

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA
CATARINA

HILSON JOSÉ GABRIEL FILHO

VELOCIDADE INSTANTÂNEA: UMA PROPOSTA DE ROTEIRO EXPERIMENTAL
PARA O ENSINO SUPERIOR

Araranguá

2018

HILSON JOSÉ GABRIEL FILHO

VELOCIDADE INSTANTÂNEA: UMA PROPOSTA DE ROTEIRO EXPERIMENTAL
PARA O ENSINO SUPERIOR

Monografia apresentada ao curso de Graduação em Ciências da Natureza com Habilitação em Física do Instituto Federal de Santa Catarina câmpus Araranguá para a obtenção do Grau de Licenciado em Ciências da Natureza e Habilitado em Física.

Orientador: Prof. Me. Bruno Leal Dias

Araranguá
2018

G118v Gabriel Filho, Hilson José, 1992-
Velocidade instantânea: uma proposta de roteiro experimental para o ensino superior / Hilson José Gabriel Filho ; orientador: Bruno Leal Dias. -- 2018.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação)-Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina, Araranguá, 2018.
Inclui bibliografias

1. Ciência – Estudo e ensino. 2. Velocidade. 3. Ensino superior. I. Dias, Bruno Leal. III. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina - Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza com Habilitação em Física. IV. Título.

CDD 530.07



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA
CÂMPUS ARARANGUÁ
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

FICHA DE APROVAÇÃO

Ficha de aprovação de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do curso de Licenciatura em Ciências da Natureza com Habilitação em Física

Aluno(a): **Hilson José Gabriel Filho**
Cód. Matrícula: **1110000373**
Curso de Licenciatura em Física

Título: Velocidade Instantânea: Uma Proposta de Roteiro Experimental para o Ensino Superior.

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) para a obtenção do título de Licenciado em Ciências da Natureza com Habilitação em Física do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC), câmpus Araranguá.

Conceito: 9,0 ☒ Aprovado () Reprovado

Banca examinadora:

1. Bruno Leal Dias Bruno Leal Dias (presidente)
assinatura
2. Silvana Fernandes Silvana Fernandes
assinatura
3. Israel Müller dos Santos Israel Müller dos Santos
assinatura

Araranguá, 07 de março de 2018.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos meus pais e irmãos, pois sem vocês minha caminhada não teria sentido.

Gostaria ainda de demonstrar minha gratidão a algumas pessoas importantes em minha vida acadêmica e pessoal.

Aos meus professores pelo conhecimento e mostrar que era possível contornar as dificuldades.

Ao Prof. Me. Bruno Leal Dias por acreditar no trabalho e fazer o possível para sair do projeto.

Ao Instituto Federal de Santa Catarina que me abriu portas e possibilitou minha evolução.

Aos amigos de longa data, estando eles perto ou longe.

Aos amigos feitos durante o intercâmbio que durante os dias mais difíceis na terra do Tio Sam jamais me deixaram sucumbir.

A todos vocês “Muito Obrigado”.

“Nothing happens until something moves.”
(Albert Einstein)

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de aula experimental para a introdução do conceito de velocidade instantânea em cursos de graduação, utilizando um carrinho descendo um plano inclinado partindo do ponto mais alto. O conceito de velocidade instantânea está, possivelmente, entre os conceitos mais abstratos de cursos de graduação em Física, Matemática e Engenharias. Propostas de abordagem experimental sobre o tema são raras. Consideramos que introduzir estes conceitos com o auxílio de uma atividade experimental pode ser útil no sentido de tornar mais concreto o problema tratado, além de abranger a interdisciplinaridade entre ciências da natureza e matemática, introduzindo ideias de limite e derivada. O aparato experimental utilizado consiste de materiais acessíveis como plano de madeira, carrinho de teste, sensor ultrassônico de posição e computador com *software* para obtenção e análise dos dados. Os resultados obtidos foram suficientemente precisos e coerentes uma vez que se confrontou o procedimento de ajuste de curva do gráfico aos dados obtidos no experimento com os cálculos sucessivos de velocidades médias para intervalos cada vez menores. A margem de erro calculada permitiu comparação, na qual os valores apresentaram excelente concordância entre si.

Palavras-Chave: Velocidade Média. Velocidade Instantânea. *Software*. Gráficos.

ABSTRACT

This paper presents a proposal of an experimental class to introduce the concept of instantaneous speed in undergraduate courses, using a cart down an inclined plane starting from the higher point. The concept of instantaneous velocity is possibly the most abstract concepts of undergraduate courses in Physics, Mathematics and Engineering. Proposal of an experiment approach on the subject are rare. We consider that introducing these concepts with the aid of an experimental activity can be useful in order to make the problem more concrete, encompassing interdisciplinary between natural sciences and mathematics, introducing boundary and derivative ideas. The experimental apparatus used consists of accessible materials such as wood plane, test trolley, ultrasonic position sensor and computer with software for obtaining and analyzing the data. The results obtained were sufficiently accurate and coherent once the graph curve fitting procedure was compared to the data obtained in the experiment with successive calculations of mean speeds for decreasing intervals. The calculated margin of error allowed a comparison, in which the values presented excellent agreement among themselves.

Keywords: Average Velocity. Instantaneous Velocity. Software. Graphics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de coordenadas em três dimensões.	20
Figura 2 – Sistema de coordenadas em duas dimensões.	20
Figura 3 – Movimento em uma direção.	21
Figura 4 – Sistema de coordenada em uma dimensão.	21
Figura 5 – Distância percorrida e deslocamento de uma partícula.	24
Figura 6 – Gráfico do tempo x posição.	26
Figura 7 – Análise de movimentos acelerados e desacelerados.	28
Figura 8 – Planos inclinados.	29
Figura 9 – Comparativo de movimentos em MRU e MRUV.	32
Figura 10 – Réguas de diferentes escalas.	37
Figura 11 – Termômetro analógico.	38
Figura 12 – Termômetro digital.	39
Figura 13 – Régua de madeira Itaúba de 2 m.	43
Figura 14 – Carrinho de testes com pesos e anteparo.	45
Figura 15 – Sensor ultrassônico Go!™ Motion.	45
Figura 16 – Interface gráfica do <i>Logger Pro 3 Demo</i> .	47
Figura 17 – Plano inclinado de madeira com apoios.	48
Figura 18 – Experimento montado (fora de escala).	49
Figura 19 – Definindo a duração e a quantidade de amostras de captura.	50
Figura 20 – Botão para iniciar a coleta de dados.	51
Figura 21 – Gráfico referente aos dados obtidos no ensaio experimental.	52
Figura 22 – Posições do carrinho no decorrer do ensaio experimental.	56
Figura 23 – Escolhendo a região a ser analisada no gráfico.	60
Figura 24 – Selecionando o ajuste dos dados.	61
Figura 25 – Escolha de curva a ser ajustada aos dados.	62
Figura 26 – Valores gerados para as constantes A, B e C.	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Materiais necessários para a realização do experimento.	42
Tabela 2 – Dados obtidos com o ensaio experimental.	53
Tabela 3 – Pontos escolhidos do ensaio experimental para análise.	55

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IFSC – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina.

PCN+ – Parâmetros Curriculares Nacionais +.

TI – Tecnologia da Informação.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

SBF – Sociedade Brasileira de Física.

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina.

SO – Sistema Operacional.

UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas.

MRU – Movimento Retilíneo Uniforme.

MRUV – Movimento Retilíneo Uniformemente Variado.

FCTUC – Faculdade de Ciências Tecnológicas da Universidade de Coimbra.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1	Atividades experimentais no ensino	15
2.2	Cinemática	18
2.2.2	Instante de tempo e intervalo de tempo	22
2.2.3	Posição e deslocamento	22
2.2.4	Velocidade média	24
2.2.5	Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)	25
2.2.6	Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)	26
2.2.7	Velocidade instantânea	32
2.3	Erros experimentais	36
2.3.1	Erro de escala	37
2.3.2	Erro propagado	39
2.4	Sensores	40
3	METODOLOGIA	42
3.1	Materiais	42
3.1.1	Plano de madeira	43
3.1.2	Transferidor e apoios de madeira ou livros	43
3.1.3	Carrinho de testes com peso	44
3.1.4	Sensor ultrassônico Go!™ Motion	45
3.1.5	Computador	47
3.2	Montagem do Aparato Experimental	48
3.3	Coleta de Dados	49
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	52
4.1	Velocidade instantânea a partir de velocidades médias	55
4.2	Velocidade instantânea a partir do ajuste de curva	59
5	PROPOSTA DIDÁTICA	65
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	67
	REFERÊNCIAS	69
	APÊNDICE A – PLANO DE AULA	70
	APÊNDICE B – ROTEIRO EXPERIMENTAL	74

1 INTRODUÇÃO

O estudo das ciências naturais vem se desenvolvendo durante os séculos. Uma grande variedade de cientistas e filósofos, de todas as áreas, tentaram/tentam compreender como o Universo, em sua dança misteriosa, funciona. Já se descobriu e idealizou-se muito sobre ciência, e hoje grande parte do que foi descoberto está sendo ensinado nas escolas e universidades. Mas será que o modo de ensinar utilizado por estas instituições é de fato a melhor maneira para a compreensão dos alunos? Disciplinas relacionadas às ciências naturais, como a Física, ainda são vistas como algo abstrato e sem sentido real? Muitos autores como Alberto Gaspar e Veit & Teodoro tentam entender como funciona o aprendizado e qual a melhor maneira de introduzir e instigar a aprendizagem nos alunos.

A disciplina de Física de acordo com o PCN+ está inserida na área de Ciências da Natureza, Matemática, e suas Tecnologias que tem como visão ensinar o ser humano, mesmo que não ingresse em uma faculdade, a compreender e participar do mundo em que vive (BRASIL, 1999), ou seja, espera-se que através da escola o indivíduo tenha capacidade de compreender e distinguir fenômenos físicos que cercam seu cotidiano.

