisando o sistema 2-tanques, naturalmente surgiu a ideia de projetar uma estrutura de controle utilizando o modelo linearizado da planta, mas que não considerasse o acoplamento existente. Com isso, tem-se um modelo mais simples do sistema, a partir do qual, é possível empregar uma técnica clássica para projetar um controlador proporcional-integral (PI), por exemplo.

Isso se torna especialmente interessante para controle de sistemas *MIMO*, pois, em geral, as técnicas de controle encontradas na literatura para esses sistemas, são bastante desafiadoras.

O modelo linearizado *MIMO* da planta é dada por,

$$\begin{bmatrix} \Delta h_1 \\ \Delta h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta W_1 \\ \Delta W_2 \end{bmatrix}$$

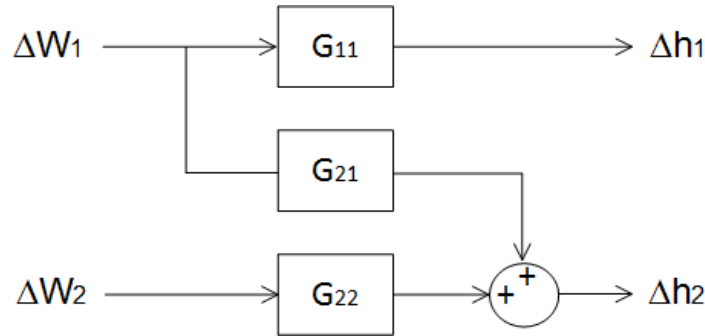
onde  $G_{12} = 0$ , pois a entrada  $\Delta W_2$  (Bomba 2) não afeta o nível no Tanque 1.

Assim, as relações entre as entradas e saídas do modelo linearizado *MIMO* do sistema 2-tanques, podem ser representadas através do diagrama da Figura 25.

Para desacoplar o sistema, ou seja, desconsiderar que a entrada  $\Delta W_1$  afete a saída  $\Delta h_2$ , assumimos que  $G_{21} = 0$ . Com isso, tem-se:

$$\Delta h_1 = G_{11} \Delta W_1 \quad (53)$$

$$\Delta h_2 = G_{22} \Delta W_2 \quad (54)$$

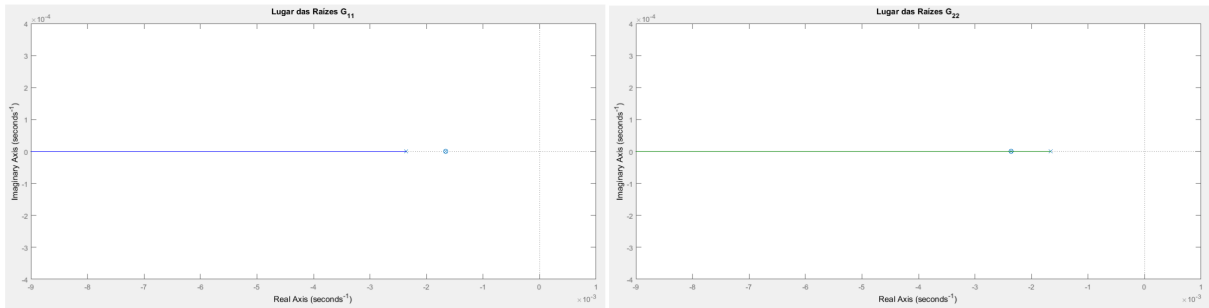
Figura 25 – Relações entre entradas e saídas do modelo linearizado *MIMO*.

Fonte: Autor (2021).

As funções de transferências  $G_{11}$  e  $G_{22}$  podem ser obtidas a partir do modelo no espaço de estados da Equação 44. Uma vez obtidas as funções de transferências, os projetos dos controladores PI descentralizados podem ser desenvolvidos. Notar que, como os controladores são descentralizados, o sistema é tratado como sendo *SISO*.

A metodologia de projeto do controlador PI que será empregada neste trabalho, utiliza informação do lugar das raízes de  $G_{11}$  e  $G_{22}$ <sup>2</sup>, apresentados na Figura 26.

Figura 26 – Lugar das raízes do sistema desacoplado.



Fonte: Autor (2021).

O controlador PI apresenta a seguinte estrutura:

$$C_{PI}(s) = K \frac{1 + sT_i}{sT_i} \quad (55)$$

e portanto, os parâmetros  $K$  e  $T_i$  precisam ser definidos. O zero do controlador é posicionado sobre o polo que aparece isolado no lugar das raízes nas Figuras 26. Com isso, o sistema fica com resposta de primeira ordem e sem sobressinal. Por fim, o ganho  $K$  é utilizado para garantir um tempo de resposta que atenda ao requisito de projeto.

Cabe ressaltar que a estratégia adotada acima de cancelamento de polo, não é recomendada nas implementações experimentais de controladores, uma vez que os parâmetros de ajuste do controlador dependem do posicionamento de polos da planta.

<sup>2</sup>As funções de transferências são apresentadas no capítulo Resultados.

Ocorre que tais posicionamentos em geral, não são fixos, mas variam com a temperatura e atrito, por exemplo. Foi adotada essa estratégia pela sua simplicidade e para poder verificar o desempenho teórico da metodologia de desacoplamento do sistema.

## 4 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados do trabalho. Para isso, é necessário apresentar os seguintes dados do sistema 2-tanques:

- Largura dos tanques: 10 *cm*;
- Profundidade dos tanques: 10 *cm*;
- Altura dos tanques: 50 *cm*;
- Capacidade máxima das bombas: 6  $\text{cm}^3/\text{s}$

Como pode-se notar, as características dimensionais do sistema teste utilizado para os estudos neste trabalho, são de um sistema didático.

Neste trabalho irá-se estudar o controle do sistema 2-tanques através de seus seguintes modelos:

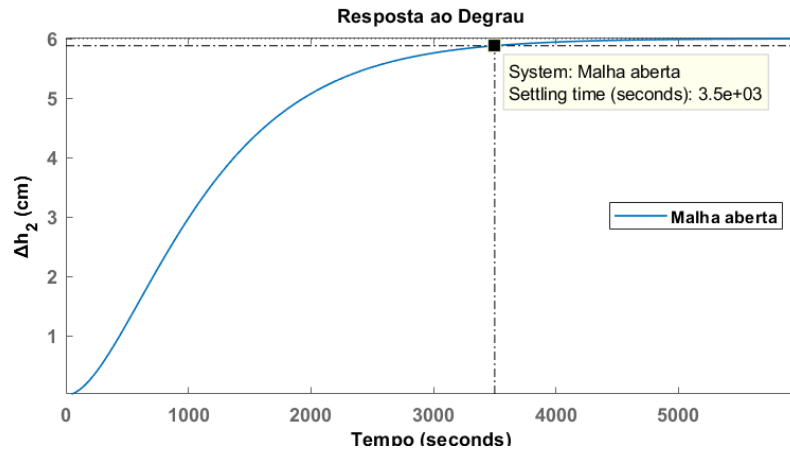
- **Modelo simplificado:** modelo que não leva em consideração as capacidades máximas e modelagem das bombas;
- **Modelo completo:** modelo que considera as capacidades máximas e modelagem das bombas;
- **Modelo linearizado:** modelo que possui dinâmica linear válida em um ponto de operação desejado;
- **Modelo real:** modelo que possui a dinâmica não linear do sistema;
- **Modelo *SISO*:** modelo do sistema com uma entrada e uma saída;
- **Modelo *MIMO*:** modelo do sistema com duas entradas e duas saídas.

Como pode-se perceber a diferença entre os modelos simplificado e completo é a modelagem do atuador do sistema. No modelo completo, portanto, procura-se representar o sistema de forma mais realística. Ainda, nomeou-se o modelo não linear do sistema por Modelo real, para enfatizar que esse modelo representa a dinâmica mais próxima da realidade do sistema físico.

### 4.1 Sistemas de controle para o modelo *SISO* da planta

Para definição dos requisitos de projeto, se faz necessário a obtenção da resposta de malha aberta da planta, sem a influência de nenhum tipo de controlador.

Através da Figura 27, pode-se observar a resposta da planta ao aplicar um degrau unitário ( $1 \text{ cm}^3/\text{s}$ ) como entrada. Nota-se uma resposta de primeira ordem e lenta, visto seu tempo de resposta ser  $t_s = 3500\text{s}$ .

Figura 27 – Resposta em malha aberta do sistema 2-tanques: modelo *SISO*.

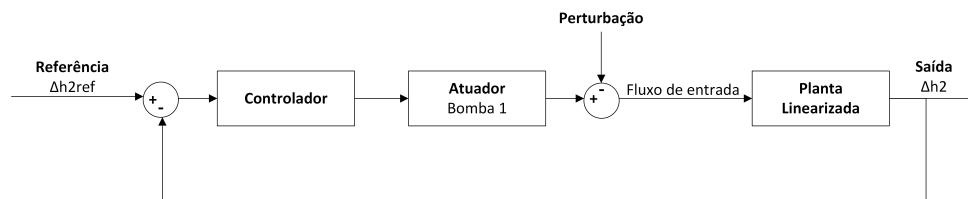
Fonte: Autor (2021).

#### 4.1.1 Controladores lineares

Os controladores lineares são aqueles para os quais, aplicam-se ferramentas de projeto baseadas em sistemas lineares. Como por exemplo, o uso da transformada de Laplace para obtenção da função de transferência para a planta.

A Figura 28 mostra o diagrama de blocos utilizado nas simulações do sistema 2-tanques, modelo *SISO* e simplificado, onde a saída controlada é a variação de nível do Tanque 2 ( $\Delta h_2$ ).  $\Delta h_{2ref}$  representa o sinal de referência e a perturbação representa uma obstrução na vazão de entrada do Tanque 1.

Para a verificação do desempenho dos controladores na planta real, modelo *SISO* e simplificado, utilizou-se o diagrama da Figura 33.

Figura 28 – Diagrama de blocos do sistema 2-tanques: modelo linearizado *SISO*.

Fonte: Autor (2021).

##### 4.1.1.1 Desempenho com modelo linearizado da planta

A seguir, são apresentados os controladores obtidos através da aplicação das metodologias clássicas de controle, indicadas no capítulo anterior.



### Simulação

Inicialmente, verifica-se os comportamentos dos controladores clássicos no controle da planta através de seus modelos linearizados e ideais, ou seja, através dos modelos mais simples. Isso porque o intuito inicial é verificar se os projetos, em teoria, atendem aos requisitos. As simulações realizadas para verificar o desempenho dos controladores seguem o seguinte *setup*:

- O sistema encontra-se inicialmente no seu ponto de operação nominal ( $W_{in10} = \frac{10}{3} \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $h_{20} = 10 \text{ cm}$  e  $h_{10} = 25 \text{ cm}$ ). No instante  $t = 0 \text{ s}$ , aplicou-se um degrau unitário ( $\Delta h_{2ref} = 1 \text{ cm}$ ) como sinal de referência, e em  $t = 10000 \text{ s}$ , foi aplicada uma perturbação na vazão de entrada, através de uma obstrução no sistema de bombeamento para o Tanque 1. Devido ao acoplamento, essa perturbação irá afetar o nível no Tanque 2. Estimou-se que essa perturbação oscila em torno do ponto de operação nominal da vazão de entrada, em um valor máximo de 20 %.

**Controlador PID: Ziegler-Nichols.** Seguindo a metodologia apresentada no capítulo anterior para o projeto do controlador por ensaio de malha aberta (Ziegler-Nichols), obtém-se a seguinte função de transferência para esse controlador:

$$C_{PID(ZN)}(s) = 2,4(1 + \frac{1}{332s} + 83s) \quad [\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}]. \quad (56)$$

### Análise

A Figura 29 mostra o resultado da simulação para o sistema sendo controlado pelo PID por ensaio de malha aberta, aplicado ao modelo simplificado e linearizado da planta.

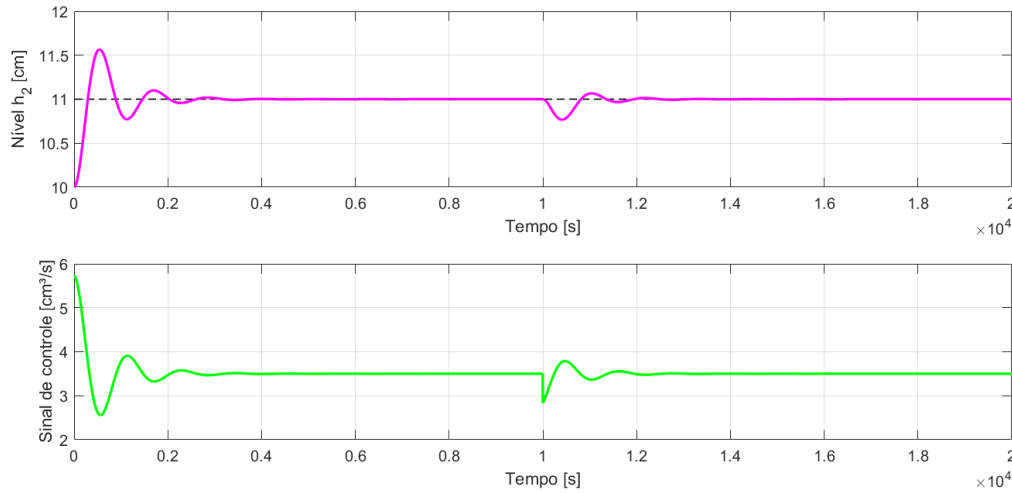
Como é possível observar, o controlador atende parcialmente aos requisitos de desempenho para o sistema, uma vez que o tempo de resposta e sobressinal não foram assegurados.

**Controlador PID: Alocação de Polos.** Aplicando a metodologia apresentada para o projeto do controlador PID por Alocação de Polos, obteve-se a seguinte estrutura:

$$C_{PID(AP)}(s) = 2,57(1 + \frac{1}{725,83s} + 296,08s) \quad [\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}]. \quad (57)$$

### Análise

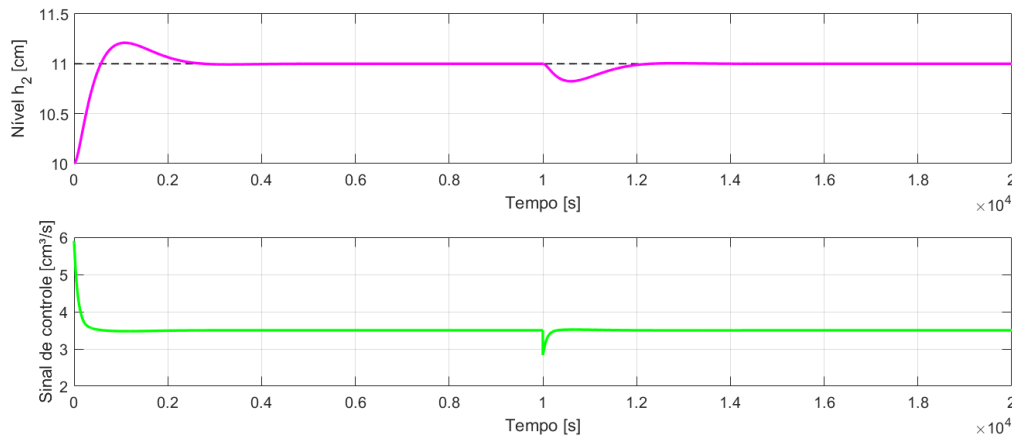
Figura 29 – Controle PID - Ziegler-Nichols.



Fonte: Autor (2021).

A Figura 30 mostra o resultado da simulação para o sistema de controle PID por Alocação de Polos, onde é possível observar que esse controlador atende parcialmente os requisitos de projeto, pois o tempo de resposta não foi garantido.

Figura 30 – Controle PID - Alocação de Polos.



Fonte: Autor (2021).

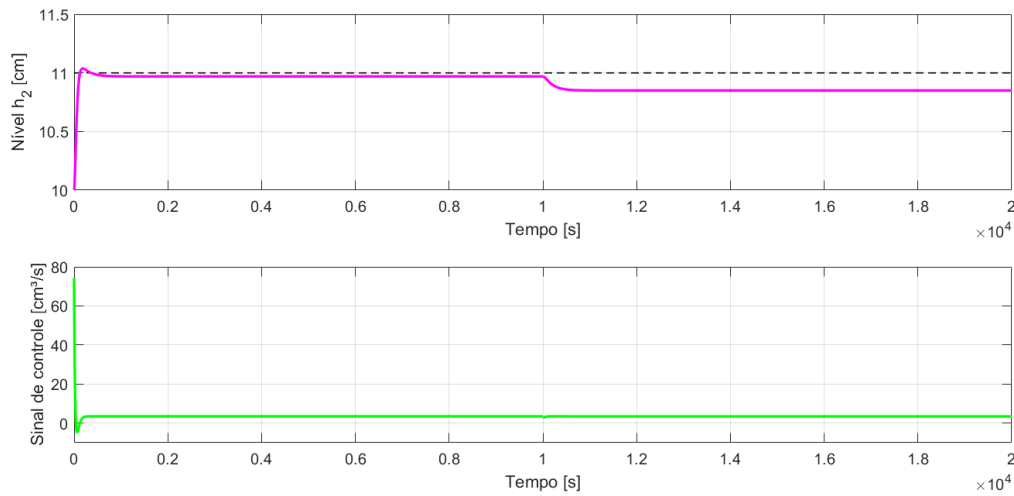
**Controlador por Avanço de Fase no domínio da frequência.** Empregando o procedimento de projeto do compensador Avanço de Fase no domínio da frequência, obteve-se a função de transferência mostrada na Equação 58.

$$C_{AVF}(s) = 5,388 \frac{1 + 201,69s}{1 + 15,3s} \quad [cm^3/s/cm]. \quad (58)$$

### Análise

A Figura 31 mostra o resultado da simulação, onde pode-se notar que tal controlador atende integralmente os requisitos de desempenho do sistema. Para isso, no entanto, o sistema exige um grande esforço de controle do controlador; como pode-se observar no gráfico abaixo.

Figura 31 – Controle por Avanço de Fase.



Fonte: Autor (2021).

**Controlador por Atraso de Fase no domínio da frequência.** Aplicando a metodologia ao projeto para esse controlador, obteve-se a função de transferência da Equação 59.

$$C_{ATF}(s) = 5,388 \frac{1 + 5181,35s}{1 + 70703,79s} \quad [\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}]. \quad (59)$$

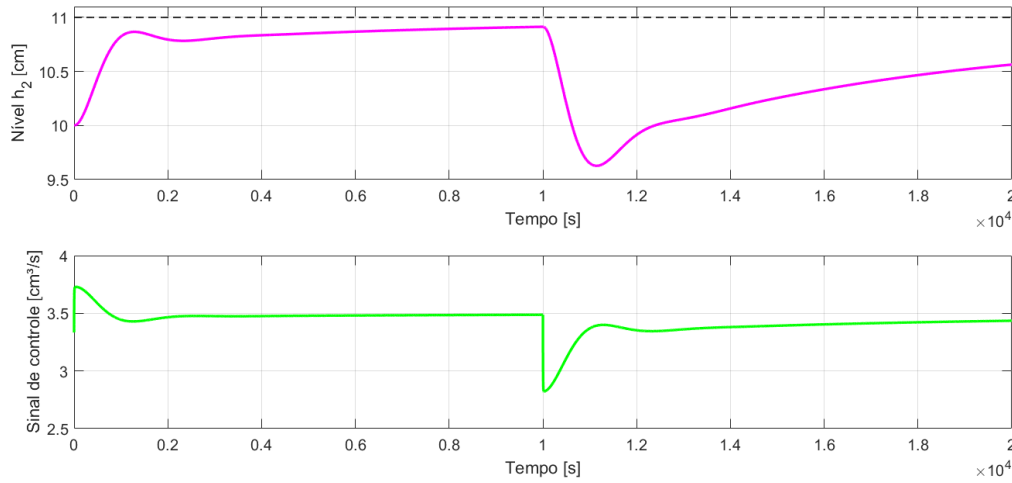
### Análise

De acordo com a Figura 32 é possível afirmar que o controlador atendeu parcialmente os requisitos de projeto. Observa-se que o tempo de resposta e a variação na saída devido à perturbação, são muito superiores se comparado aos requisitos de projeto.

#### 4.1.1.2 Desempenho com modelo real da planta

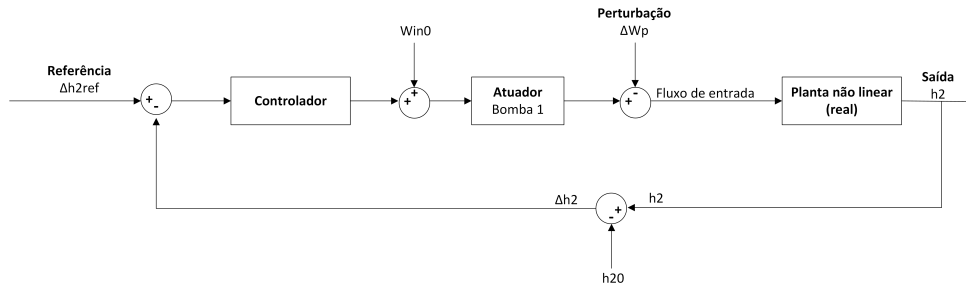
Com o objetivo de investigar os desempenhos dos controladores lineares supracitados no controle da planta, através de seu modelo não linear (ou real), apresenta-se a

Figura 32 – Controle por Atraso de Fase.



Fonte: Autor (2021).

seguir os resultados das simulações para tal. Para isso, utilizou-se o diagrama de blocos indicado na Figura 33.

Figura 33 – Diagrama de blocos do sistema 2-tanques: modelo real *SISO*.

Fonte: Autor (2021).

O modelo do atuador (Bomba 1) é apresentado na Equação 60, o qual representa um sistema de primeira ordem com constante de tempo de 3 segundos.

$$A(s) = \frac{1}{1 + 3s} \quad (60)$$

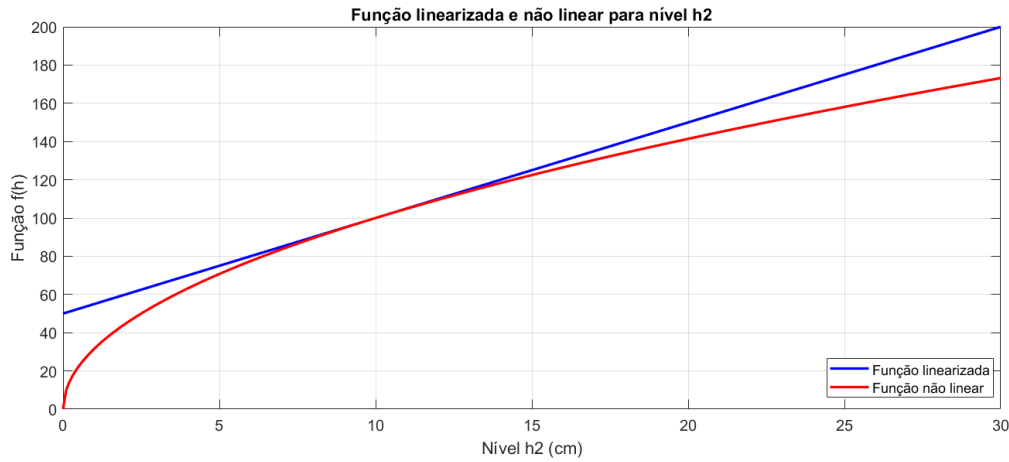
### Simulação

Com o intuito de verificar o desempenho de controladores clássicos projetados através de técnicas para sistemas lineares, controlando uma planta não linear, escolheu-se para isso dois dos controladores anteriormente apresentados. Um deles é o controlador Avanço de fase, o qual obteve o melhor desempenho considerando os requisitos de projeto;

e o controlador PID por Alocação de Polos, o qual possui o melhor desempenho dentre os proporcionais-integrais-derivativos.

O objetivo é investigar o desempenho dos controladores quando o sistema opera em regiões próximas e distantes do ponto no qual a planta foi linearizada. Para tal, se impôs diferentes *setpoints* para o sistema. Isso porque, de acordo com a Figura 34, existe um limite de  $\pm 1\text{cm}$  para o qual a função linearizada representa fidedignamente a função não linear  $f(h) = \sqrt{\rho gh}$ .

Figura 34 – Comparação entre a função linearizada e não linear, no ponto  $h_{20} = 10\text{ cm}$ .



Fonte: Autor (2021).

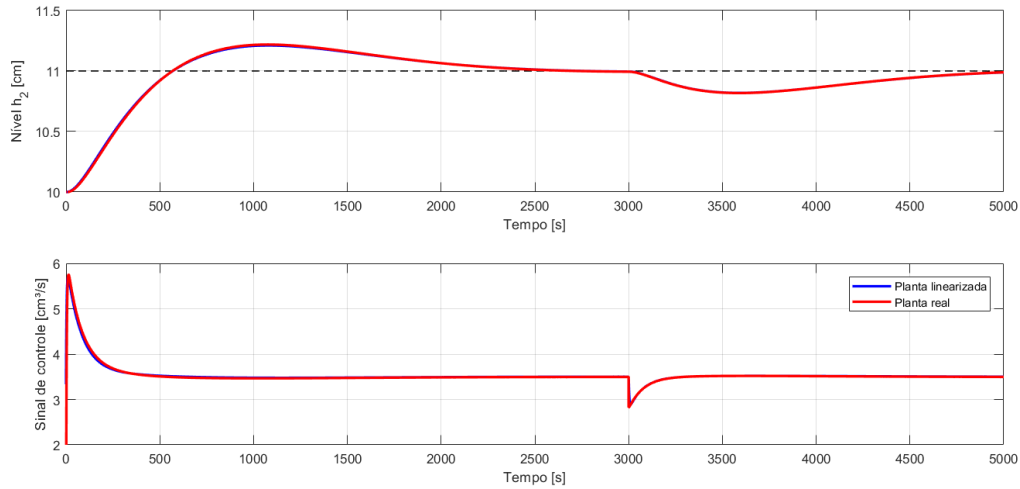
As simulações realizadas para verificar o desempenho dos controladores na planta real seguem o seguinte *setup*:

- Inicialmente se impôs *setpoint* próximo do nível nominal ( $h_{20} = 10\text{cm}$ ) para os modelos completo linearizado e completo real da planta. Em seguida, um *setpoint* distante do ponto nominal ( $h_{20} = 15\text{cm}$ ) foi aplicado nos modelos. Para ambos os casos, aplicou-se em  $t = 3000\text{s}$  uma perturbação que representa a obstrução de 20% da vazão nominal da bomba. O diagrama de blocos empregado nessas simulações é mostrado na Figura 33.

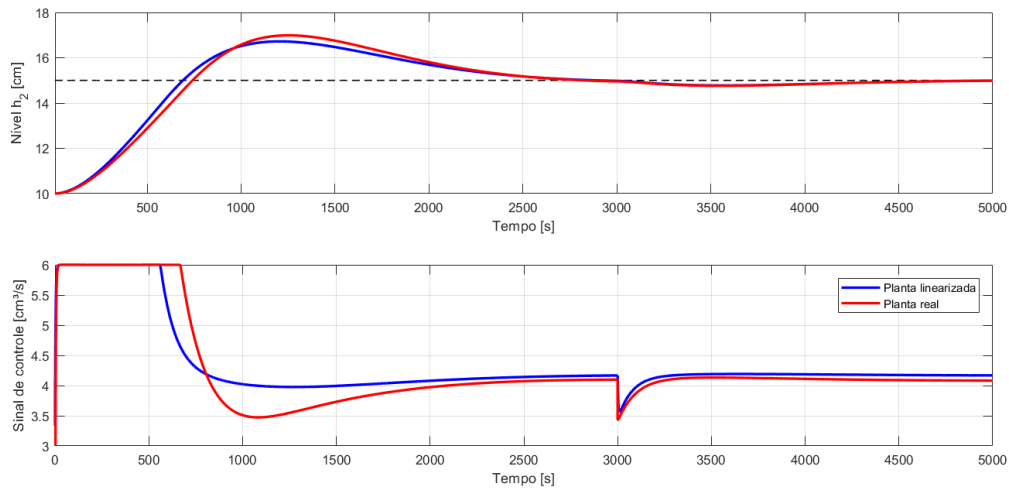
#### Controlador PID: Alocação de Polos.

As Figuras 35 e 36 apresentam os resultados das simulações para esse controlador. Primeiramente, nota-se que esse controlador é capaz de controlar a planta real, para diferentes *setpoints*. Percebe-se ainda, que o modelo linearizado apresentou comportamento diferente do modelo real, especialmente no sinal de controle. Isso significa que o modelo linear obtido não representa realmente a planta física, em pontos mais distantes do nominal.