A compreensão do universo na disciplina de Física representa para os alunos, em grande maioria, uma disciplina de difícil entendimento. De acordo com Veit & Teodoro (2002) o aluno precisa decorar fórmulas cuja origem e finalidades são desconhecidas. A não compreensão de equações pode acarretar uma visão de ciência desfocada do seu objetivo, pois os alunos não conseguem relacionar as equações com os conceitos que envolvem determinada área da Física. Entretanto, compreender símbolos, tabelas, relações matemáticas e relacionar grandezas físicas também fazem parte dos requisitos do PCN + sobre a compreensão da Física.

Para o ensino de física se tornar mais lúdico para os estudantes, as atividades práticas utilizando *softwares*, de certa forma, apresentam um grande avanço no ensino aprendizagem. Além disso, uma atividade prática utilizando *softwares* pode ser útil na tentativa de tornar mais “concretos e palpáveis” conceitos tão abstratos como o caso que será tratado neste trabalho, a velocidade

instantânea.

A tecnologia vem se estabelecendo na vida das pessoas dia após dia. Atualmente, é quase impossível uma pessoa viver em sociedade sem que tenha algum meio de comunicação ou entretenimento tecnológico. Segundo a 28ª Edição da Pesquisa Anual do Uso de TI (2017), realizada pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), hoje no Brasil existem cerca de 166 milhões de computadores ativos e a perspectiva para 2020/2022 é que este número chegue a 210 milhões, o que daria uma média geral de um computador por habitante. Ainda segundo a pesquisa, em maio de 2017, existiam no Brasil cerca de 208 milhões de smartphones o que significa um smartphone por habitante. Sendo assim, é importante que o professor saiba utilizar essas tecnologias a seu favor, diversificando e reinventando suas aulas em prol da educação.

A evolução e popularização de equipamentos didáticos como sensores e *softwares* educacionais juntamente com os potenciais efeitos motivador e desmistificador atribuídos a estes recursos são alguns dos motivos de sua utilização cada vez mais frequente. De acordo com Heinek et al (2007)

“[...] a realização de experiências, a utilização de meios audiovisuais e o aproveitamento de *softwares* educativos adequados podem, apesar de não ser a razão única da consecução do sucesso, facilitar o processo de ensino-aprendizagem desses conteúdos.”

Este conceito de repensar os métodos de lecionar de maneira mais significativa e próxima à realidade do aluno é imprescindível não somente no ensino básico, mas também no ensino superior. Dentro de uma única universidade podemos encontrar realidades completamente divergentes entre os alunos. Professores das áreas de Ciências Naturais e Matemática devem modelar suas aulas de acordo com a turma e saber trabalhar com as divergências em cada uma delas para abranger o ensino-aprendizagem de maneira eficaz.

No intuito de demonstrar uma maneira diferente de ensino, o presente trabalho pretende propor um plano de aula focado em um roteiro experimental que possa de maneira palpável demonstrar o conceito de velocidade média, agregando um conceito mais abstrato que é o de velocidade instantânea para alunos do ensino superior sem que haja a necessidade de conhecimentos prévios de Cálculo, sendo a atividade, inclusive, também indicada para introduzir uma noção a ideias como limite

e derivada. A dificuldade de encontrar atividades práticas sobre os conteúdos aos qual a proposta se aplica também serviu de motivação para o trabalho.

A seguir será apresentada uma breve reflexão sobre experimentos didáticos dentro da sala de aula e uma visão geral do assunto relacionado ao experimento utilizado no trabalho, seguido da metodologia em detalhes. Por fim, serão demonstradas as análises realizadas sobre este experimento, uma proposta didática para a aplicação experimental e as principais considerações desse trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Atividades experimentais no ensino

Podemos destacar a utilização de atividades experimentais no ensino de física como tema de pesquisas nas últimas décadas. Os autores Araújo e Abib (2003) fazem uma análise de artigos publicados entre 1992 e 2001, no Caderno Catarinense de Ensino de Física (UFSC) e na Revista Brasileira de Ensino de Física (SBF), em seu encarte Física na Escola. O objetivo dessa pesquisa foi analisar a produção recente sobre a utilização de experimentos no ensino da Física. De acordo com os autores eles encontraram mais de cem artigos relacionados a atividades experimentais com teorias de aprendizagem e metodologias diferentes. Eles averiguaram uma vasta variedade de experimento que envolvia a simples verificação de teorias e leis, e outros que levavam os alunos a construir os conceitos a partir de experimentação, situações problema onde as ideias prévias são adaptadas àquelas cientificamente estabelecidas.

Essa pesquisa chamou a atenção devido ao grande número de trabalhos publicados dentro de um período de nove anos. O número de atividades práticas e de periódicos com pesquisas sobre sua utilização tem aumentado com os anos, sejam eles nacionais ou internacionais.

O uso de atividades experimentais nas aulas sejam elas no ensino básico ou superior pode de certa forma, atrair a atenção dos estudantes e ajudá-los na compreensão das teorias físicas, despertando neles curiosidade e vontade de aprender.

“Pode-se inferir, portanto, que a utilização da demonstração experimental de um conceito em sala de aula acrescenta ao pensamento do aluno elementos de realidade e de experiência pessoal que podem preencher uma lacuna cognitiva característica dos conceitos científicos e dar a esses conceitos a força que essa vivência dá aos conceitos espontâneos.” (GASPAR e MONTEIRO, 2005).

De acordo com Vieira (2013),

A Física é uma ciência experimental, que lida com o mundo material. É natural, portanto, que seu ensino e aprendizagem envolvam a observação e manipulação de objetos reais. O trabalho prático é também reconhecido como essencial à aprendizagem de conceitos

básicos da Física.

Entretanto a pergunta a se fazer é como e quando aplicar atividades experimentais? Isso pode levantar algumas dúvidas, pois para uma melhor compreensão é preciso que o professor entenda qual momento didático é mais propício para que os alunos se interessem pelo fenômeno que estão prestes a presenciar. De acordo com Oliveira (2010), vários docentes, mesmo aqueles que aplicam atividades experimentais com frequência em suas aulas, desconhecem muitas das possíveis contribuições e abordagens das atividades experimentais para o ensino.

É indiscutível que em uma turma se tenha alunos que possuam uma maior “facilidade” em aprender determinados assuntos do que outros. O docente quando em sala de aula deve ser o agente mediador, cabendo a ele promover a interação e troca de conhecimentos entre os alunos. Segundo Gaspar e Monteiro (2005), se, na interação social que implique colaboração o desenvolvimento decorre da imitação, é indispensável a presença do parceiro mais capaz, aquele que detém o conhecimento e possa ser ou fazer-se imitado.

“[na criança] o desenvolvimento decorrente da colaboração via imitação, o desenvolvimento decorrente da aprendizagem é o fato fundamental. [...] Porque na escola a criança não aprende o que sabe fazer sozinha, mas o que ainda não sabe fazer e lhe vem a ser acessível em colaboração com o professor e sob sua orientação”. (VYGOTSKY, 2001).

Vieira (2013) ressalta que uma abordagem tradicional tende a ignorar as ideias associadas que os estudantes estão desenvolvendo sobre o fenômeno estudado, porém uma atividade prática deve ser capaz de incluir um período para discussão e interpretação do experimento, fazendo com que o estudante seja capaz de associar a teoria com a prática experimental. Oliveira (2013) destaca ainda que uma aplicação experimental que não possua um objetivo de ensino bem focado, não garante que todas as turmas se envolvam na atividade. Por esse motivo o autor sugere que o professor elabore estratégias que despertem e mantenham a atenção dos estudantes no experimento, como por exemplo, requisite registros dos fenômenos observados e relatórios.

Na proposta que será demonstrada neste trabalho utilizando o sensor

Go!™Motion, o professor deve deixar com que os alunos executem a atividade e, ao final, após a discussão dos resultados obtidos com o experimento, façam um relatório do fenômeno observado. O papel do docente será o de mediador e parceiro mais capaz no ambiente de aprendizado.

Outro ponto bastante relevante neste trabalho é a utilização de tecnologias para o ensino de Física. Não é de hoje que os meios de comunicação, televisão, rádios, entre outros, vem crescendo gradativamente. O uso de aparelhos celulares, computadores e *tablets* estão presentes no cotidiano e despertam a atenção de pessoas de todas as idades, mesmo gerações nascidas muito antes da invenção destes aparelhos. Com os estudantes não é diferente, mesmo uma década e meia atrás, os autores Araújo e Abid (2003) analisaram que o uso de computadores em atividades experimentais obtinha um grande potencial e permitia que os alunos tivessem acessos a tecnologias que cada vez mais ganhavam espaço na sociedade. Eles ainda apontam que para se obter uma resposta positiva das novas tecnologias seria necessário introduzir no processo de formação de professores a utilização de computadores.

Segundo Alava (2002), esta nova tecnologia, juntamente com a internet, viria a possibilitar experiências pedagógicas inovadoras, o que geraria novos conceitos e novos modos de aprendizagem. Para se tornar um novo aliado e facilitador educacional, o computador precisou de algumas adaptações e ferramentas mediadoras para o campo da educação que são os programas e protocolos de comunicação, também conhecidos como *softwares*.

Com o uso acelerado dessas novas tecnologias surgiram vários *softwares* e simulações que ganharam espaços nos meios acadêmicos, capazes de reproduzir fenômenos virtuais que se assemelham muito com o mundo real. Com a utilização de *softwares* educacionais adequados e específicos podemos demonstrar experimentos, criar situações reais e artificiais, modelar eventos ainda não visualizados na natureza, entre muitas outras coisas. Conforme Medeiros e Medeiros (2002), as simulações envolvem uma vasta variedade de tecnologia, que ultrapassam meras animações. Elas podem interagir com o estudante de forma que eles possam observar e recriar situações que não poderiam ser visíveis no dia a dia.

A introdução dessas tecnologias em sala de aula é capaz de melhorar o

entendimento do aluno em assuntos muitas vezes considerados abstratos e auxiliar na construção dos conceitos. Jucá (2004) diz que a qualidade de um *software* educativo está relacionada com a capacidade que o computador, como mediador didático, tem de obter satisfação e êxito dos alunos na aprendizagem de um assunto. A figura do professor é importante para que seja feita a interlocução entre aluno e conhecimento sem que haja desvio de assunto ou aprendizagem “errada”.