#### Controlador por Avanço de Fase.

Figura 35 – Controle PID - Alocação de Polos: *setpoint* próximo ao ponto de linearização.

Fonte: Autor (2021).

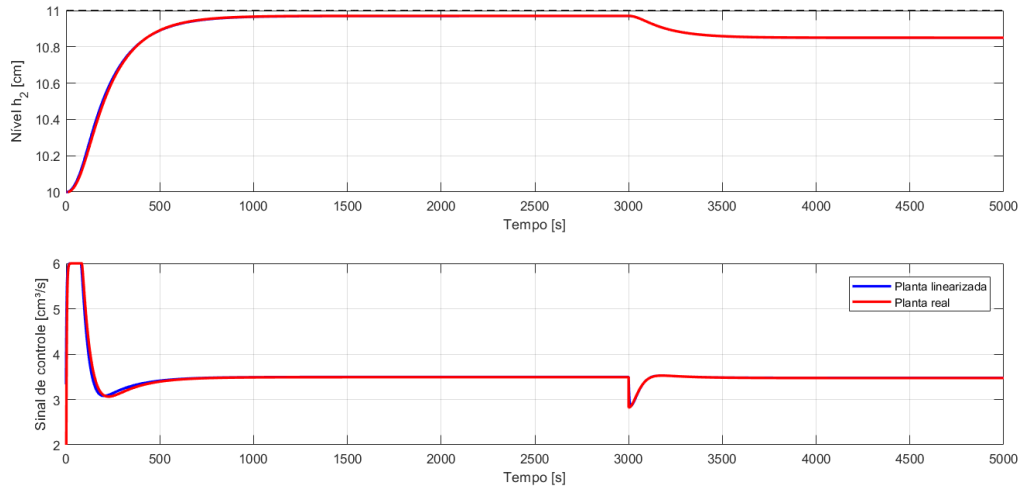
Figura 36 – Controle PID - Alocação de Polos: *setpoint* distante do ponto de linearização.

Fonte: Autor (2021).

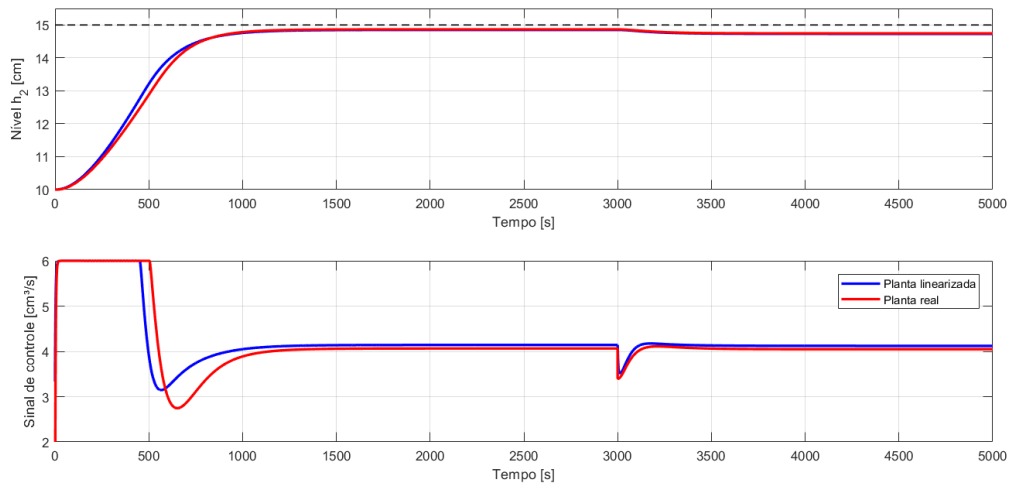
As Figuras 37 e 38 apresentam os resultados das simulações para esse controlador. Novamente percebe-se que esse controlador pode controlar a planta real para diferentes *setpoints*. O atendimento aos requisitos de desempenho serão apresentados e discutidos posteriormente.

#### 4.1.2 Controladores não lineares

Para o modelo *SISO* do sistema 2-tanques, projetou-se como controlador não linear o *Fuzzy* tipo *PD*. O diagrama de blocos utilizado para as simulações nessa seção é o mesmo apresentado na Figura 33.

Figura 37 – Controle por Avanço de Fase: *setpoint* próximo do ponto de linearização.

Fonte: Autor (2021).

Figura 38 – Controle por Avanço de Fase: *setpoint* distante do ponto de linearização.

Fonte: Autor (2021).

### Controlador *Fuzzy* PD.

Por meio da metodologia apresentada no capítulo anterior, ajustou-se o controlador *Fuzzy* do tipo PD. Os detalhes do projeto se encontram no Apêndice A.

#### 4.1.2.1 Desempenho com modelo simplificado da planta

##### Simulação

Para as simulações seguintes, já se procurou apresentar nos mesmos gráficos os

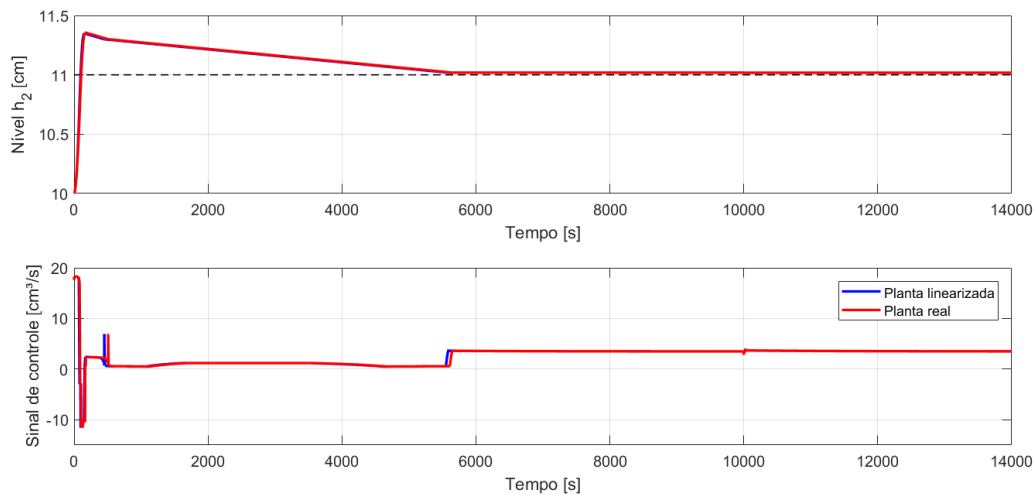
resultados obtidos com os modelos linear e não linear da planta. Contudo, variando entre modelo simplificado e completo. Para avaliar o desempenho do controle aplicado ao modelo simplificado da planta, utilizou-se o seguinte *setup*:

- O sistema encontra-se inicialmente em seu ponto de operação nominal ( $W_{in10} = \frac{10}{3} \text{ cm}^3/\text{s}$ ,  $h_{20} = 10\text{cm}$  e  $h_{10} = 25\text{cm}$ ). No instante  $t = 0\text{s}$ , aplicou-se um degrau unitário como referência e em  $t = 1000\text{s}$  foi aplicada uma perturbação de 20 % na vazão nominal de saída da bomba 1, o que representa  $0,667 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ .

### Análise

A Figura 39 mostra a simulação com a configuração descrita acima.

Figura 39 – Controlador *Fuzzy* PD: modelo simplificado.



Fonte: Autor (2021).

No modelo simplificado da planta, a mesma não possui o modelo da bomba, tampouco as suas condições de saturação. Percebe-se através da Figura 39, que nesse caso, o controlador atuou de forma a retirar fluido do tanque para garantir o erro projetado. Observa-se que mesmo com vazão negativa na bomba, o sistema tem um tempo de resposta acima do requisito de projeto.

#### 4.1.2.2 Desempenho com modelo completo da planta

##### Simulação

Lembrando, o modelo completo acrescenta uma modelagem para o atuador do sistema de controle. Assim, esse modelo procura se aproximar mais da realidade física que ocorre na prática. Nesse caso, o desempenho do controlador foi analisado através do



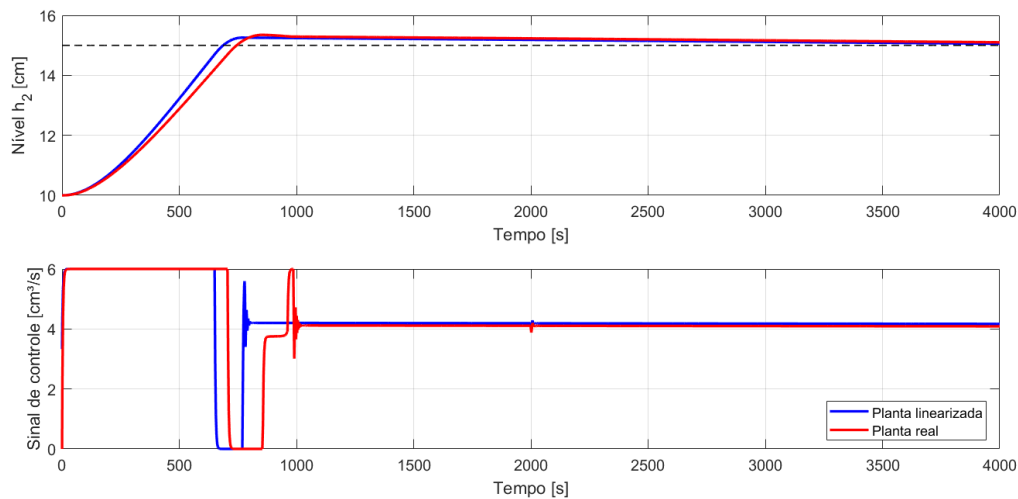
seguinte *setup*:

- O sistema permanece em repouso com as mesmas condições de operação nominal descritas para o modelo simplificado. Em  $t = 0$  s, aplicou-se um degrau de  $\Delta h_{2ref} = 5$  cm como referência. Além disso, em  $t = 2000$  s é aplicada uma perturbação de 20 % na vazão nominal de saída da Bomba 1.

### Análise

As Figuras 40 e 41 apresentam os resultados da simulação para o sistema de controle *Fuzzy* do tipo PD, usando os modelos completo, linearizado e real. Percebe-se através da Figura 41 que, por suas características preditivas, o *Fuzzy* PD apresenta variação nula na saída devido à perturbação.

Figura 40 – Controlador *Fuzzy* PD: modelo linearizado e real.



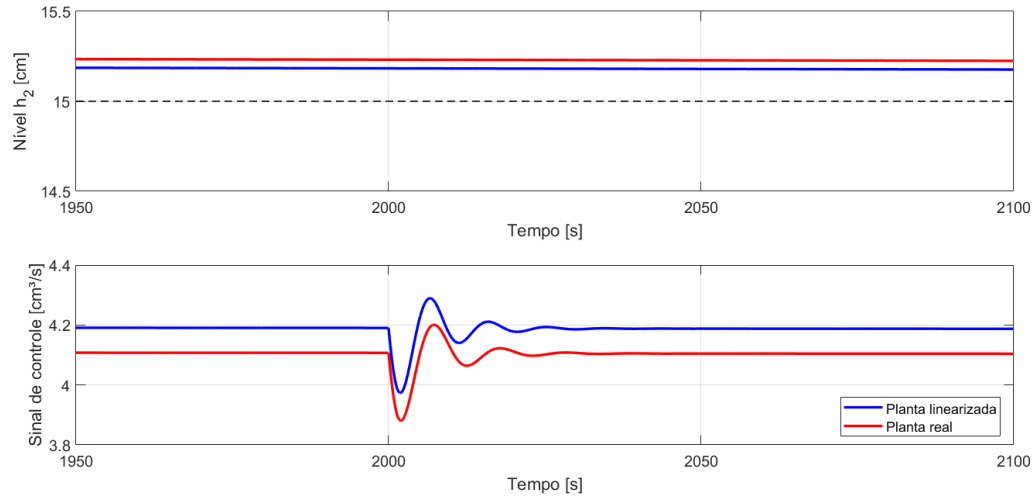
Fonte: Autor (2021).

Com o intuito de comparar as respostas dos controles PID - Alocação de Polos e *Fuzzy*, pode-se observar as Figuras 35, 40, e ainda, Figura 42.

A simulação que foi realizada para essa comparação possui a seguinte configuração:

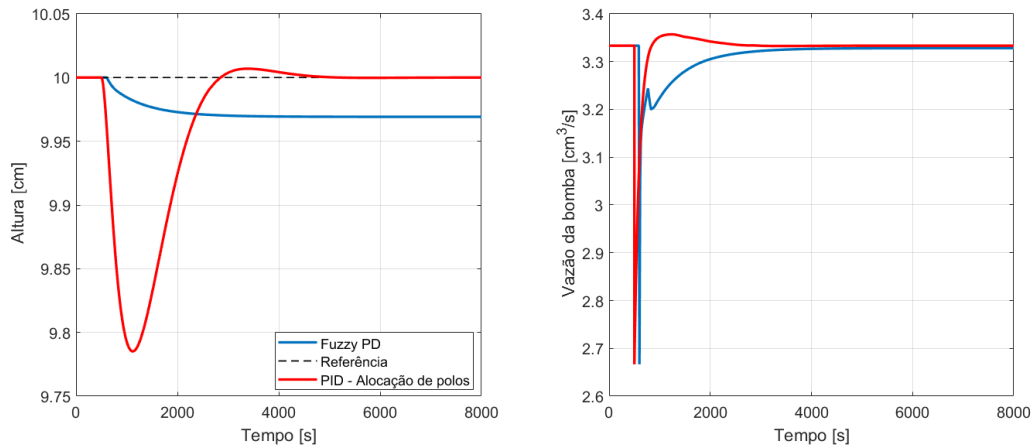
- Utilizando o modelo completo e real da planta, manteve-se o Tanque 2 em seu ponto de operação nominal  $h_2 = 10$  cm até o instante  $t = 500$  s e então, aplicado uma perturbação de 20 % na vazão do Tanque 1.

É possível notar que os dois métodos de controle apresentaram desempenho satisfatórios na rejeição à perturbação, e todos os requisitos de projetos foram atendidos. Entretanto, percebe-se que o controlador *fuzzy* PD se mostra mais robusto na rejeição à

Figura 41 – Detalhe da perturbação no sistema com controlador *Fuzzy PD*.

Fonte: Autor (2021).

perturbações.

Figura 42 – Comparativo dos desempenhos dos controladores *Fuzzy PD* e PID (Alocação de polos) na rejeição à perturbação.

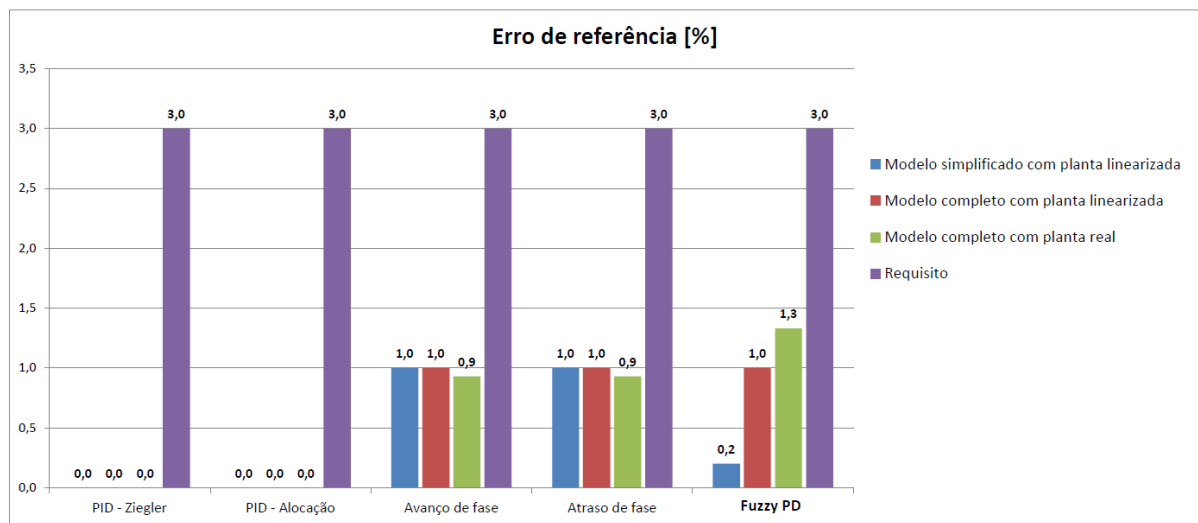
Fonte: Autor (2021).

### 4.1.3 Critérios de análise de desempenho

Para quantificar o desempenho dos controladores abordados até aqui, a saber: controladores clássicos da literatura e o controlador *Fuzzy PD* proposto, o autor analisou em relação aos requisitos de desempenho, os seguintes parâmetros: erro de referência; sobressinal; tempo de resposta; e variação máxima na saída devido à perturbação.

As simulações foram realizadas usando o seguinte *setup*:

- Manteve-se o sistema inicialmente em repouso no ponto de operação nominal. Em  $t = 0$  s aplica-se um degrau de 5 cm de referência. Em  $t = 10000$  s aplica-se uma perturbação de 20 % na vazão do Tanque 1. Além disso, foram utilizados os seguintes modelos da planta:
  - Modelo linearizado simplificado;
  - Modelo linearizado completo;
  - Modelo real completo.

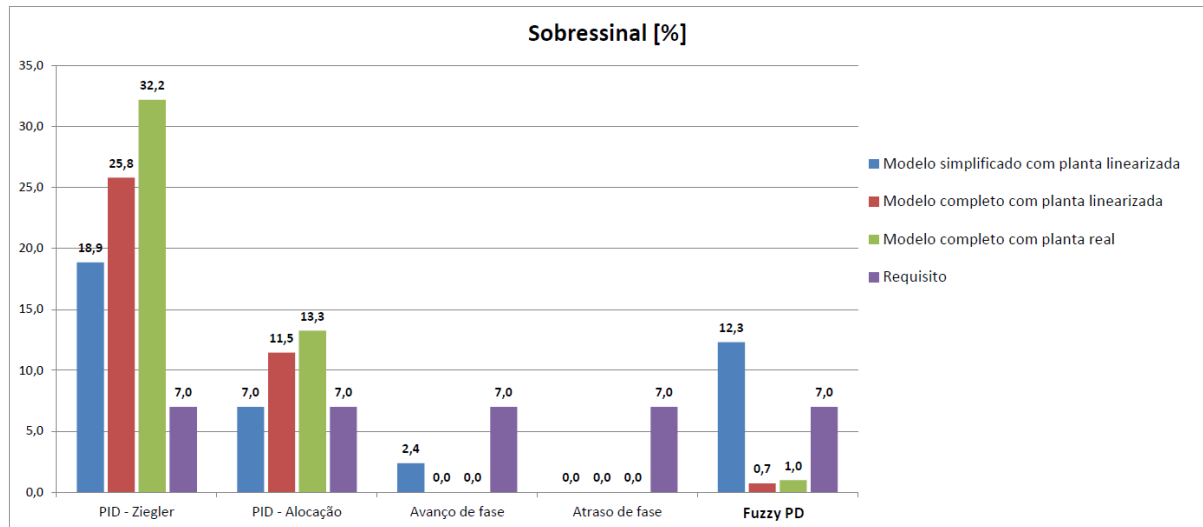
Figura 43 – Erro de referência: sistema *SISO*.

Fonte: Autor (2021).

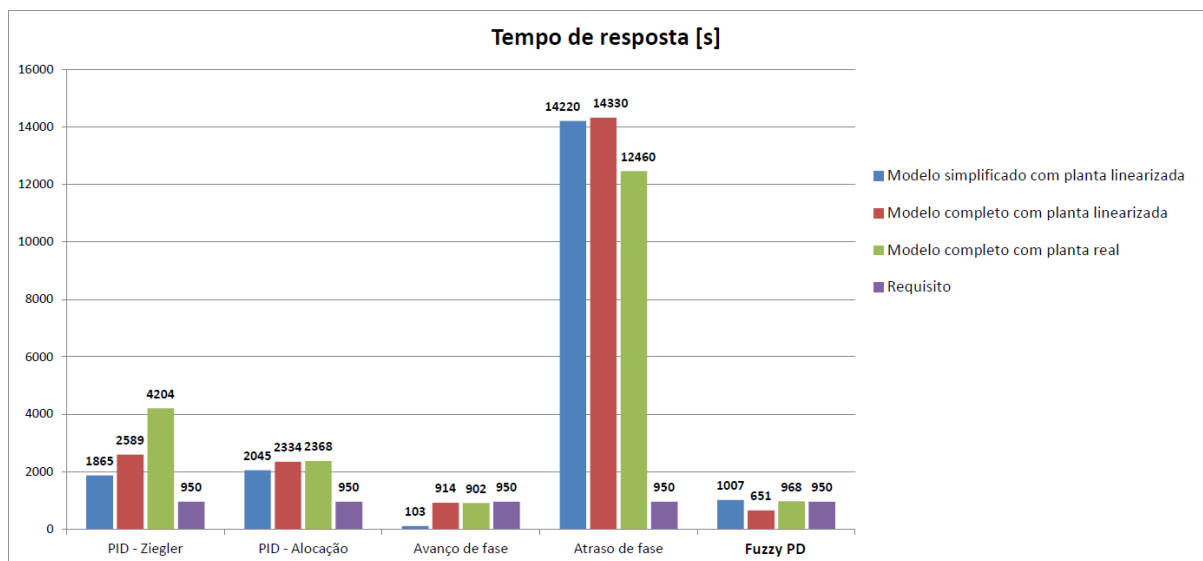
Foram utilizados três modelos da planta com o intuito de compreender as diferenças quantitativas que surgem entre eles na verificação dos desempenhos dos controladores. Com isso, se pode ter uma compreensão, por exemplo, do impacto de se inserir o modelo proposto para a bomba e sua capacidade máxima de trabalho. E ainda, compreender se o modelo linear da planta possui comportamento próximo ao do modelo real, no sistema de controle.

Relembrando, o requisito para erro de referência é de 3,0 %. Na Figura 43 destacam-se os controladores PID, que de maneira previsível apresentam erro nulo a uma entrada degrau, e o controlador *Fuzzy PD*, que apesar de não possuir erro nulo, conta com uma resposta satisfatória em todos os modelos da planta.

Para o parâmetro de sobressinal, o valor limite definido pelo projetista foi de 7 %. De acordo com a Figura 44, pode-se observar que apenas os controladores por Avanço de Fase e Atraso de Fase apresentam resultados que cumprem ao requisito, considerando todos os modelos da planta. Já o controlador *Fuzzy PD*, desconsiderando o modelo simplificado com planta linearizada, atende ao requisito. Isso acontece pois o modelo simplificado é afetado pela inércia do sistema.

Figura 44 – Sobressinal: sistema *SISO*.

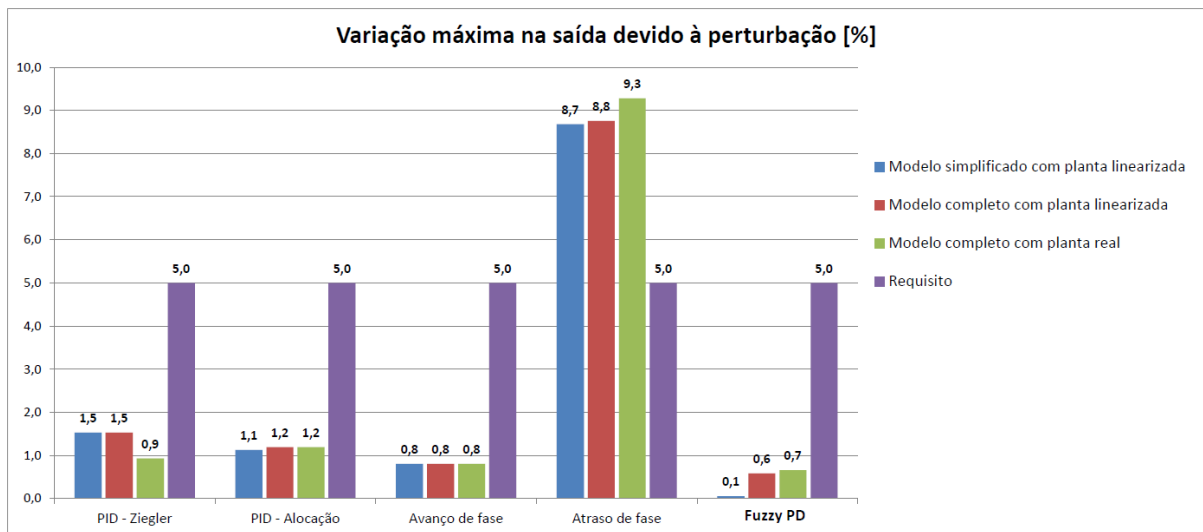
Fonte: Autor (2021).

Figura 45 – Tempo de resposta: sistema *SISO*.

Fonte: Autor (2021).

O tempo de resposta dos sistemas de controle, limitado a um terço do tempo de reposta em malha aberta ( $t_s = 950$  s) com tolerância de  $\pm 2\%$ , são demonstrados na Figura 45. É possível observar que apenas o controlador por Avanço de Fase e *Fuzzy PD* atendem totalmente e parcialmente ao requisito, respectivamente.

Por fim, a variação máxima na saída devido à perturbação é evidenciado pela Figura 46. Nota-se que apenas o controlador por Atraso de Fase apresenta valores fora do requisito.

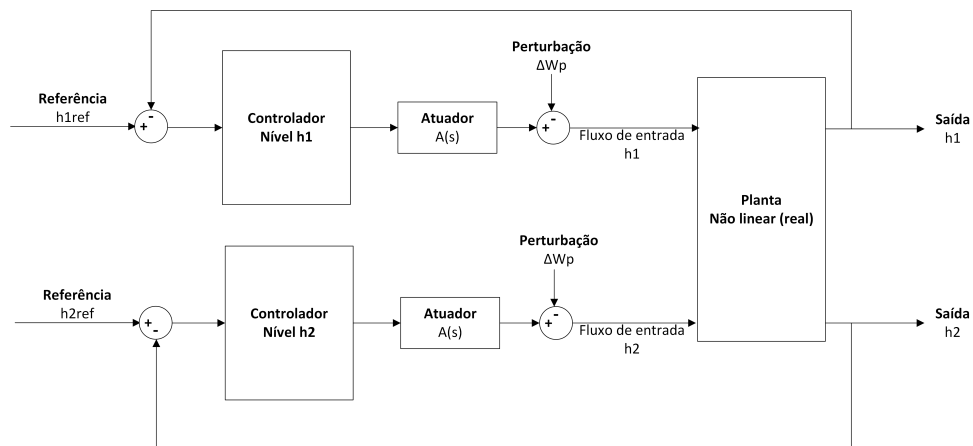
Figura 46 – Variação na saída devido à perturbação: sistema *SISO*.

Fonte: Autor (2021).

## 4.2 Sistemas de controle para o modelo *MIMO* da planta

Nessa seção serão apresentados os resultados sobre as técnicas de controle, considerando o sistema 2-tanques como um sistema *MIMO*. Deve-se lembrar que agora as saídas do sistema são os níveis nos Tanques 1 e 2, e as entradas são as vazões das Bombas 1 e 2; conforme Figura 17.

Os controladores aqui abordados são descentralizados, conforme ilustrado no diagrama de blocos na Figura 47. O sistema trabalha como se as malhas de controle fossem independentes. Não há comunicação entre os controladores, e cada um recebe informação da saída da sua malha apenas.

Figura 47 – Sistema *MIMO* com controladores descentralizados.

Fonte: Autor (2021).

### 4.2.1 Controladores lineares

A seguir, apresenta-se o controlador PI proposto utilizando desacoplamento de modelo, conforme explicado no capítulo anterior.