Por uma série de motivos, as aulas de física ainda são conduzidas utilizando-se metodologia excessivamente expositiva (quadro e giz), e não proporcionam a beleza que a tecnologia está mostrando. É importante saber inovar e se reinventar para propiciar aos alunos a melhor forma de ensino possível. Sendo assim, uma das finalidades deste trabalho é apresentar recursos tecnológicos aos alunos do ensino superior trabalhando um tema que é tratado de forma já superada. A utilização de *softwares* e o sensor faz com que o assunto se torne mais próximo ao dia-a-dia do aluno, tornando o aprendizado mais significativo.

2.2 Cinemática

O desenvolvimento da Física abrange uma gama muito grande de conhecimento e, por este motivo, é necessário conceituar e formular teorias onde as mesmas estarão sendo colocadas em xeque a todo o momento. A ciência evolui apenas quando suas teorias podem ser corroboradas ou refutadas e então seguir para o passo seguinte. Sem o conceito de grandezas e a utilização de equações para quantificá-las, a Física não possui sentido. Para algumas pessoas a metodologia que a Física utiliza para se expressar é difícil, mas certamente é imprescindível que seja assim.

O conceito foco do trabalho é o de velocidade instantânea que faz parte da cinemática. A cinemática é a parte da física que trata de descrever o movimento dos corpos e essa descrição depende de alguns conceitos como referencial, posição, deslocamento, instante de tempo, intervalo de tempo, velocidade e aceleração. Esses conceitos geralmente são homônimos a conceitos utilizados no dia a dia pela maioria das pessoas, porém definidos em física de forma usualmente diferente do que quando tratados fora do contexto da física. Por esse motivo, faz-se necessário

introduzir esses conceitos fisicamente antes de apresentar a abordagem experimental e o conceito de velocidade instantânea.

2.2.1 Referencial

Certamente, todos nós já passamos por alguma situação onde estávamos perdidos em um local desconhecido e paramos em alguma lanchonete ou loja para perguntar onde fica a Rua X? Ou onde fica a casa do fulano? Esta situação ocorre todos os dias em diferentes lugares e é um dos conceitos básicos mais importantes da física. Para saber como um objeto se movimenta é importante saber algumas informações sobre ele e um dos mais simples conceitos da Física relacionado a isso é o referencial.

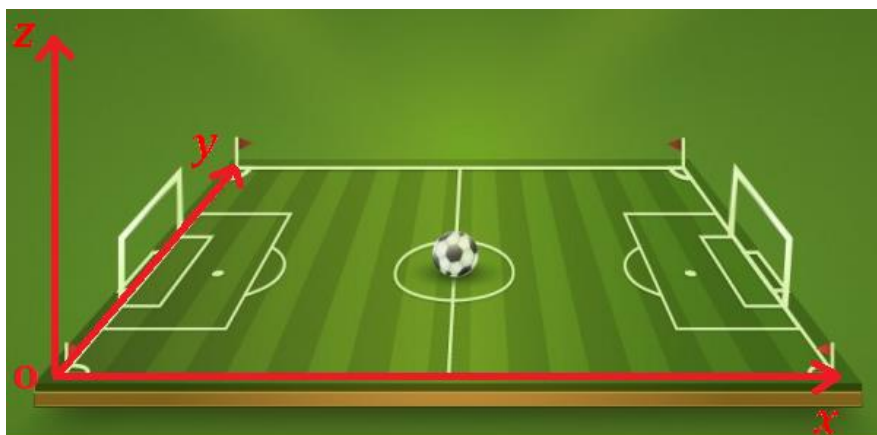
Podemos definir o referencial como sendo um corpo ou conjunto de corpos em relação ao qual são definidas as posições de outros corpos (Helou *et al.*, 2007). A maneira mais utilizada na Física para definir a posição de corpos é através de um conjunto de eixos ortogonais conhecidos como sistema de coordenadas cartesiano.

Os movimentos de um corpo podem acontecer em uma, duas ou três direções. As informações do movimento de qualquer corpo podem ser descritas utilizando três dimensões, porém dependendo do movimento e da escolha do referencial nem sempre precisamos levar em conta a descrição do que ocorre com as três dimensões com o passar do tempo, sendo que alguns corpos podem se movimentar em apenas uma dimensão ou duas dimensões. Este sistema utiliza três retas perpendiculares e que se encontram em um determinado ponto, chamado de origem. No intuito de especificar a posição de cada ponto no espaço utilizando o sistema de coordenadas é necessário ser definida uma origem e uma orientação para cada um dos eixos.

Para exemplificar uma situação em que precisamos do sistema de coordenadas em três dimensões, vamos pensar em um jogo de futebol onde o jogador pode chutar a bola em qualquer direção. Para saber aonde a bola se encontra no campo em um determinado instante, podemos utilizar um sistema de coordenadas colocando a origem em um dos escanteios, por exemplo, como mostra a Figura 1. Partindo da origem podemos considerar a lateral do campo como um dos eixos do sistema de coordenadas, a linha de fundo como o segundo eixo e a altura

como o terceiro eixo. Partindo destes eixos e realizando três medidas de distância podemos encontrar a bola em qualquer posição dentro do campo.

Figura 1 – Sistema de coordenadas em três dimensões.



Fonte: Freepik, 2018, adaptação nossa. Disponível em: <<https://br.freepik.com/fotos-vetores-gratis/campo-de-futebol>>

Para um sistema de coordenadas em duas dimensões, podemos pensar em um jogo de bilhar, onde os únicos movimentos possíveis ocorrem sob a mesa. Neste exemplo, conseguimos descobrir a posição da bola em qualquer instante de tempo sob a mesa com apenas duas medidas como mostra a Figura 2.

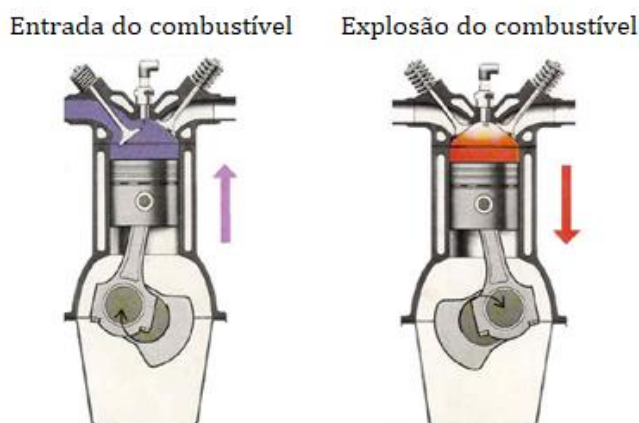
Figura 2 – Sistema de coordenadas em duas dimensões.



Fonte: Paragons, 2018, adaptação nossa. Disponível em: <<http://paragons.com.br/billiards-jogo-de-sinuca-online/>>

Um movimento em apenas uma dimensão pode ser representado por um pistão de motor de carro, onde o movimento se dá em apenas uma direção: para cima e para baixo (Figura 3). Esse aparato possui movimento de vai e vem e esta direção é importante para impulsionar o carro através da queima do combustível.

Figura 3 – Movimento em uma direção.

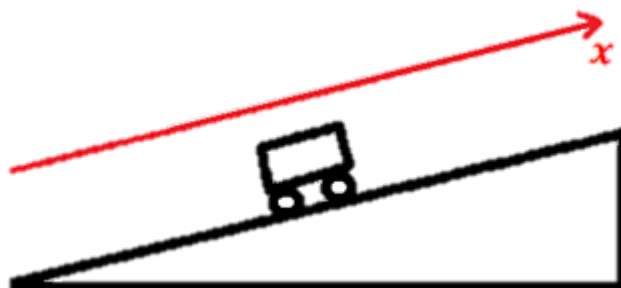


Fonte: Mecânica para todos, 2018. Disponível em:

<<http://mecanicomaniacos.blogspot.com.br/p/mecanica-basica.html>>

Um corpo sobre um trilho fixo em linha reta, cujo movimento depende do formato deste trilho, também pode ser considerado um fenômeno em uma dimensão, como é o caso na Figura 4 onde o carrinho segue a direção do plano inclinado. O fenômeno que iremos exemplificar experimentalmente neste trabalho está sobre um plano inclinado e é um exemplo de movimento em uma direção onde se faz necessária apenas uma medida de distância para localizar o móvel.

Figura 4 – Sistema de coordenada em uma dimensão.



Fonte: Próprio autor, 2018.

2.2.2 Instante de tempo e intervalo de tempo

Segundo Halliday e Resnick (2009), qualquer fenômeno repetitivo periodicamente pode ser usado como padrão de tempo. Porém, para padronizar acontecimentos e experimentos pelo mundo, criou-se um valor para a unidade fundamental de tempo que é o segundo (s). Existem dois tipos de variáveis envolvendo a grandeza física tempo que é o instante de tempo e o intervalo de tempo.

O instante de tempo pode ser definido como sendo a “localização” no tempo de determinado evento. Exemplificando, se o sino da igreja bate de hora em hora, qual será o primeiro horário que ele tocará após o meio dia? Para este caso teremos que o instante que o sino tocará pela primeira vez após o meio dia será às $13h00min$.

O tempo decorrido de um evento, ou seja, a duração deste evento é denominada intervalo de tempo e é representada por Δt . Este intervalo de tempo pode ser determinado através da diferença entre dois instantes t_1 e t_2 , ou seja,

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad \text{Eq.1}$$

Para o exemplo dado anteriormente, temos que o intervalo de tempo entre dois instantes de tempo seguidos em que o sino tocará é de uma hora.

As variáveis dependentes geralmente estão vinculadas aos instantes em que ocorrem determinados eventos sucessivos e por isso a variável tempo está sempre presente de forma implícita ou explícita nas equações que descrevem sistemas dinâmicos. Alguns exemplos de variáveis dependentes do tempo que serão necessárias para o estudo que será feito neste trabalho são a posição, a velocidade e a aceleração, que serão discutidas a seguir.

2.2.3 Posição e deslocamento

Após definir referencial e tempo já conseguimos determinar matematicamente se um objeto se move ou não em relação a um referencial

previamente definido ao longo do tempo.