#### Controlador PI.

Seguindo a metodologia apresentada na Seção 3.2.2, foi possível projetar os controladores do tipo PI, apresentados abaixo. Para o controle do nível  $h_1$ , que possui associado a função de transferência dada por

$$G_{11} = \frac{0,01s + 0,0000166666666667}{s^2 + 0,004023689270622s + 0,000003928371007}, \quad (61)$$

o controlador obtido foi

$$C_{PI_{h_1}}(s) = \frac{4 + 1697s}{424,3s} \quad [cm^3/s/cm]. \quad (62)$$

E para o controle do nível  $h_2$ , que possui associado a função de transferência dada por

$$G_{22} = \frac{0,01s + 0,000023570226040}{s^2 + 0,004023689270622s + 0,000003928371007}, \quad (63)$$

o controlador obtido foi

$$C_{PI_{h_2}}(s) = \frac{4 + 2400s}{600s} \quad [cm^3/s/cm]. \quad (64)$$

#### Simulação

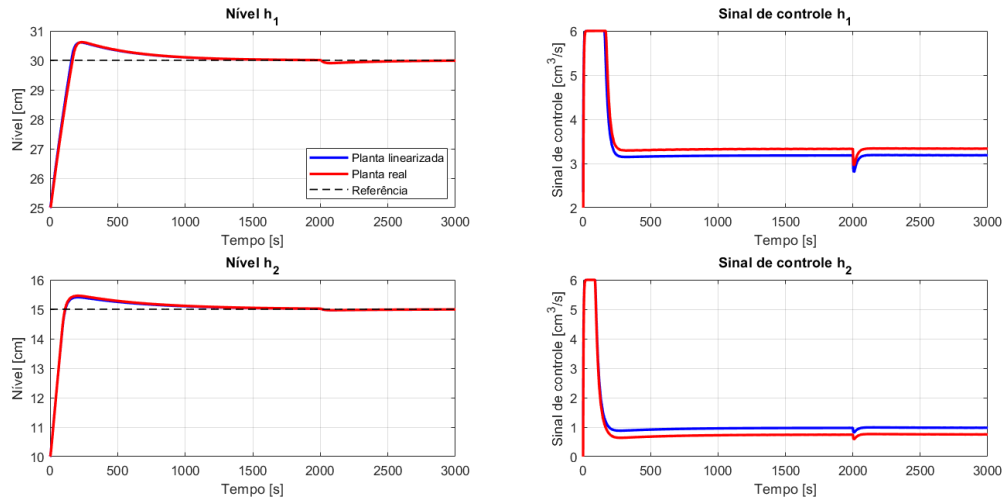
Inicialmente foi executada a simulação com referência distante do seu ponto de operação nominal, tanto para o nível  $h_1$  quanto para  $h_2$ . Para esses casos, o autor utilizou a seguinte configuração:

- O sistema permaneceu em repouso (operação nominal) até o instante  $t = 0$  s, quando foi aplicado o degrau de referência  $\Delta h_{1ref} = \Delta h_{2ref} = 5$  cm. No instante  $t = 2000$  s foram inseridas perturbações em ambos os tanques a fim de representar uma obstrução na entrada de fluido de ambos, ainda que a possibilidade desse evento acontecer simultaneamente seja baixa. Nesse caso também foi presumido que a perturbação oscile em torno do ponto de operação da vazão de entrada de cada tanque em um valor limite de 20%. Relembrando,  $W_{in10} = 2.3570$  cm<sup>3</sup>/s e  $W_{in20} = 0.9763$  cm<sup>3</sup>/s. O modelo completo foi utilizado tanto na planta linearizada quanto real.

#### Análise

A Figura 48 mostra a simulação descrita acima. É possível observar que esse controlador atende aos requisitos de projeto, apesar de possuir um pequeno sobressinal. Esse controlador destaca-se por apresentar erro nulo à referência em regime permanente.

Figura 48 – Controlador PI: modelo *MIMO*.



Fonte: Autor (2021).

### Simulação

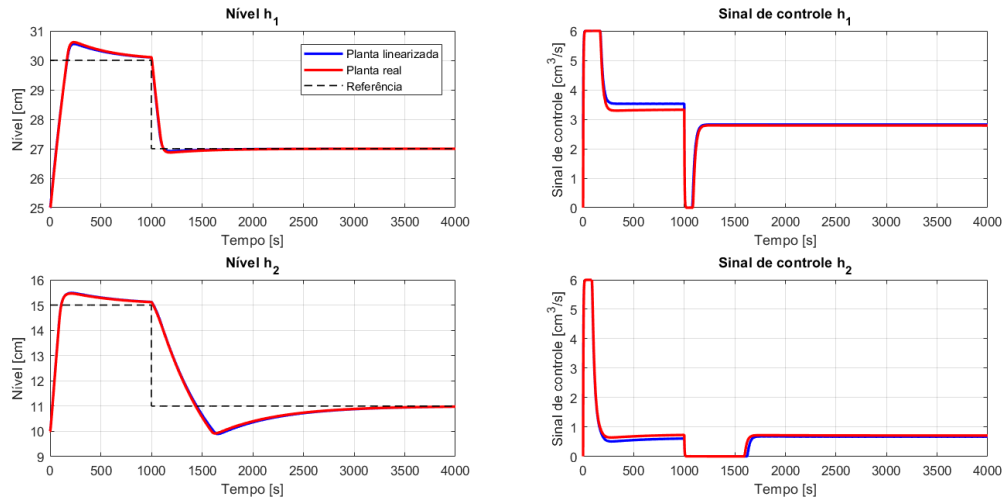
Com o intuito de analisar o comportamento e características da planta, desenvolveu-se simulações para três situações distintas: (1) referência com degrau negativo para  $h_1$  e  $h_2$ ; (2) degrau positivo para  $h_1$  e negativo para  $h_2$ ; (3) e com adição de ruído na medição. As simulações são descritas abaixo:

1. O sistema permanece em operação nominal, até que em  $t = 0$  s são aplicadas as referências  $\Delta h_{1ref} = \Delta h_{2ref} = 5$  cm. Em  $t = 1000$  s, as referências são alteradas para  $\Delta h_{1ref} = -3$  cm e  $\Delta h_{2ref} = -4$  cm. Em todas as quatro simulações, o modelo completo é utilizado sem nenhuma perturbação;
2. O sistema permanece em operação nominal até que em  $t = 0$  s são aplicadas as referências  $\Delta h_{1ref} = 2$  cm e  $\Delta h_{2ref} = 5$  cm. Em  $t = 1000$  s, as referências são alteradas para  $\Delta h_{1ref} = 3$  cm e  $\Delta h_{2ref} = -4$  cm;
3. O sistema permanece em operação nominal até que em  $t = 0$  s é aplicado uma perturbação suficientemente grande para causar uma variação de 30 % no sinal de controle. O modelo da bomba teve que ser desconsiderado, uma vez que a rigor, se trata de um filtro passa baixa. Deixá-lo na simulação resultaria em um filtro que na prática não existe.

As simulações com referências negativas foram realizadas a fim de analisar o desempenho e limitações de dinâmica do sistema devido ao acoplamento.

Primeiramente foi analisado a resposta para referências negativas em ambos os níveis (descrito no item 1), conforme mostra a Figura 49.

Figura 49 – Controlador PI: simulação item (1)



Fonte: Autor (2021).

Pode-se notar através da Figura 49 que o controlador PI é capaz de assegurar os requisitos de projeto.

Os resultados obtidos na simulação descrita no item (2) aparecem na Figura 50, onde é possível observar que o controlador PI não é capaz de assegurar todos os requisitos de desempenho. No entanto, a operação do sistema descrita no item (2) representa a situação mais crítica em termos de controle do sistema 2-tanques. Isso porque, a saída de fluido no Tanque 2 ocorre por ação da gravidade apenas, situação essa que não favorece no tempo de resposta. Caso a Bomba 2 possuísse a funcionalidade de reversão, então o controlador poderia acelerar a resposta, enviando sinal para a Bomba 2 retirar fluido do sistema.

Com o intuito de verificar a robustez do controle em uma situação prática, realizou-se simulação admitindo perturbações na forma de ruído nos medidores dos níveis  $h_1$  e  $h_2$ , de acordo com item (3) de descrições de simulações.

É notável através da Figura 51 que mesmo com os ruídos nos medidores, não há variações significativas nas saídas do sistema. No entanto, pode-se notar que os esforços de controles exigiriam ações mais rápidas de correção das bombas.

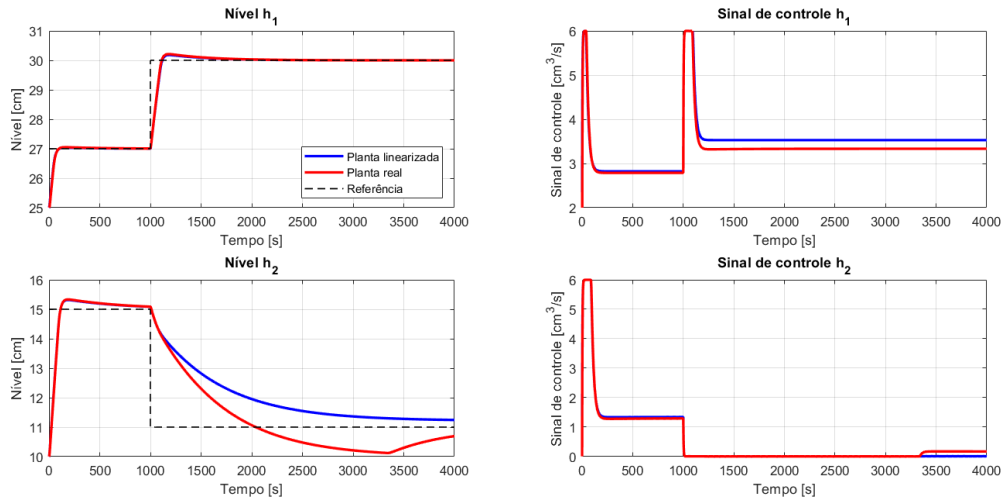
#### 4.2.2 Controladores não lineares

Nessa seção serão apresentados os resultados obtidos para as propostas de controladores *Fuzzy* tipo P e PD.

##### Controlador *Fuzzy* P.

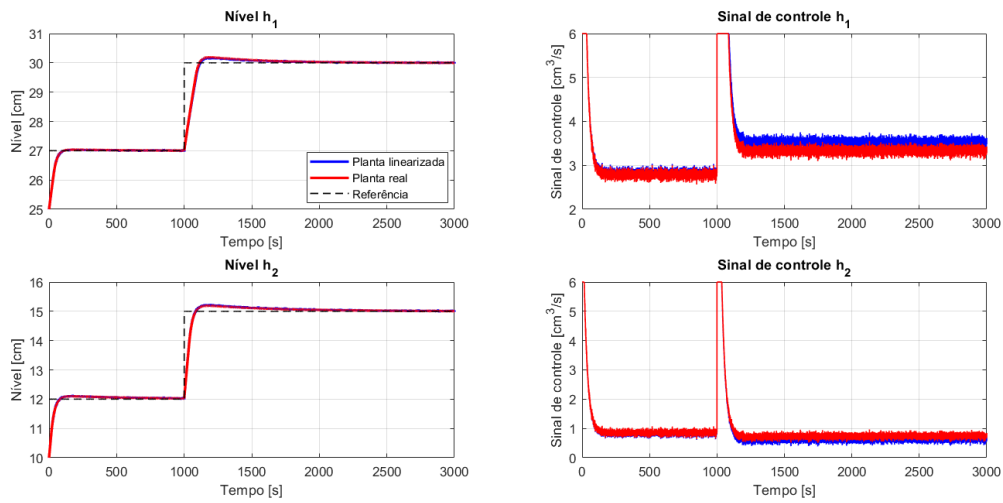


Figura 50 – Controlador PI: simulação item (2).



Fonte: Autor (2021).

Figura 51 – Controlador PI: simulação item (3).



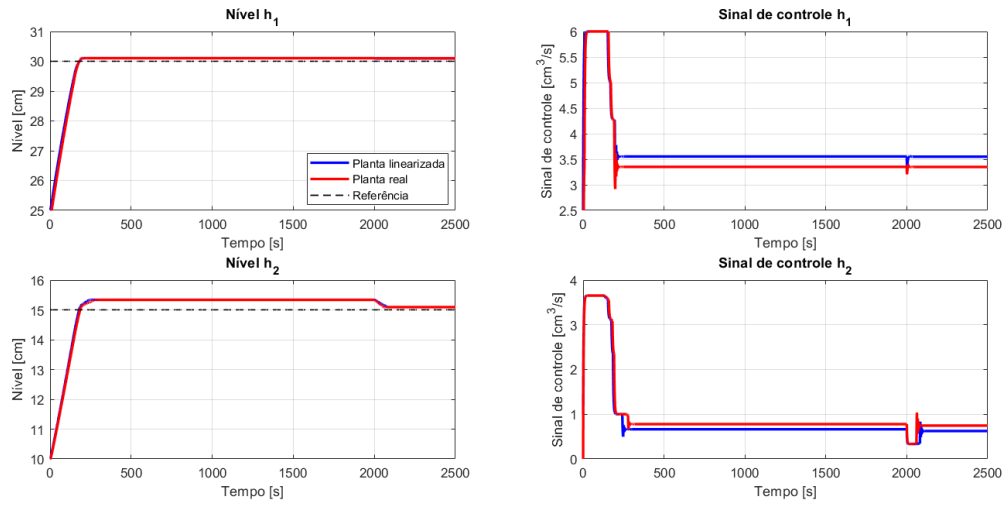
Fonte: Autor (2021).

Seguindo a metodologia aplicada na Seção 3.2.1, o autor projetou o controlador do tipo *Fuzzy P*, sendo que os detalhes do projeto se encontram no Apêndice C.

### Simulação

Para o controlador *Fuzzy* do tipo P, o seguinte *setup* de simulação foi utilizado:

- O sistema permanece em repouso, até que em  $t = 0$  s é aplicado o degrau de referência  $\Delta h_{1ref} = \Delta h_{2ref} = 5$  cm. No instante  $t = 2000$  s foram inseridas perturbações de 20 % na vazão de entrada em ambos os tanques. O modelo completo foi utilizado tanto na planta linearizada quanto na real.

Figura 52 – Controlador *Fuzzy* P: modelo *MIMO*.

Fonte: Autor (2021).

A Figura 52 mostra o desempenho do controlador *Fuzzy* P proposto para o controle do sistema 2-tanques, caso *MIMO*. Interessante notar que o nível  $h_1$  não sofreu impacto das perturbações nas bombas. Os critérios de análise de desempenho apresentados mais adiante, mostram que esse controlador atendeu aos requisitos de projeto.

### Controlador *Fuzzy* PD.

Seguindo a metodologia aplicada na Seção 3.2.1, o autor projetou o controlador do tipo *Fuzzy* PD.