O objeto se encontra em repouso (em relação a um determinado referencial) quando sua posição em relação ao referencial em questão não se altera com o tempo. De modo contrário, o objeto que altera sua posição com o passar do tempo em relação a um determinado referencial está em movimento. Pensando em um movimento unidimensional que ocorre ao longo do eixo x , a mudança de posição de um objeto de x_1 para outra posição x_2 é vinculada a um deslocamento deste objeto e dizemos que houve uma variação da posição entre estas duas posições. Equacionando, teremos o que definimos como o deslocamento Δx :

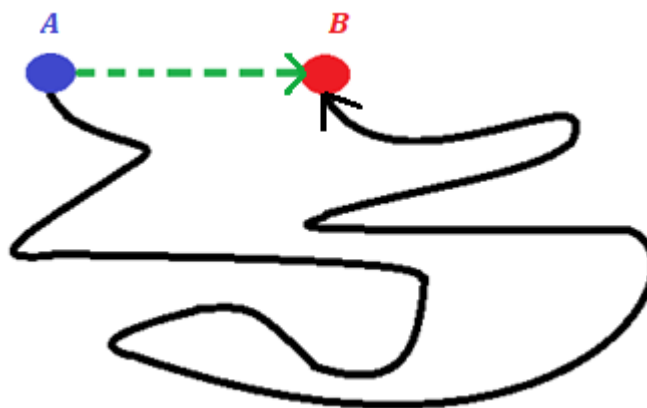
$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{Eq.2}$$

Quando as posições do objeto são conhecidas em dois instantes de tempo distintos e a posição final é maior que a posição inicial teremos um deslocamento positivo. De modo inverso, o deslocamento será negativo quando a posição final for menor que a posição inicial.

Outro conceito importante a ser entendido é a distância percorrida. A Figura 5 demonstra uma partícula se movimentando no plano da página do ponto A para o ponto B . Em um primeiro momento a partícula percorre a distância entre os pontos seguindo a linha pontilhada em verde movendo-se sempre na mesma direção, a esta medida, da distância entre os dois pontos, chamamos de deslocamento. O deslocamento será numericamente igual ao comprimento do segmento de reta que liga os pontos inicial e final da trajetória. Neste caso deslocamento e distância percorrida são numericamente iguais.

Em um segundo momento a partícula refaz o movimento entre os pontos A e B , porém agora seguindo a linha contínua preta sem mudar de sentido. Neste caso temos o mesmo deslocamento que no caso anterior, porém a distância percorrida é representada pelo comprimento da linha contínua preta.

Figura 5 – Distância percorrida e deslocamento de uma partícula.



Fonte: Próprio autor, 2018.

A distância percorrida pode ser igual ao deslocamento, como no primeiro caso discutido. Assim como será o caso para um movimento em uma direção sempre no mesmo sentido, é o caso do movimento no experimento deste trabalho (um carrinho que desce um plano inclinado ao ser solto na parte mais alta do plano em questão). A distância percorrida é uma grandeza escalar onde as únicas coisas que importam são o valor numérico da distância entre os pontos inicial e final e a respectiva unidade de medida.

O deslocamento é uma grandeza vetorial. Ao determinarmos o deslocamento seguindo nossa definição, obtemos um valor para a distância percorrida juntamente com um sinal para movimentos em uma direção ou sinal oposto para movimentos na direção contrária, considerando um mesmo referencial descrevendo movimentos unidimensionais que ocorrem sempre na mesma direção.

2.2.4 Velocidade média

Antes de Galileu Galilei as pessoas já descreviam movimentos dos objetos como lento ou rápido, porém esta é uma definição muito vaga. Então, Galileu definiu rapidez como a distância percorrida por unidade de tempo (HEWITT, 2011).

$$\text{rapidez} = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{intervalo de tempo}} \quad \text{Eq.3}$$

Hoje, o conceito de rapidez de Galileu é conhecido como velocidade escalar média, podendo ser reescrita como sendo a razão entre a variação da posição e a variação ou intervalo de tempo entre dois instantes, ou seja,

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{Eq.4}$$

Segundo Hewitt (2011), quando a rapidez e a orientação do movimento são conhecidas teremos o que chamamos de velocidade vetorial. Assim sendo, a velocidade escalar está relacionada com a distância percorrida e a velocidade vetorial está relacionada com o deslocamento.

Para o experimento que iremos mostrar mais além, a velocidade escalar média e a velocidade vetorial média são em módulo iguais, pois o carrinho ao descer o plano inclinado anda sempre na mesma direção e sempre no mesmo sentido, portanto a distância percorrida e o deslocamento são, em módulo, os mesmos. Deste modo, os sinais positivo e negativo da velocidade indicam se o carrinho se move no sentido do referencial ou no sentido oposto.

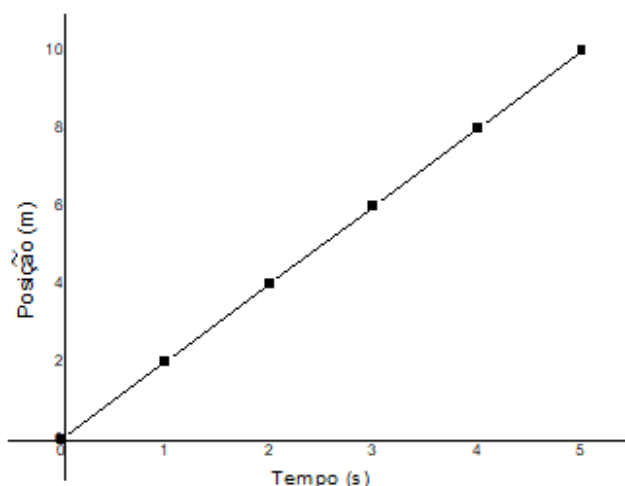
2.2.5 Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

Um objeto que não sofre ação de forças ou que a soma de todas as forças sobre ele seja nula pode, em relação a um determinado referencial, estar em repouso ou mover-se em linha reta com velocidade constante. Nesta seção estamos interessados em descrever o segundo caso. Classificamos esse movimento como movimento retilíneo uniforme ou simplesmente MRU.

O gráfico a seguir ilustra um exemplo possível de MRU onde podemos perceber que um corpo partindo da origem no instante $t = 0 \text{ s}$ se movimenta de forma constante, onde a cada 1 s ele aumenta sua posição em 2 m . Isso acontece durante o movimento inteiro de forma constante. Sendo assim, a velocidade média para este carrinho é igual a 2 m/s considerando-se quaisquer dois intervalos de tempo arbitrários, pois a cada segundo ele aumenta sua posição em 2 m em relação

ao segundo anterior. Podemos concluir então que, a velocidade instantânea para qualquer instante considerado tem o mesmo valor, pois a velocidade é constante. Dizemos nesta situação que a posição está em proporção direta com o tempo.

Figura 6 – Gráfico do tempo x posição.



Fonte: Próprio autor, 2018.

A medição do espaço pode ser obtida de acordo com equações que envolvam o tempo e as posições. Para equações que relatam situações de movimento, chamamos de função horária da posição. A Eq.5 demonstra de maneira genérica como é o formato de uma função horária da posição.

$$x(t) = v_0 \cdot t + x_0 \quad \text{Eq.5}$$

Por se tratar de uma função linear onde a variação de x depende apenas de grandezas de grau um, a função horária da posição é, portanto uma função de primeiro grau. Esta equação representa, graficamente, uma reta e sua inclinação dependerá apenas da velocidade inicial do corpo.

2.2.6 Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Uma partícula inicialmente em repouso em relação a um determinado

referencial que passa a sofrer ação de uma força constante em um determinado instante (considerado como $t = 0$) será acelerada na mesma direção da força com aceleração constante. A aceleração mede a rapidez com que a velocidade varia. Essa é a situação do experimento em questão deste trabalho, um carrinho que desce um plano inclinado ao ser solto da parte mais alta do mesmo.

No experimento existe uma componente da força peso atuante na mesma direção do movimento que é devido à interação da massa do carrinho com a massa da Terra. Como a inclinação do plano e a componente da força peso que acelera o carrinho plano abaixo são constantes, a variação da velocidade será constante, ou seja, em iguais intervalos de tempo a velocidade aumenta na mesma proporção. Em outras palavras, dizemos que a velocidade está em proporção direta com o tempo.

O quanto a velocidade muda relacionado ao tempo em que ela levou para mudar é definido como aceleração e pode ser descrita da seguinte forma:

$$a_{(t)} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{Eq.6}$$

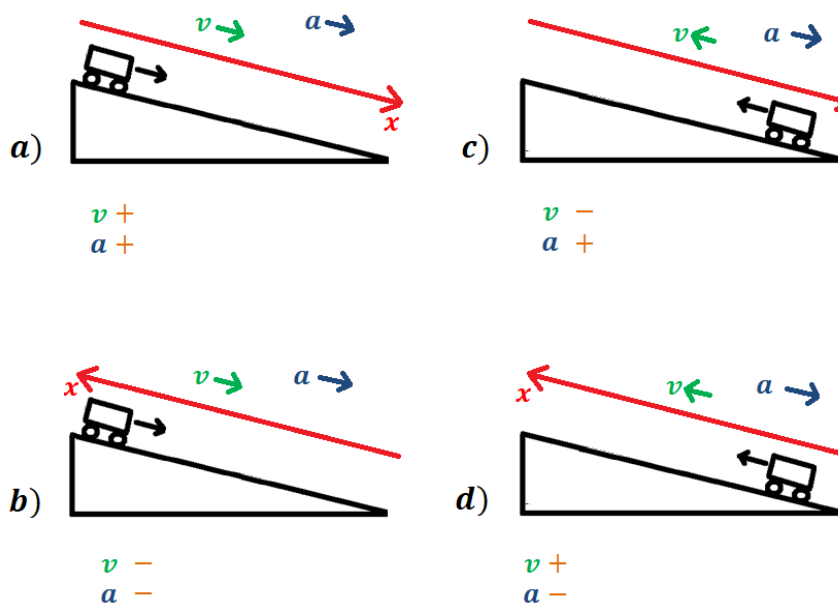
A aceleração, assim como a velocidade e a posição, pode variar de acordo com o tempo. Como visto anteriormente de maneira sucinta, a aceleração para o experimento é constante, pois a aplicação da força peso é constante. Existem casos em que a aplicação de força pode variar por n motivos, mas esse não é nosso caso e por isso discutiremos apenas movimentos com aceleração constante. Neste trabalho não será discutido a fundo as causas dos movimentos, por isso iremos nos restringir apenas na cinemática e deixaremos a dinâmica de lado.

Um movimento com aceleração constante é chamado de Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV), pois a taxa com que sua velocidade varia com o tempo é constante. Em um MRUV a velocidade em cada instante é diferente do instante anterior, quando tivermos uma aceleração igual a zero, teremos assim um movimento retilíneo uniforme. Ainda, a aceleração constante significa que em qualquer instante do movimento a aceleração será a mesma, ou seja, a aceleração média é igual a aceleração instantânea.

A aceleração, assim como a velocidade, pode ser tanto positiva quanto

negativa. Para saber se a situação de um corpo é acelerado ou retardado, precisamos fazer uma análise seguindo o movimento do corpo.

Figura 7 – Análise de movimentos acelerados e desacelerados.



Fonte: Próprio autor, 2018.

A Figura 7 demonstra como as variáveis velocidade e aceleração são representadas no movimento de um carrinho em um plano inclinado segundo o referencial. No exemplo, para as figuras 7a) e 7b) o movimento é acelerado, pois a aceleração, e, portanto a força, aponta no mesmo sentido da velocidade do carrinho fazendo com que a velocidade do carrinho aumente em módulo.

Na figura 7a) o referencial está na mesma direção da aceleração e da velocidade e por isso tanto a velocidade, quanto a aceleração são positivas. Na situação b) o referencial é colocado de maneira inversa ao exemplo anterior e a aceleração e a velocidade do carrinho vão contra ao referencial e, por isso, tanto a aceleração quanto a velocidade são negativas.

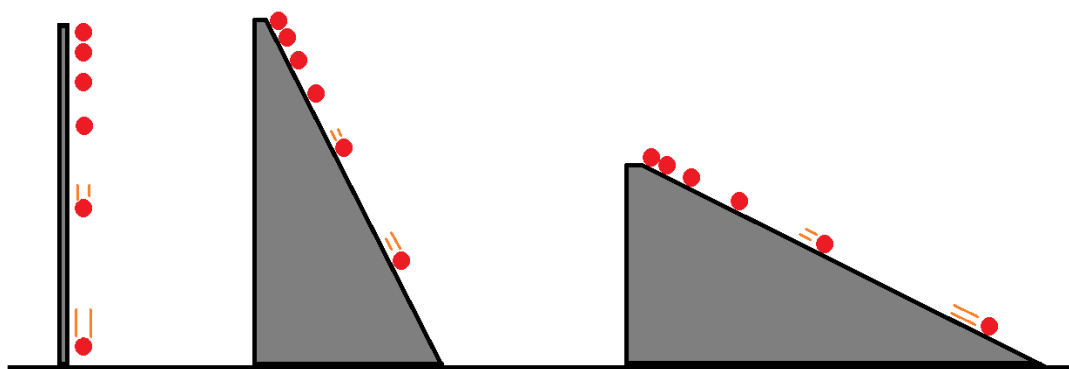
Nas figuras 7c) e 7d) um impulso é dado ao carrinho para que ele tenha uma velocidade inicial para subir o plano inclinado. Como a aceleração e as forças nestes casos apontam no sentido oposto ao da velocidade do carrinho, o movimento é desacelerado, ou seja, a velocidade do carrinho diminui com o tempo até o instante em que o carrinho atinja o ponto mais alto de sua trajetória, invertendo o

sentido do movimento onde teríamos a partir daí novamente as situações *a)* e *b)*. Para o exemplo *c)* o referencial é colocado de forma que o eixo positivo aponte no sentido oposto ao do movimento do carrinho. Como a aceleração está na mesma direção e sentido do referencial, a aceleração é positiva. A velocidade tem direção contrária ao referencial e por isso, a velocidade é negativa. Na última situação demonstrada *d)* o referencial é orientado no sentido do movimento do carrinho. Nesta situação, a velocidade segue o mesmo sentido e direção do referencial e portanto é positiva. Já a aceleração, segue a direção inversa da reta x e por isso seu valor é negativo.

É importante ser feita esta análise, pois isso não significa que um corpo está acelerado ou desacelerado de acordo com o sinal da aceleração. Para o experimento que será demonstrado posteriormente, será utilizado a situação *b)* da Figura 7, e por isso, os valores da velocidade serão negativos.

Estes conceitos foram desenvolvidos por Galileu a partir de experimentos com planos inclinados. Ele percebeu experimentalmente que a velocidade variava sempre do mesmo tanto para intervalos de tempos iguais, como mostrado na Figura 8.

Figura 8 – Planos inclinados.



Fonte: Próprio autor, 2018.

A utilização de planos inclinados possibilitou para Galileu o estudo dos movimentos, pois o valor da componente da força peso na direção do movimento e, portanto da aceleração diminuía conforme a inclinação da rampa diminuía, gerando acelerações mais baixas para ângulos pequenos, possibilitando os estudos dos

movimentos. Assim, a componente máxima de aceleração do objeto era alcançada quando a inclinação da rampa formava um ângulo de 90° , ou seja, quando o objeto estava em queda livre. Galileu concluiu que, independentemente do peso ou tamanho, os objetos “caíam” com a mesma aceleração constante desde que a resistência do ar fosse pequena a ponto de ser desprezada. (HEWITT, 2011)

Assim como o plano inclinado, existem muitos outros exemplos onde a aceleração é constante demonstrados na natureza. Por isso, deduziu-se um conjunto de equações para tratar estes movimentos, relacionando velocidades, posições, aceleração e tempo. Como trataremos apenas de situações onde a aceleração é constante, teremos a Eq.6 sendo rearranjada e se tornando:

$$a_{(t)} = \frac{v_{(t)} - v_0}{t - t_0} \quad \text{Eq.7}$$

onde v_0 é a velocidade inicial do movimento relacionado ao t_0 que geralmente é considerado o instante de início do movimento e portanto $t_0 = 0$, e $v_{(t)}$ é a velocidade em um instante de tempo posterior t . Manipulando a Eq.7 iremos obter a equação horária da velocidade:

$$v_{(t)} = v_0 + a_{(t)} \cdot t \quad \text{Eq.8}$$

Do mesmo modo, podemos manipular a Eq.5 e teremos,

$$v_m = \frac{x_{(t)} - x_0}{t - t_0} \quad \text{Eq.9}$$

ou ainda,

$$x_{(t)} = x_0 + v_m \cdot t \quad \text{Eq.10}$$

onde x_0 é a posição inicial relacionado ao $t_0 = 0$ e v_m é a velocidade média do intervalo de tempo considerado. A v_m pode ser escrita ainda como sendo a média

aritmética entre as velocidades final e inicial de um movimento, para a constante. Portanto, podemos escrever a v_m como sendo,

$$v_m = \frac{v_0 + v_{(t)}}{2} \quad \text{Eq.11}$$

Aplicando a Eq.8 na Eq.11, teremos,

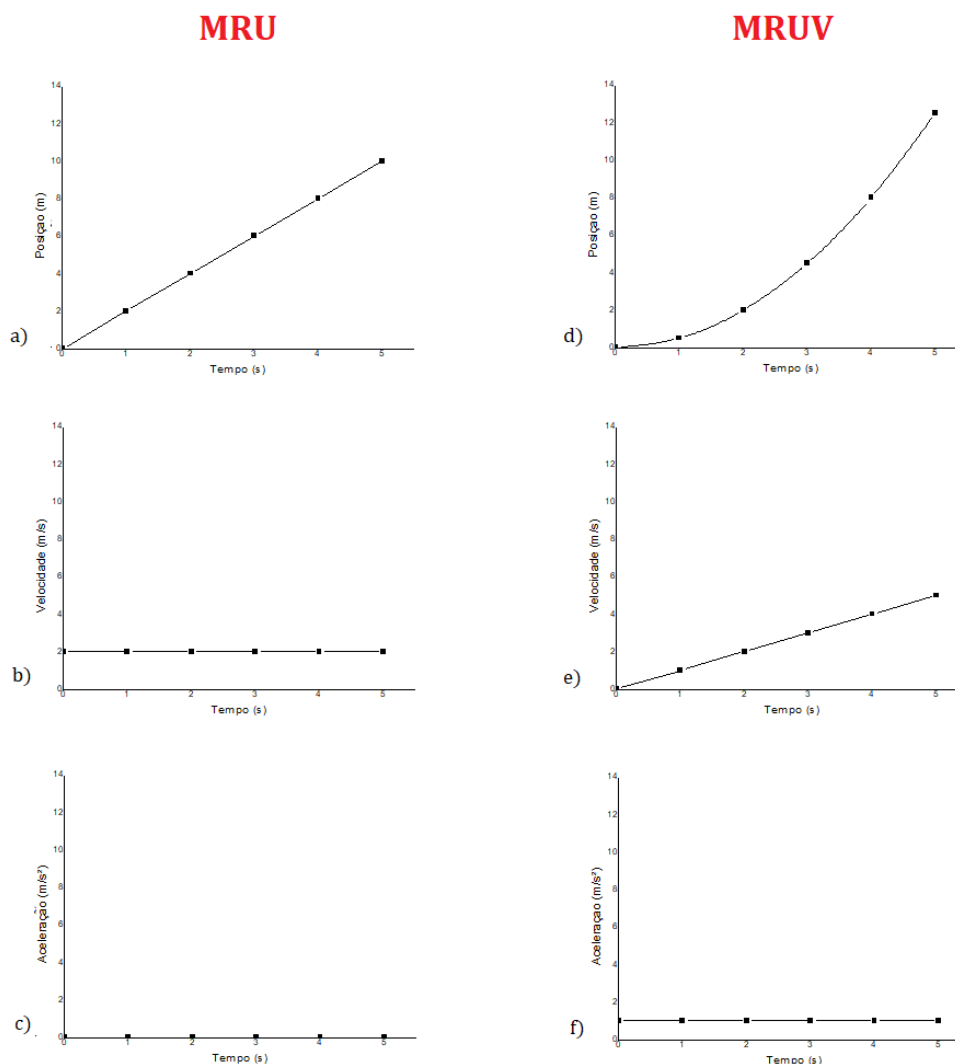
$$v_m = v_0 + \frac{1}{2} \cdot a_{(t)} \cdot t \quad \text{Eq.12}$$

Por fim, substituindo a Eq.12 na Eq.10, obtemos:

$$x_{(t)} = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{(t)} \cdot t^2 \quad \text{Eq.13}$$

As equações Eq.8 e Eq.13 podem ser utilizadas para resolver qualquer problema que envolva movimentos em linha reta com aceleração constante. Casos onde a aceleração não é constante são tratados de forma diferente, não sendo importante a discussão neste trabalho.