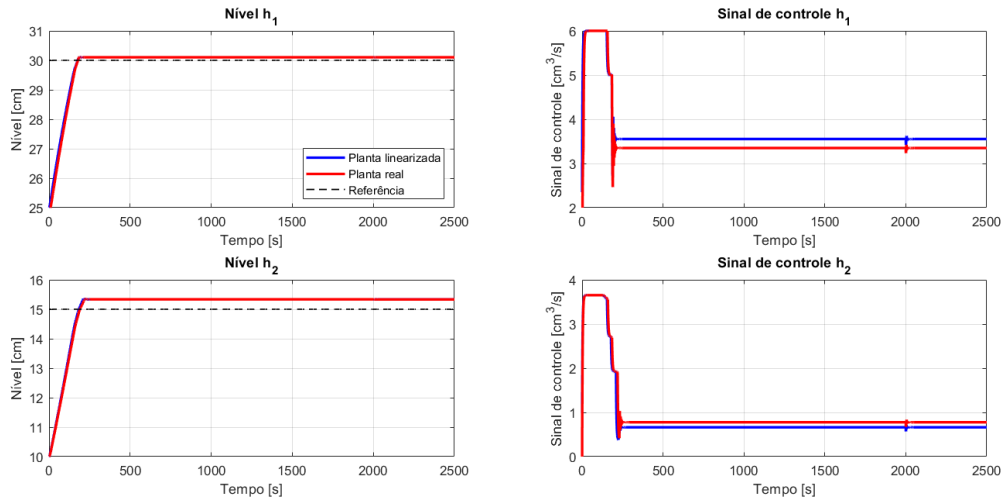
### Simulação

Para verificar o desempenho do controlador proposto *Fuzzy* PD, foram realizadas as mesmas simulações descritas nos itens (1), (2) e (3), propostas para o controlador PI, e com o mesmo *setup*.

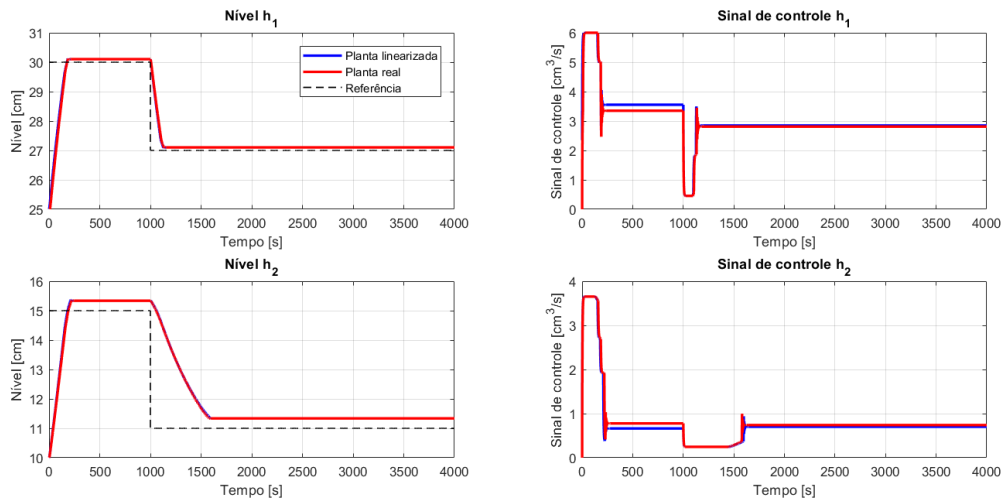
### Análise

A Figura 53 mostra o resultado da simulação para sinais de referências positivas. É observado que o controlador *Fuzzy* do tipo PD é menos suscetível à perturbação, se comparado ao tipo P, devido às suas propriedades preditivas.

Conforme pode-se notar através das Figuras 54, 55 e 56, os desempenhos dos controladores propostos PI e *Fuzzy* PD são qualitativamente semelhantes. Na próxima seção, são apresentados os critérios de análise de desempenho para os controladores do

Figura 53 – Controlador *Fuzzy* PD: sistema *MIMO*.

Fonte: Autor (2021).

Figura 54 – Controlador *Fuzzy* PD: simulação item (1).

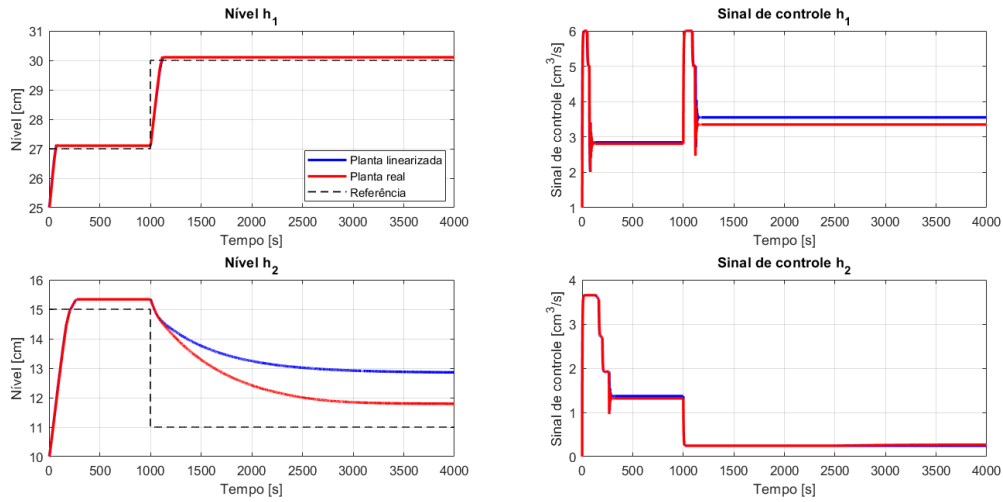
Fonte: Autor (2021).

sistema 2-tanques *MIMO*, onde verifica-se que o *Fuzzy* PD obteve os melhores resultados entre ambos os controladores.

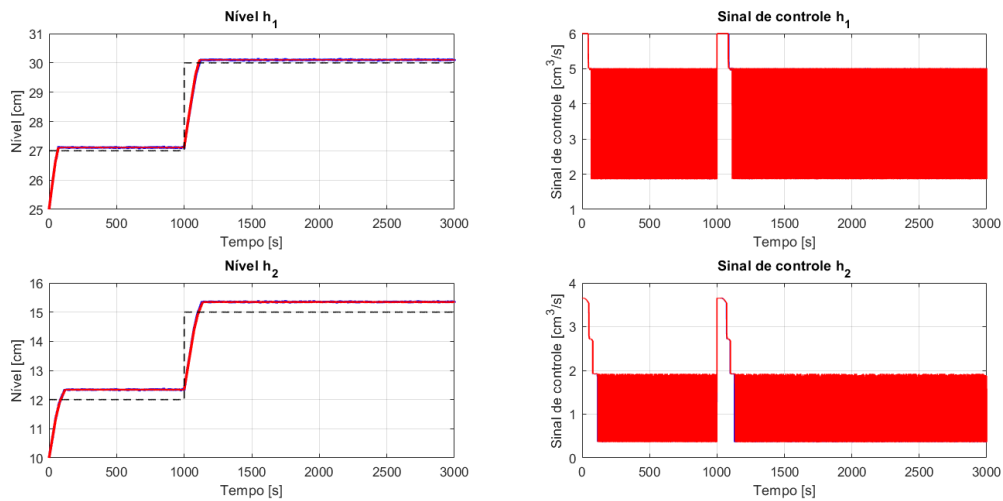
#### 4.2.3 Critérios de análise de desempenho

Com o objetivo de avaliar o desempenho dos sistemas de controle *MIMO*, avaliou-se as seguintes características: erro de referência; sobressinal; tempo de resposta; e variação máxima na saída devido à perturbação.

As simulações foram realizadas usando o seguinte *setup*:

Figura 55 – Controlador *Fuzzy* PD: simulação item (2).

Fonte: Autor (2021).

Figura 56 – Controlador *Fuzzy* PD: simulação item (3).

Fonte: Autor (2021).

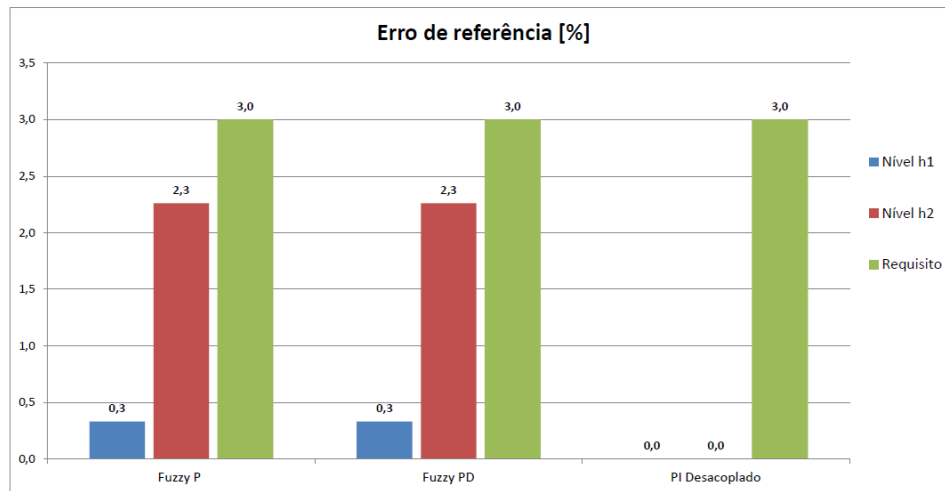
- Manteve-se o sistema inicialmente em repouso no ponto de operação nominal. Em  $t = 0$  s aplica-se um degrau de 5 cm de referência para os níveis  $h_1$  e  $h_2$ . Em  $t = 2000$  s aplica-se uma perturbação de 20 % na vazão dos Tanques 1 e 2. Além disso, foi utilizado o modelo real e completo da planta.

Para o erro de referência, definido em 7,0 %, a Figura 57 mostra que todos os controladores são satisfatórios, porém destaca-se o PI pela sua característica de apresentar erro nulo ao degrau de entrada.

O erro desempenha uma função muito importante em sistemas de controle, pois ele representa o sinal de entrada dos controladores. Portanto, tais controladores utilizam o

senal de erro para realizar suas ações de controle.

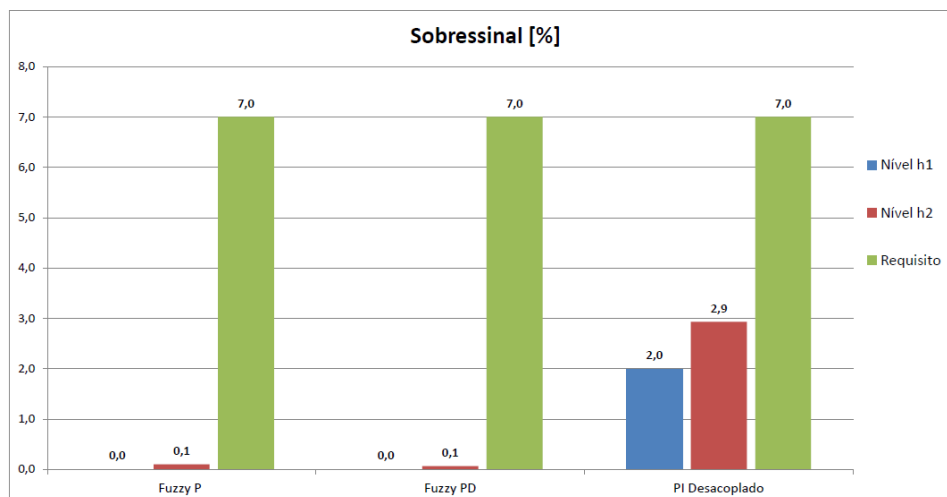
Figura 57 – Erro de referência: sistema *MIMO*.



Fonte: Autor (2021).

Quanto ao sobressinal, de mesma foma todos os controladores ficaram dentro dos requisitos, mas ressalta-se os controladores *Fuzzy P* e *PD*, que apresentaram sobressinal praticamente nulo.

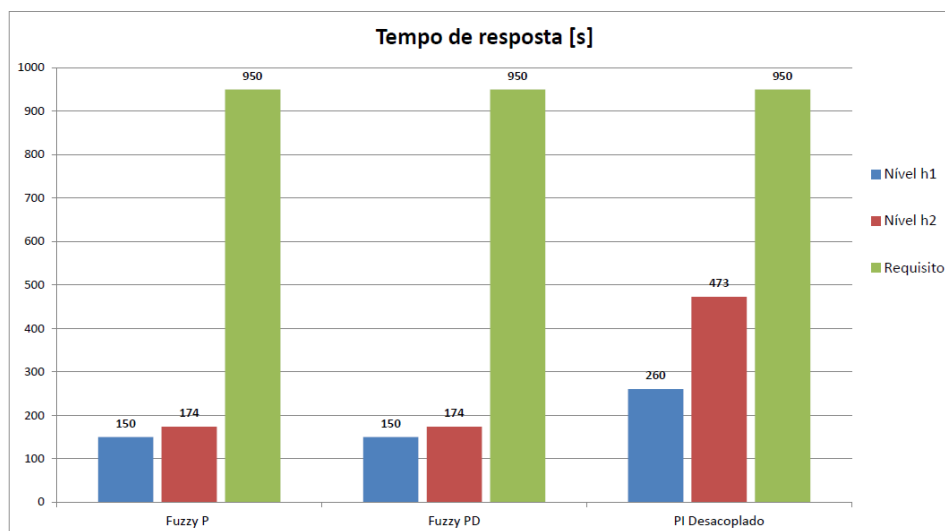
Figura 58 – Sobressinal: sistema *MIMO*.



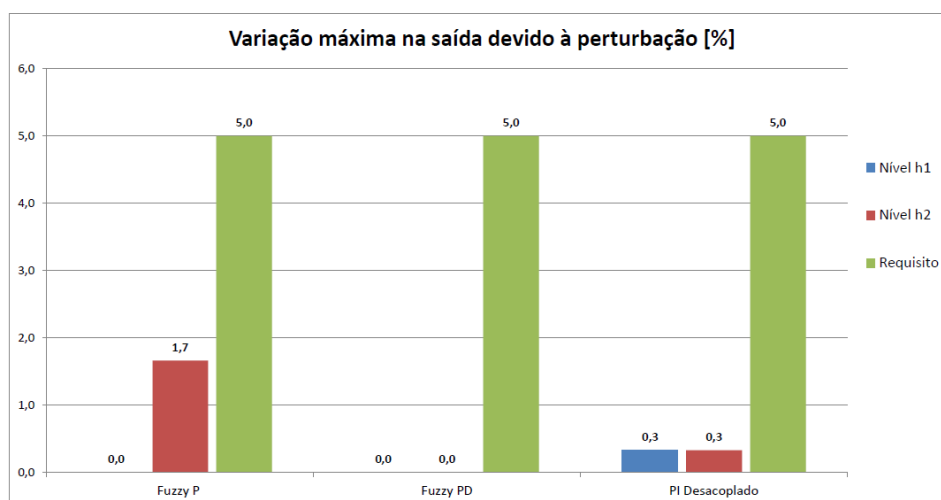
Fonte: Autor (2021).