Por fim, podemos fazer um comparativo dos movimentos em MRU e MRUV segundo a Figura 9.

Figura 9 – Comparativo de movimentos em MRU e MRUV.

Fonte: Próprio autor, 2018.

A posição em um MRU aumenta/diminui em proporção direta com o tempo durante o movimento de um corpo, já no MRUV a posição aumenta/diminui segundo a equação horária da posição que é uma equação de segundo grau no tempo. No MRU a velocidade é constante, pois a aceleração é igual a zero. Já no MRUV, por possuir uma aceleração constante e diferente de zero a velocidade do corpo aumenta/diminui em proporção direta com o tempo.

2.2.7 Velocidade instantânea

Como visto antes, a velocidade pode variar a uma taxa constante durante o

movimento, isto é, com uma aceleração constante. As grandezas físicas, como a posição, velocidade e aceleração, para a maioria dos movimentos na natureza, estão se alterando a todo o momento.

Para compreender um pouco melhor o conceito de velocidade instantânea e sua definição matemática vamos pensar no seguinte exemplo: uma partícula está se movimentando e descrevendo a função horária $x = t^2 + 10$, e queremos descobrir sua velocidade escalar instantânea no instante $t = 5 \text{ s}$.

Primeiramente vamos dividir esse movimento em diferentes intervalos de tempo e calcular a velocidade média para cada um destes intervalos. Para isso, tomaremos o intervalo entre o instante $t = 5 \text{ s}$ e o instante $t' = 6 \text{ s}$. Aplicando na função horária descrita no problema teremos:

$$\begin{array}{lll} t = 5 \text{ s} & x = (5)^2 + 10 & x = 35 \text{ m} \\ t' = 6 \text{ s} & x = (6)^2 + 10 & x = 46 \text{ m} \end{array}$$

$$\Delta t = 6 - 5 = 1 \text{ s} \qquad \Delta x = 46 - 35 = 11 \text{ m}$$

Aplicando em Eq. 5 teremos,

$$v_{m1} = \frac{11}{1} = 11 \text{ m/s}$$

Mantendo o $t = 5 \text{ s}$ e diminuindo o instante t_2 para $t' = 5,5 \text{ s}$ teremos:

$$\begin{array}{lll} t = 5 \text{ s} & x = (5)^2 + 10 & x = 35 \text{ m} \\ t' = 5,5 \text{ s} & x = (5,5)^2 + 10 & x = 40,25 \text{ m} \end{array}$$

$$\Delta t = 5,5 - 5 = 0,5 \text{ s} \qquad \Delta x = 40,25 - 35 = 5,25 \text{ m}$$

$$v_{m1} = \frac{5,25}{0,5} = 10,5 \text{ m/s}$$

Mantendo o $t = 5 \text{ s}$ e diminuindo o instante t_3 para $t' = 5,1 \text{ s}$ teremos:

$$\begin{array}{lll} t = 5 \text{ s} & x = (5)^2 + 10 & x = 35 \text{ m} \\ t' = 5,1 \text{ s} & x = (5,1)^2 + 10 & x = 36,01 \text{ m} \end{array}$$

$$\Delta t = 5,1 - 5 = 0,1 \text{ s} \qquad \Delta x = 36,01 - 35 = 1,01 \text{ m}$$

$$v_{m1} = \frac{1,01}{0,1} = 10,1 \text{ m/s}$$

Mantendo o $t = 5 \text{ s}$ e diminuindo ainda mais o instante t_4 para $t' = 5,01 \text{ s}$ teremos:

$$\begin{array}{lll} t = 5 \text{ s} & x = (5)^2 + 10 & x = 35 \text{ m} \\ t' = 5,01 \text{ s} & x = (5,01)^2 + 10 & x = 35,1001 \text{ m} \end{array}$$

$$\Delta t = 5,01 - 5 = 0,01 \text{ s} \qquad \Delta x = 35,1001 - 35 = 0,1001 \text{ m}$$

$$v_{m1} = \frac{0,1001}{0,01} = 10,01 \text{ m/s}$$

Mantendo o $t = 5 \text{ s}$ e diminuindo o instante t_5 para $t' = 5,001 \text{ s}$ teremos:

$$\begin{array}{lll} t = 5 \text{ s} & x = (5)^2 + 10 & x = 35 \text{ m} \\ t' = 5,001 \text{ s} & x = (5,001)^2 + 10 & x = 35,010001 \text{ m} \end{array}$$

$$\Delta t = 5,001 - 5 = 0,001 \text{ s} \qquad \Delta x = 35,010001 - 35 = 0,010001 \text{ m}$$

$$v_{m1} = \frac{0,010001}{0,001} = 10,001 \text{ m/s}$$

Mantendo o $t = 5 \text{ s}$ e diminuindo o instante t_6 para $t' = 5,0001 \text{ s}$ teremos:

$$\begin{array}{lll}
 t = 5 \text{ s} & x = (5)^2 + 10 & x = 35 \text{ m} \\
 t' = 5,0001 \text{ s} & x = (5,0001)^2 + 10 & x = 35,00100001 \text{ m}
 \end{array}$$

$$\Delta t = 5,0001 - 5 = 0,0001 \text{ s} \quad \Delta x = 35,00100001 - 35 = 0,00100001 \text{ m}$$

$$v_{m1} = \frac{0,00100001}{0,0001} = 10,0001 \text{ m/s}$$

Podemos perceber que quanto mais diminuirmos o intervalo de tempo entre o tempo t e o t' o valor para a v_m estará tendendo para um valor que para este exemplo é 10 m/s . Quando fazemos este processo de tentar deixar t' mais próximo de t , dizemos que estamos fazendo t' tender ao valor de t . Fazendo isso, estamos deixando a variação de tempo entre eles cada vez menor, ou seja, Δt está ficando cada vez mais próximo de 0.

O deslocamento por ser uma variável dependente também varia de acordo com o tempo. Quanto mais próximo a 0 s vai ficando a variação do tempo, mais próximo de 0 vai ficando o Δx . Entretanto, a taxa com que o Δt e o Δx diminuem não é a mesma e por isso o quociente dessas variáveis não é necessariamente 1. A princípio, esta taxa pode assumir qualquer valor dependendo do tipo de movimento considerado, sendo a velocidade instantânea para o objeto.

Sendo assim podemos definir a velocidade instantânea como sendo o limite para o qual o quociente $\Delta x / \Delta t$ está tendendo quando fazemos $\Delta t \rightarrow 0$, em outras palavras:

$$v_{\text{instantânea}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{Eq.14}$$

Esta equação é uma das bases para a introdução do Cálculo diferencial e pode ser testada experimentalmente. Esta equação e outras obtidas a partir dela são utilizadas no dia a dia e possuem diversas aplicações na matemática, física e engenharia.

2.3 Erros experimentais

Estudos quantitativos intrinsecamente fazem parte das ciências experimentais. Esses estudos se dão através de medidas de valores de grandezas relacionadas à propriedades do sistema a ser estudado. Podemos classificar os erros experimentais em 3 classes:

- a) Erro de escala – é o erro máximo aceitável cometido pelo operador, devido ao limite de resolução da escala do instrumento de medida;
- b) Erro sistemático – é aquele que resulta de uma descalibração do equipamento que não varia durante a medida. Descobrimos seu valor é possível compensá-lo;
- c) Erro aleatório – é aquele que decorre de perturbações estatísticas imprevisíveis, ocorrendo, portanto, em qualquer sentido. Os erros aleatórios não seguem uma regra definida. Assim não se pode evitá-los, compensá-los ou estimá-los. (PIACENTINI, 2003)

O erro em uma medida é a soma dessas três parcelas. No caso desse trabalho desconsideraremos as parcelas *b*) e *c*) e estimaremos apenas a parcela *a*). O erro de escala sempre existe, por mais sofisticado e preciso que um equipamento de medida possa ser. Discutiremos esse tipo de erro e como fazer para estimá-lo na próxima subseção 2.3.1. Na subseção 2.3.2 discutiremos as regras para estimar propagação de erros quando são realizadas operações com medidas onde cada medida possui seu respectivo erro de escala.

“O grau de sofisticação e/ou de precisão do aparelho utilizado não livra o operador da existência de erros ao realizar a medida. Por essa razão, os dados experimentais devem ser acompanhados de um posterior tratamento matemático que permita uma avaliação da confiabilidade dos resultados, isto é, o quanto eles estão corretos, são aceitáveis ou mesmo infundados.” (PIACENTINI et al, 2003)

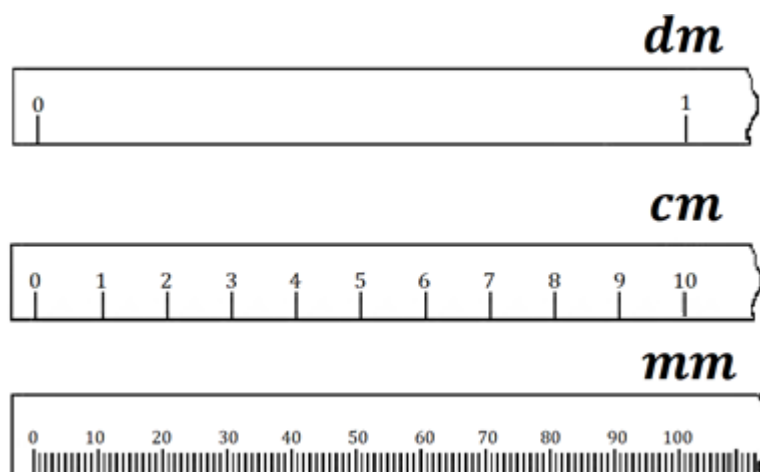
Os erros de medida podem ser causados por diversos fatores, como a imperfeição de aparelhos de medidas, ou até mesmo por questões dos sentidos do experimentador (visão, audição, etc.). É importante que seja repetido o mesmo experimento várias vezes para perceber se o erro ocorre de forma sistemática ou

acidental. Os erros podem ser tratados seguindo a teoria de probabilidades, ou ainda, serem trabalhados de forma a se obter a precisão desejada para o experimento.