Com relação ao tempo de resposta do sistema, o qual possui como requisito o valor de 950 s (um quinto do tempo de resposta da malha aberta no caso *SISO*), todos os controladores atendem às especificações de projeto.

Por fim, as variações máximas nas saídas devido às perturbações foram asseguradas em todos os controladores, com destaque para o controlador *Fuzzy PD*.

Figura 59 – Tempo de resposta: sistema *MIMO*.

Fonte: Autor (2021).

Figura 60 – Variação máxima na saída devido à perturbação: sistema *MIMO*.

Fonte: Autor (2021).

## 5 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou estratégias para análise e síntese de controladores para um sistema de nível com dois tanques acoplados. Esse sistema apresenta desafios no seu controle devido às suas características não linear e multivariável.

Um dos objetivos do trabalho, era verificar se os controladores clássicos lineares seriam capazes de controlar a planta real. Entre as técnicas clássicas de controle, somente a do controlador por Avanço de Fase no domínio da frequência proporcionou o atendimento à todos os requisitos. Isso confirma que é possível um controlador linear controlar a planta não linear, entretanto, a técnica deve ser bem escolhida e aplicada.

Os controladores clássicos puderam ser projetados em virtude da obtenção de um modelo linearizado do sistema 2-tanques. Tal modelo representou bem o sistema físico na maioria das situações simuladas. Porém, foram identificadas condições onde o modelo linear apresentou comportamento discrepante do modelo real, especialmente durante o período transitório da resposta. Contudo, o procedimento da linearização se mostrou uma ferramenta eficaz de análise de sistemas não lineares, pois através dela é possível a obtenção de um modelo linear, portanto mais simples, para posterior síntese de controladores clássicos. Os resultados mostraram que esses controladores podem controlar o sistema físico, mesmo em regiões não próximas do ponto nominal do sistema.

Nas simulações do sistema com os controladores clássicos usando o modelo simplificado, os critérios de análise de desempenho obtidos foram melhores se comparados com os obtidos usando o modelo completo. Isso ocorreu, pois no modelo completo tem-se a capacidade máxima do atuador sendo considerada, o que limita as ações de controle. Situação essa que é mais aderente à realidade de sistemas físicos.

Tal comportamento era esperado por se tratar de sistema de controle linear. No entanto, nenhuma conclusão geral pode-se ter no caso do sistema de controle *Fuzzy*, usando os modelos simplificado e completo, devido à sua característica não linear nas ações de controle. Essa particularidade pode ser contornada através do conhecimento do projetista sobre o sistema, de forma a obter um projeto robusto com o modelo considerado.

A estratégia de controle proposta do tipo *Fuzzy* PD para o sistema 2-tanques, modelo *SISO*, mostrou-se efetiva no controle da planta. Analisando os critérios de análise de desempenho desse controlador, pode-se concluir que houve atendimento aos seguintes requisitos: erro de referência, sobressinal, e variação máxima na saída devido à perturbação. O tempo de resposta obtido com o modelo real foi de 968 segundos, sendo que o requisito era 950 segundos. Portanto, esse controlador mostra-se como uma interessante opção para a malha de controle de sistemas de nível com acoplamento.

Já as estratégias de controle propostas para o sistema 2-tanques, modelo *MIMO*, também demonstraram efetividade no controle da planta. Analisando os critérios de análise

de desempenho, todos os controladores atenderam integralmente as especificações de projeto.

O controlador PI destaca-se por apresentar erro nulo à referência em regime permanente, diferentemente dos controladores *Fuzzy* que sempre apresentaram erro, ainda que dentro da especificação. Já os controladores *Fuzzy* P e PD, se sobressaem nos outros requisitos. Se tratando da aplicação em uma planta real, o autor acredita que o melhor controlador em relação ao desempenho e viabilidade de execução é o PI.

Um fato interessante nos resultados obtidos para os controladores *Fuzzy* P e PD, é que os mesmos se mostraram quantitativamente semelhantes. Vale lembrar que, pelo fato do controlador *Fuzzy* PD apresentar 5 vezes mais regras em seu mecanismo de inferência, mais variáveis linguísticas, e ainda, possuir os sinais de erro e variação de erro como entradas; a sua implementação seria mais dispendiosa computacionalmente. Portanto, esperava-se obter melhores resultados na análise de desempenho para esse controlador.

Uma justificativa para esse fato está relacionado com a característica lenta de resposta do sistema 2-tanques. Com isso, a propriedade preditiva do *Fuzzy* PD possuiu pouca influência no desempenho do sistema. Além disso, neste trabalho utilizou-se de metodologias empíricas para o projeto desses controladores, o que nem sempre pode garantir desempenho ótimo.

As principais vantagens dos controladores *Fuzzy* que este trabalho revelou são, a não necessidade de um modelo matemático da planta para o projeto do controlador. Por se tratar de uma técnica de inteligência artificial, o controlador é dotado de conhecimentos heurísticos que o projetista possui sobre o sistema. Uma outra importante vantagem é a capacidade desses controladores em controlar algumas plantas não lineares, algo já bem comentado por diversos autores. Além disso, através de um único ajuste do controlador *Fuzzy*, pode-se perceber através de simulações que a planta foi controlada impondo-se referências significativamente distantes do ponto nominal de operação do sistema. Já os controladores lineares devem ser reprojatados caso seja necessário atuar em pontos de operações distantes daqueles para os quais foram originalmente projetados.

Como possíveis trabalhos futuros, pode-se apontar:

- Explorar métodos analíticos para definir parâmetros do controlador *Fuzzy*, de forma a não depender totalmente de ajustes empíricos;
- Projetar estrutura de controle centralizado, na tentativa de obter melhores desempenhos que os controladores descentralizados abordados nesse trabalho para o sistema *MIMO*. As estruturas centralizadas de controle, em geral, garantem melhor performance pois recebem informações de todos os medidores, e com isso podem tomar melhores ações;
- Construir uma bancada didática para implementar os controladores propostos e estudados neste trabalho.



A aplicação dos controles abordados neste trabalho para sistemas de nível demonstram a consolidação dos conceitos teóricos adquiridos. Este trabalho proporcionou ao autor a obtenção de novos conhecimentos na área de sistemas de controle. Além disso, motivou a publicação de um resumo ao 10º Simpósio de Integração Científica e Tecnológica do Sul Catarinense, a qual se encontra no Anexo A.

## Referências

- ALPI, L. B. Desenvolvimento de uma planta didática para o controle de nível de tanques acoplados. 2016. Citado 3 vezes nas páginas 1, 11 e 14.
- ALTAŞ, I. H. **Fuzzy Logic Control in Energy Systems with Design Applications in MATLAB®/Simulink®**. [S.l.]: IET, 2017. v. 91. Citado na página 33.
- AMENDOLA, M.; SOUZA, A. d.; BARROS, L. C. Manual do uso da teoria dos conjuntos fuzzy no matlab 6.5. **FEAGRI & IMECC/UNICAMP**, p. 1–44, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. The future of pid control. **Control engineering practice**, Elsevier, v. 9, n. 11, p. 1163–1175, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 5.
- ÁVILA, M. O.; ARANCIBIA, J. G. Identificación de sistemas siso lti a partir de su definición matemática. 2016. Citado na página 30.
- BAZANELLA, A. S.; JUNIOR, J. M. G. da S. **Sistemas de controle: Princípios e métodos de projeto**. [S.l.]: UFRGS, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 2, 13 e 26.
- BISHOP, R. H.; DORF, R. Sistemas de controle modernos. **Livros Técnicos e Científicos**, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 7.
- CAMACHO, E. F.; ALBA, C. B. Control predictivo: Pasado, presente y futuro. **Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial**, 1 (3), 5-28., Universidad Politécnica de Valencia, 2004. Citado na página 16.
- CARVALHO, A. S.; SOUSA, A. L. de; FRANCISCO, L. do E. S. Identificação e controle fuzzy de uma planta didática de nível. **VII SEGeT–Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia**, 2010. Citado na página 17.
- COCOTA, J. et al. Análise de diferentes controladores para o processo de dois tanques acoplados. **COBENGE, Juiz de Fora**, 2014. Citado na página 6.
- COMERCIO, E. **El complejo de gas de Monteverde opera al 38% de su capacidad total**. 2018. Março 10, 2018. Disponível em: <<https://www.elcomercio.com/actualidad/complejo-gas-monteverde-barcos-flopec.html>>. Citado na página 5.
- FRANKLIN, G. F. et al. **Feedback control of dynamic systems**. [S.l.]: Prentice hall Upper Saddle River, 2002. v. 4. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 26.
- GOSMANN, H. L. Um sistema multivariável de tanques acoplados para avaliação de técnicas de controle. **Brasília: Dissertação (Mestrado)–Universidade de Brasília**, 2002. Citado na página 6.
- HAPOGLU, H. et al. Parametric and nonparametric model based control of a packed distillation column. **Chemical Engineering and Processing: Process Intensification**, Elsevier, v. 40, n. 6, p. 537–544, 2001. Citado na página 16.
- JAUREGUI, C. et al. Conical tank level control with fractional pid. **IEEE Latin America Transactions**, IEEE, v. 14, n. 6, p. 2598–2604, 2016. Citado na página 1.

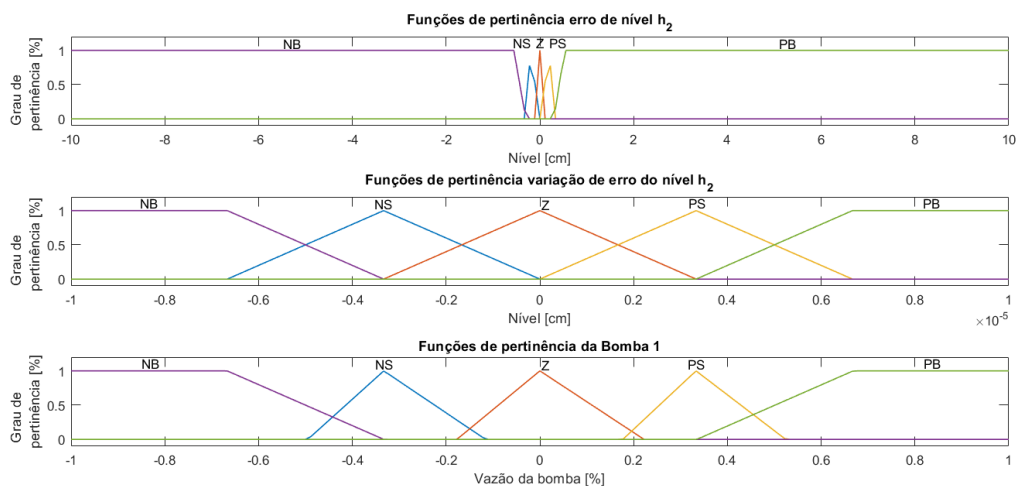
- JOHANSSON, K. H. The quadruple-tank process: A multivariable laboratory process with an adjustable zero. **IEEE Transactions on control systems technology**, IEEE, v. 8, n. 3, p. 456–465, 2000. Citado na página 5.
- JOSEPH, A.; ISAAC, J. S. Real time implementation of model reference adaptive controller for a conical tank. **International Journal on Theoretical and Applied Research in Mechanical Engineering (IJTARME)**, p. 2319–3182, 2013. Citado na página 2.
- JUNIOR, C. A. T. et al. Análise comparativa entre os controladores fuzzy pd+ i e pid convencional. Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2014. Citado na página 6.
- JÚNIOR, F. G. F. et al. Implementacao de controladores pid utilizando logica fuzzy e instrumentação industrial. **VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente. São Luís, setembro de**, 2005. Citado na página 2.
- KOVACIC, Z.; BOGDAN, S. **Fuzzy controller design: theory and applications**. [S.l.]: CRC press, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 18, 19, 21, 22 e 23.
- LAUBWALD, E. Coupled tanks systems 1. **control-systems-principles. co. uk**, 2006. Citado na página 1.
- LEE, C.-C. Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller. i. **IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics**, IEEE, v. 20, n. 2, p. 404–418, 1990. Citado na página 17.
- LUIZ, C. C. et al. Controle adaptativo versus controle fuzzy: Um estudo de caso em um processo de nível. **SBA Controle & Automação**, v. 8, n. 2, p. 43–51, 1997. Citado na página 3.
- MOURA, J. P. de; NETO, J. V. da F. Modelo de um controle de nível de solidos em silos usando sistemas fuzzy embarcado em clp industrial. 2021. Citado na página 3.
- NGUYEN, H. T. et al. **A first course in fuzzy and neural control**. [S.l.]: CRC press, 2002. Citado na página 25.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno, Rio de Janeiro, Primeira Edição**. [S.l.]: Prentice/Hall do Brasil Ltda, ISBN85-7054-019-1, 1982. Citado na página 26.
- OGATA, K.; SEVERO, B. **Engenharia de controle moderno**. [S.l.]: Prentice Hall do Brasil, 1998. Citado 5 vezes nas páginas 6, 10, 13, 14 e 26.
- PAIM, C. C. et al. Tecnicas de controle aplicadas a um atuador hidraulico. 1997. Citado na página 15.
- PIRES, A. et al. Otimização de controle fuzzy usando algoritmo genético. In: **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente**. [S.l.: s.n.], 2013. v. 11. Citado na página 5.
- PRECUP, R.-E.; HELLENDORRN, H. A survey on industrial applications of fuzzy control. **Computers in industry**, Elsevier, v. 62, n. 3, p. 213–226, 2011. Citado na página 17.
- RAMOS, A. P.; WENSE, G. L. B. Sistema didático de nível de líquidos. **Trabalho de**, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.
- RIBEIRO, A.; SANTOS, R. Sintonia de um controlador pid em um sistema de controle de nível de tanques em série utilizando um software gratuito. 2017. Citado na página 6.