2.3.1 Erro de escala

Primeiramente, é importante sabermos que todos os aparatos utilizados em experimentos possuem uma precisão e juntamente com ela uma incerteza. A incerteza é o valor que pode ser adicionado ao valor da medida para mais ou para menos e o valor verdadeiro estará dentro dessa margem. A Figura 10 mostra três réguas de mesmo tamanho, porém com escalas diferentes.

Figura 10 – Réguas de diferentes escalas.



Fonte: Próprio autor, 2018.

A primeira régua mostra a escala em decímetro, ou seja, sua precisão não deve ser muito melhor que a escala da régua. A segunda régua possui uma escala mais precisa e podemos dizer que possui uma precisão mais apurada que a primeira régua, sendo que o valor final da medida não deve conter valores menores que a escala (de fato, em instrumentos analógicos, como é o caso da régua, o experimentador pode "dar um chute" e acrescentar um algarismo a mais avaliando a última casa e acrescentado o erro de escala que será discutido a seguir). Já a terceira régua, possui uma escala de milímetros e é a que tem a melhor apuração de todas.

Se medirmos algum objeto com as réguas acima jamais poderemos medir com certeza um valor mais apurado que milímetros. Se dissermos que o objeto medido com uma das réguas acima possui $10,1234\text{ cm}$ estaremos colocando uma precisão maior do que as réguas possuem, e isso não teria sentido. De modo geral, as medidas apresentadas em um experimento devem ser compostas por algarismos que se tem certeza e se pode medir com precisão e um único algarismo duvidoso, relacionado com a precisão na medida. Esses algarismos são conhecidos como algarismos significativos da medida.

O instrumento citado acima é um instrumento analógico, onde o experimentador consegue dar um “chute” no último valor da medida. Existem instrumentos digitais em que esse “chute” não é possível. A Figura 11 e Figura 12 mostram dois termômetros, um analógico e um digital, respectivamente. Para o termômetro analógico, podemos dizer que a temperatura marcada está em torno de $36,85\text{ }^{\circ}\text{C}$. A imprecisão deste instrumento está no último algarismo e por isso consideramos o erro de escala de um instrumento analógico a menor divisão de escala dividida por dois, ou seja, $\pm 0,05\text{ }^{\circ}\text{C}$ para este caso. O valor da temperatura medido por este termômetro é, portanto, $T = (36,85 \pm 0,05)\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Figura 11 – Termômetro analógico.



Fonte: Próprio autor, 2018.

Para o termômetro digital (Figura 12), é fornecido o valor de temperatura de $36,8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Mesmo demonstrando este valor, o instrumento digital também possui um erro de escala e para isso podemos considerar o erro de escala como sendo a menor divisão de escala do instrumento. Com isso, a temperatura demonstrada pelo termômetro digital é igual a $T = (36,8 \pm 0,1)\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Figura 12 – Termômetro digital.



Fonte: Ecosto, 2018. Disponível em: <https://www.ecosto.fi/catalogue/omron-flex-temp-smart-kuumemittari_22424/>

2.3.2 Erro propagado

Outro fator que poderá causar problemas nos dados do experimento é a propagação de erros durante os cálculos. Quando efetuamos operações entre medidas, onde cada medida carrega seu respectivo erro de escala, obtemos uma imprecisão resultante chamada de erro propagado.

Existem vários métodos na literatura para tratarmos a propagação de erros e para cada uma das operações básicas temos fórmulas de recorrência para obtenção do erro propagado, ou seja, se está sendo feita uma adição, uma subtração, uma multiplicação ou uma divisão, por exemplo.

Segundo o Departamento de Física da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra (FCTUC) (2010), o erro relativo do quociente é inferior a soma dos erros relativos das parcelas. E a regra básica de laboratório para o tratamento de dados envolvendo divisões é tido como sendo:

$$\left(\frac{\sigma_F}{F}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_G}{G}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_H}{H}\right)^2 \quad \text{Eq.15}$$

Ou ainda,

$$\sigma_F = F^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_G}{G}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_H}{H}\right)^2} \quad \text{Eq.16}$$

sendo σ_F o resultado do erro propagado, F o resultado do quociente entre as grandezas físicas G e H , e σ_G e σ_H sendo a precisão das medidas das grandezas G e H envolvidas no experimento. Este será o critério de propagação de erros que será utilizado no tratamento de dados do experimento.

Ainda, segundo a FCTUC (2010) para uma função simples do tipo $F = G + 2 \cdot H$, onde G e H são medidas independentes, pode-se recorrer à expressão geral para o cálculo do erro σ_F da seguinte forma:

$$(\sigma_F)^2 = \left(\frac{\partial F}{\partial G} \cdot \sigma_G \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial H} \cdot \sigma_H \right)^2 \quad \text{Eq.17}$$

O erro terá apenas um algarismo significativo e critérios de arredondamento serão utilizados para cumprir essa exigência. O valor do quociente entre as medidas será expresso com o mesmo número de casas decimais que o erro propagado.

2.4 Sensores

Podemos perceber que vivemos cercados por sistemas que tendem a facilitar a vida do ser humano. Com esse intuito, criamos aparelhos capazes de captar informações do meio ambiente e transformar em algo útil. Um grande exemplo desses dispositivos que será utilizado neste trabalho são os sensores.

Sensor é o termo empregado para designar dispositivos sensíveis a alguma forma de energia do ambiente que pode ser luminosa, térmica, cinética, relacionando informações sobre uma grandeza física que precisa ser mensurada, como: temperatura, pressão, velocidade, corrente, aceleração, posição, etc. (WENDLING, 2010).

Ainda, os sensores podem ser conhecidos como um tipo de transdutor, componente que transforma um tipo de energia em outra. Um motor de carro, por exemplo, pode ser considerado um transdutor, mas, não um sensor, pois converte energia química (queima de combustível) em energia mecânica. Outro exemplo é o autofalante de um carro, ele transforma energia elétrica em som. Entretanto, os

sensores são um tipo específico de transdutor que transformam algum tipo de energia do meio ambiente em energia elétrica.

Um bom exemplo de utilização de sensores para a velocidade instantânea são os utilizados em balanças eletrônicas de velocidade. Este aparelho utiliza, geralmente, três sensores magnéticos. Quando um carro passa pelo primeiro sensor, ele interfere no campo eletromagnético, disparando assim um cronômetro. Ao perturbar o campo eletromagnético do segundo sensor, o cronômetro é parado. Este tempo que o cronômetro irá marcar juntamente com a distância entre os sensores consegue-se fazer o cálculo da velocidade instantânea aproximada do automóvel.

O terceiro sensor é necessário para fazer uma revisão da velocidade do carro, para se confirmar o primeiro resultado. O terceiro sensor funciona do mesmo modo que o primeiro e segundo sensor.

Por se tratar de uma distância e de um intervalo de tempo muito pequeno, a velocidade abordada na balança eletrônica é tida como sendo, com boa precisão, a velocidade instantânea do veículo naquele momento.

3 METODOLOGIA

A metodologia do trabalho pode ser dividida em três subseções. As subseções 3.1 Materiais, 3.2 Montagem do Aparato Experimental e 3.3 Coleta de Dados estão ligadas inteiramente com a produção e execução do experimento.

O experimento foi desenvolvido no laboratório de Física do IFSC na cidade de Araranguá. O local foi escolhido pelo fato de ser um ambiente utilizado para a realização de atividades experimentais do curso de Física do campus.

A primeira parte do trabalho foi a montagem do aparato experimental. Após a montagem, foi feita a calibração do sensor com o aparato experimental e em seguida foi realizada a coleta de dados. A seguir, serão demonstradas as subseções com mais detalhes.

3.1 Materiais

Os materiais a serem utilizados no experimento estão listados na Tab.1. Estes materiais foram escolhidos por serem encontrados de maneira relativamente fácil em laboratórios de Física.

Tabela 1 – Materiais necessários para a realização do experimento.

Materiais utilizados
1 Plano madeira de 2 m
1 Transferidor
Apoio de madeira
1 Carrinho de teste com pesos
1 Pedaco de papel
1 Sensor ultrassônico Go!™ Motion
1 Computador

Fonte: Próprio autor, 2018.

A seguir, será apresentada uma pequena ficha técnica dos materiais utilizados.

3.1.1 Plano de madeira

O experimento foi realizado sob um plano de madeira feito de itaúba nas seguintes medidas: $200\text{ cm} \times 9\text{ cm} \times 3\text{ cm}$, como mostra a Figura 13. A grande vantagem da utilização da madeira para a construção do plano é que ela é relativamente resistente a choques físicos sem que haja deformação permanente.

Figura 13 – Régua de madeira Itaúba de 2 m.



Fonte: Próprio autor, 2018.

3.1.2 Transferidor e apoios de madeira ou livros

Para que consigamos fazer um plano inclinado com a régua de madeira, precisaremos que uma das pontas desta régua esteja mais alta que a outra. Para fazer isso, utilizamos um apoio feito com madeira.

O transferidor será utilizado para medirmos o ângulo com que a rampa irá ficar. Para este experimento, utilizaremos um ângulo pequeno de 2° . A altura que uma das extremidades da régua deve ter para que o plano possua 2° de inclinação pode ser encontrada seguindo a relação trigonométrica dos senos:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} , \quad \text{Eq.18}$$

sendo que θ é o ângulo de inclinação, a hipotenusa é o comprimento da régua e o cateto oposto é a altura que queremos descobrir.

Após serem feitos vários testes em laboratório, chegou-se ao valor de 2° como sendo o ângulo adequado para o experimento. Este ângulo é necessário para que a velocidade a ser determinada do carrinho não seja muito grande, possibilitando estimar a velocidade instantânea a partir de sucessivos cálculos de velocidades médias para intervalos cada vez menores. Para velocidades grandes, teríamos uma variação considerável na velocidade mesmo para os dois menores intervalos de tempo possíveis de serem medidos e o objetivo de induzir os alunos a perceberem que a velocidade tende a um valor poderia estar comprometido e a atividade perderia valor didático.