- SACRAMENTO, L. S. B. Estudo comparativo entre técnicas de controle pi e fuzzy aplicadas ao controle de nível em um sistema de tanques acoplados. 2015. Citado na página 3.
- SANDRI, S.; CORREA, C. Lógica nebulosa. **V escola de Redes Neurais**, v. 1, n. 1, p. 73–90, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 19, 22 e 23.
- SANTOS, C. M. dos et al. Desenvolvimento de um módulo de controle de nível utilizando o kit arduino uno. In: **XX Congresso Brasileiro de Automática. Belo Horizonte, Brasil**. [S.l.: s.n.], 2014. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.
- SERAPHIM, A. L. **Modelagem e controle de nível em um sistema de dois tanques acoplados**. 2008. Universidade São Francisco, Itatiba, Brasil. Citado 4 vezes nas páginas 1, 2, 11 e 12.
- SHINSKEY, F. G. **Process control systems: application, design, and tuning**. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1996. v. 4. Citado na página 2.
- SILVA, R. d. N. **Projeto de um dispositivo para o controle de amortecedores magneto-reológicos usando recursos da lógica nebulosa**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 24.
- SIMÕES, M. G.; SHAW, I. S. **Controle e modelagem fuzzy**. [S.l.]: Editora Blucher, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 17, 22, 23, 24 e 25.
- SOUTO, R. F.; GINANI, L. S.; BAUCHSPIESS, A. Estudo comparativo de técnicas de controle em um processo de nível. 2007. Citado na página 3.
- TAJIRI, L. L. Proposição de um controlador digital para conversores buck e boost usando a teoria de conjuntos aproximados. 2009. Citado na página 1.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE transactions on systems, man, and cybernetics**, IEEE, n. 1, p. 116–132, 1985. Citado na página 16.
- TROFINO, A. **Sistemas Lineares**. [S.l.]: UFSC, 2015. Citado na página 12.
- VASCONCELLOS, B. S. d. **Proposta de procedimento para projeto de controladores fuzzy multivariáveis**. Dissertação (Mestrado) — Brasil, 2017. Citado na página 6.
- VEEN, B. V.; HAYKIN, S. **Signals and systems**. [S.l.]: New York; Toronto: J. Wiley, 1999. Citado na página 26.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. 1965. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- ZHANG, H.; LIU, D. **Fuzzy modeling and fuzzy control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. Citado na página 20.

## Apêndices

## APÊNDICE A – Projeto do controlador *Fuzzy PD SISO*

Figura 61 – Funções de pertinência do controlador *Fuzzy PD SISO*.



Fonte: Do autor (2021).

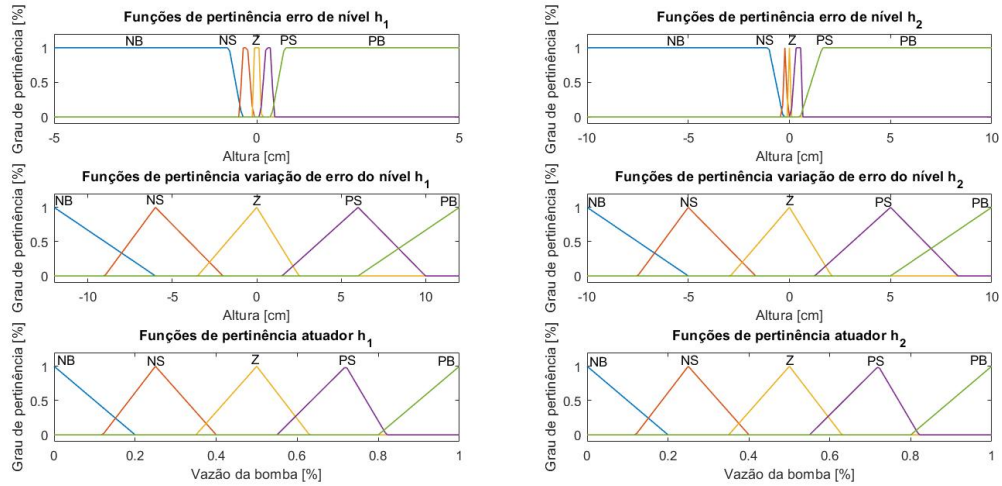
Figura 62 – Base de regras do controlador *Fuzzy PD SISO*.

| Base de regras (controle $h_2$ ) |    | Variação do erro |    |    |    |    |
|----------------------------------|----|------------------|----|----|----|----|
|                                  |    | NB               | NS | Z  | PS | PB |
| Erro                             | NB | NB               | NB | NB | NS | Z  |
|                                  | NS | NB               | NB | NS | Z  | PS |
|                                  | Z  | NB               | NS | PS | PS | PB |
|                                  | PS | NS               | Z  | PB | PB | PB |
|                                  | PB | PB               | PB | PB | PB | PB |

Fonte: Do autor (2021).

## APÊNDICE B – Projeto do controlador *Fuzzy PD MIMO*

Figura 63 – Funções de pertinência do controlador *Fuzzy PD MIMO*.



Fonte: Do autor (2021).

Figura 64 – Base de regras do controlador *Fuzzy PD MIMO* ( $h_1$ ).

| Base de regras (controle h1) |    | Variação do erro |    |    |    |    |
|------------------------------|----|------------------|----|----|----|----|
|                              |    | NB               | NS | Z  | PS | PB |
| Erro                         | NB | NB               | NB | NB | NS | Z  |
|                              | NS | NB               | Z  | NS | NS | Z  |
|                              | Z  | PS               | PS | Z  | Z  | Z  |
|                              | PS | PS               | PS | PS | PS | PB |
|                              | PB | Z                | PS | PB | PB | PB |

Fonte: Do autor (2021).

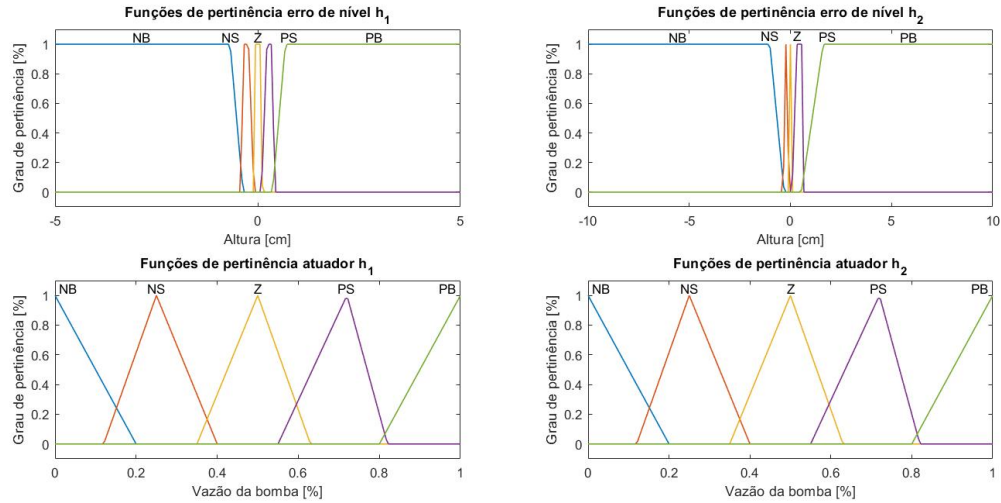
Figura 65 – Base de regras do controlador *Fuzzy PD MIMO* ( $h_2$ ).

| Base de regras (controle h2) |    | Variação do erro |    |    |    |    |
|------------------------------|----|------------------|----|----|----|----|
|                              |    | NB               | NS | Z  | PS | PB |
| Erro                         | NB | NB               | NB | NS | NS | Z  |
|                              | NS | NB               | NS | NS | Z  | PS |
|                              | Z  | NS               | NS | Z  | PS | PS |
|                              | PS | NS               | Z  | PS | PS | PB |
|                              | PB | Z                | PS | PS | PB | PB |

Fonte: Do autor (2021).

## APÊNDICE C – Projeto do controlador *Fuzzy P MIMO*

Figura 66 – Funções de pertinência do controlador *Fuzzy P MIMO*.



Fonte: Do autor (2021).

Figura 67 – Base de regras do controlador *Fuzzy P MIMO* ( $h_1$ ).

| Base de regras (controle h1) |    |    |
|------------------------------|----|----|
| e(k)                         | NB | NB |
|                              | NS | NS |
|                              | Z  | Z  |
|                              | PS | PS |
|                              | PB | PB |

Fonte: Do autor (2021).

Figura 68 – Base de regras do controlador *Fuzzy P MIMO* ( $h_2$ ).

| Base de regras (controle h2) |    |    |
|------------------------------|----|----|
| e(k)                         | NB | NB |
|                              | NS | Z  |
|                              | Z  | Z  |
|                              | PS | PS |
|                              | PB | PB |

Fonte: Do autor (2021).



**ANEXO A – Resumo submetido ao 10<sup>o</sup> Simpósio de Integração Científica e Tecnológica do Sul Catarinense – SICT-Sul**

## ESTRATÉGIAS DE CONTROLE DE SISTEMAS *MIMO* E NÃO LINEARES

Marcelo dos Santos Coutinho<sup>1</sup>, Matheus Erkmann Bechtold<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Instituto Federal de Santa Catarina/Departamento Eletroeletrônica/Campus Itajaí/coutinho@ifsc.edu.br

<sup>2</sup> Instituto Federal de Santa Catarina/Departamento Eletroeletrônica/Campus Itajaí/matheusebechtold@gmail.com

**Palavras-Chave:** *Sistemas MIMO, Controle Fuzzy, Controle com desacoplamento.*

### INTRODUÇÃO

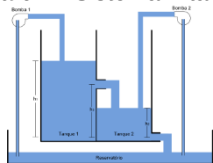
Os sistemas de nível, amplamente utilizados nas indústrias químicas, de celulose e alimentos, precisam controlar os níveis de algum líquido em seus tanques para garantir o sucesso de seus processos. Geralmente, um sistema de nível se apresenta como sendo não linear e *MIMO* (*multiple-inputs multiple-outputs*), e por isso, a tarefa de projetar um controlador que satisfaça os requisitos de desempenho para o sistema, é desafiadora.

As técnicas de controle para sistemas não lineares e *MIMO* são tipicamente complexas, e o estudante de graduação em engenharia elétrica não as estuda durante o curso. Sendo assim, o objetivo deste trabalho é apresentar os resultados de duas estratégias de controle para sistemas *MIMO* e não lineares: uma utilizando inteligência artificial através da lógica fuzzy, e outra, usando desacoplamento de sistema baseado em modelo linearizado da planta. As estratégias são testadas no sistema 2-tanques, que é um sistema de nível *MIMO*. Os resultados mostram que os controladores são efetivos no controle da planta sujeita à variação de referência constante e perturbação no fluxo da bomba.

### METODOLOGIA

O sistema 2-tanques usado como planta é mostrado na Figura 1, onde as entradas são fluxos nas bombas ( $W_1$  e  $W_2$  em  $cm^3/s$ ) e as saídas são os níveis nos tanques ( $h_1$  e  $h_2$  em  $cm$ ). Os parâmetros adotados são os mesmos encontrados em (FRANKLIN et al., 1994, p. 79), e ainda:  $\rho=1 \text{ g/cm}^3$ , Área tanques= $100 \text{ cm}^2$ ,  $g=1000 \text{ cm/s}^2$ . As bombas possuem capacidade de  $6 \text{ cm}^3/s$ . Os requisitos de desempenho são: 1. Erro de referência constante  $\leq 3\%$ ; 2. Sobressinal  $\leq 7\%$ ; 3. Tempo de resposta<sub>(2%)</sub> =  $(1/3)$ Tempo malha aberta; 4. Rejeitar perturbação.

Figura 01 – Sistema 2-tanques.



Fonte: Autores (2021).

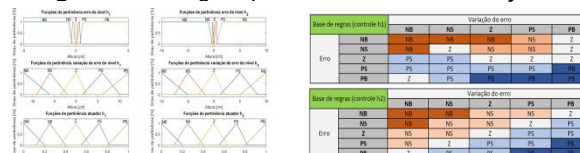
Inicialmente foi obtido um modelo matemático não linear do sistema 2-tanques. Então, um modelo linear foi obtido usando série de Taylor, sendo que tal modelo é válido próximo do ponto de linearização escolhido, chamado ponto nominal.

As duas estratégias propostas se baseiam no conceito de controladores descentralizados. Assim, haverá uma unidade de controle para cada subsistema (ou tanque).

Os projetos dos controladores *Fuzzy* não necessitam do modelo do sistema, mas do conhecimento do projetista sobre a sua dinâmica. A partir disso, o projetista constrói a lei de controle através de conjunto de regras do tipo *if..then* usando lógica nebulosa, (PASSINO; YURKOVICH, 1998). As funções de pertinência das variáveis linguísticas, bem

como, os conjuntos de regras dos controladores descentralizados *Fuzzy* são apresentados na Figura 2.

Figura 02 – Regras para controladores *Fuzzy*.



Fonte: Autores (2021).

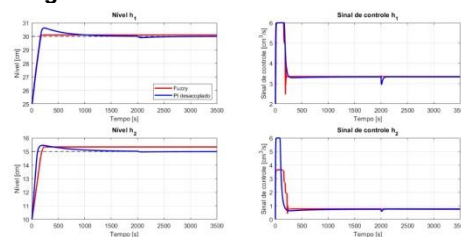
O projeto dos controladores por desacoplamento de sistema consiste em eliminar elementos da matriz de transferência do sistema que causam acoplamento. Do modelo linearizado do sistema 2-tanques pode-se escrever  $\Delta h_1 = G_{11}\Delta W_1$  e  $\Delta h_2 = G_{21}\Delta W_1 + G_{22}\Delta W_2$ , onde  $G_{ij}$  ( $i,j=1,2$ ) é a matriz de transferência do sistema. Com  $G_{21} = 0$ , a entrada  $\Delta W_1$  não afeta a saída  $\Delta h_2$  e pode-se projetar controladores proporcional-integral (PI) através de métodos clássicos. Os controladores PI descentralizados obtidos foram:

$$PI_{h1}(s) = \frac{4+1697s}{424.3s} \quad , \quad PI_{h2}(s) = \frac{4+2400s}{600s} \quad (1)$$

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 3 apresenta os desempenhos dos controladores obtidos por simulação. Todos os requisitos foram atendidos. O controlador PI apresentou bom desempenho mesmo para *setpoint* não próximo do ponto nominal do sistema ( $h_1=25\text{cm}$ ,  $h_2=10\text{cm}$ ).

Figura 03 – Saídas e sinais de controle.



Fonte: Autores (2021).

### CONCLUSÃO

Os desempenhos obtidos com os controladores mostraram que as estratégias propostas podem ser boas opções para controlar plantas *MIMO* e não lineares.

### REFERÊNCIAS

FRANKLIN, Gene F. et al. **Feedback control of dynamic systems**. Addison Wesley, 1994.

PASSINO, K. M.; YURKOVICH S. **Fuzzy control**. Addison Wesley, 1998.