Ângulos menores do que o utilizado geravam valores de velocidade média próximos para mais de dois dos cinco intervalos medidos, o que também não consideramos ideal para fins didáticos no sentido de convencer os estudantes sobre a tendência ao valor limite. Além disto, ângulos pequenos se mostraram ruins para o ajuste da curva dado pelo *software* e se afastavam de uma parábola, curva característica do MRUV, em relação à curva obtida com o ângulo de 2° . Variando o ângulo chegou-se a uma configuração ideal para o objetivo didático.

3.1.3 Carrinho de testes com peso

Para a realização do experimento, precisaremos utilizar um carrinho de testes. Por questões de estabilidade, colocamos pesos no carrinho de testes. Estes pesos farão com que o carrinho não trepide durante o movimento e não mude sua rota, além de fazer com que o carrinho ganhe uma velocidade adequada para a proposta didática.

Outro fator que deve ser acoplado no carrinho é um anteparo. A maioria dos sensores ultrassônicos funciona escutando o eco gerado pelo objeto a qual ele está querendo localizar. Para que isso aconteça, é preciso que o objeto seja grande o suficiente para refletir a onda sonora gerada pelo sensor. Como a parte frontal do carrinho não é grande suficiente para refletir a onda sonora precisaremos colocar um anteparo na extremidade frontal.

A Figura 14 mostra o carrinho de testes pronto para a realização da atividade experimental,

Figura 14 – Carrinho de testes com pesos e anteparo.



Fonte: Próprio autor, 2018.

3.1.4 Sensor ultrassônico Go!™Motion

Para o aparato experimental que será demonstrado neste trabalho, foi utilizado o sensor o Go!™Motion da empresa Vernier (Figura 15). Este dispositivo e suas especificações podem ser encontrados no website <www.vernier.com>.

Figura 15 – Sensor ultrassônico Go!™Motion.



Fonte: Próprio autor, 2018.

O sensor Go!™ Motion funciona emitindo ondas ultrassônicas em forma de cone com uma abertura de 15 a 20° do eixo central do feixe. Em seguida, o sensor “escuta” o eco do feixe que retorna a ele e faz o cálculo da distância levando em consideração o tempo que o feixe levou para ir e voltar. Para fazer o cálculo da distância do objeto mais próximo o sensor leva ainda em consideração a velocidade de propagação do som no ar. O ajuste da velocidade do som do ambiente é feito pelo próprio sensor, utilizando a temperatura e a pressão do ambiente. O objeto cuja distância pretendemos medir deve produzir um eco “grande” o suficiente para “ser escutado” pelo sensor.

A captação dos dados feita pelo sensor abrange uma distância mínima de 15 *cm* e uma máxima de 6 *m*. Qualquer valor fora deste alcance é descartado pelo sensor. Segundo o site da empresa Vernier, a sensibilidade do sensor aumenta automaticamente em etapas, pois quanto mais distante o objeto, mais fraco ficará o eco. A precisão do sensor é de 1 *mm*.

A quantidade ou a frequência de sinais que serão emitidos para os cálculos das posições do objeto podem ser escolhidos diretamente no *software*. A frequência máxima de captura do sensor Go!™ Motion é de 50 *capturas/segundo*, ou seja, uma captura a cada 0,02 *segundos*. Como queremos a maior gama de dados possível, iremos utilizar a quantidade de captura máxima do sensor. Este é o intervalo de tempo mínimo que o sensor precisa entre um sinal e outro e não a precisão de medida de tempo em que o sinal foi emitido e voltou. O sensor e *software* sempre indicarão a posição do objeto relacionado a estes valores de tempo de emissão do sinal.

Em contato com a empresa Vernier, a informação dada é que a precisão do tempo em que leva o sinal para ir e voltar de um objeto está ligada diretamente com a velocidade do som no ar pré-estabelecida no sistema do sensor seguindo alguns critérios como a temperatura e pressão do ambiente. A frequência do sinal ultrassônico também altera seguindo a temperatura e pressão.

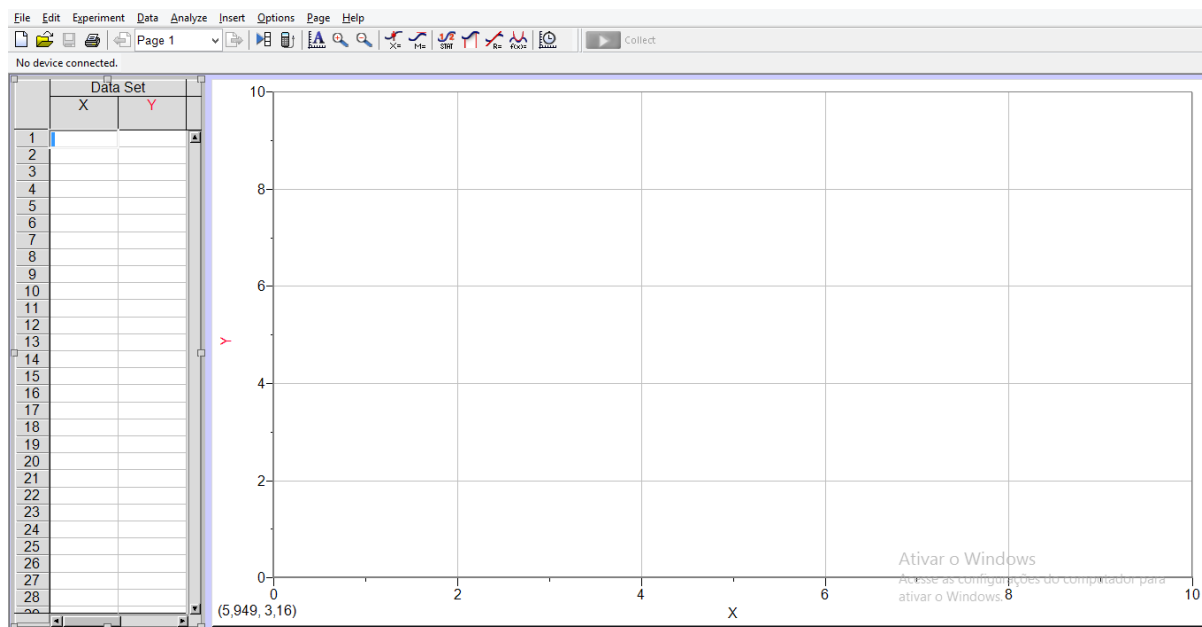
3.1.5 Computador

O computador terá papel fundamental no experimento. É com ele que iremos utilizar o *software* responsável pela captura de dados. Partes das análises feitas dependem também deste dispositivo.

A utilização do *software* é importante para a captura e análise de dados. Para isso, utilizamos o *software Logger Pro 3 Demo*, que pode ser encontrado no mesmo website do sensor mencionado anteriormente. Este *software* possui diferentes versões que se adaptam de acordo com o computador e Sistema Operacional (SO) utilizado. Em geral, os *softwares* não necessitam de um computador potente.

O *Logger Pro 3 Demo* é uma versão gratuita por 30 dias da versão *premium* do *software*, possuindo todas as funções que a versão paga possui. Este *software* faz a captura e diversas análises de dados. A interface gráfica está demonstrada na Figura 16.

Figura 16 – Interface gráfica do *Logger Pro 3 Demo*.



Fonte: Próprio autor, 2018.

Para a análise de dados, além do *Logger Pro 3 Demo* foi utilizado o *software Origin 8*. Neste caso, utilizamos o *Origin 8* para fazer as análises afim de comparar

os coeficientes obtidos. Porém, o *Origin 8* não realiza a captura dos dados, apenas os analisa.

3.2 Montagem do Aparato Experimental

Para montar o aparato experimental, foi utilizado a régua de madeira de 2 m de comprimento no intuito de utilizar ela como um plano. Partindo deste plano de madeira, utilizamos o transferidor e um apoio para fazer nosso plano inclinado. Em uma das pontas da base do plano de madeira colocaremos o apoio de modo que uma das extremidades fique mais alta do que a outra (Figura 17). Com o auxílio do transferidor, medimos a inclinação do plano de modo a ficar com o ângulo de 2° . O ângulo gerado pela diferença de altura fará com que o carrinho, ao ser solto, se desloque da ponta mais alta para a mais baixa com aceleração constante conforme discutido na seção 2.2.6.

Figura 17 – Plano inclinado de madeira com apoios.

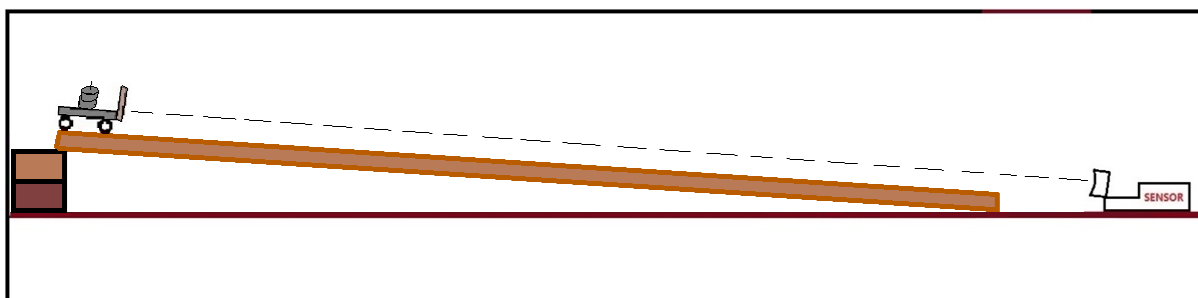


Fonte: Próprio autor, 2018.

Como mencionado anteriormente, o carrinho foi colocado no plano inclinado na parte mais alta, de onde o mesmo foi solto sem que houvesse impulso inicial algum. É importante que não haja a aplicação de forças no instante inicial porque isso pode interferir nos dados e no ajuste da equação feito pelo *software* a partir dos dados realizado posteriormente.

O próximo passo é ajustar o sensor ultrassônico de forma que ele fique alinhado com o plano inclinado, como mostra a Figura 18. Lembrando que o sensor deve ser posicionado com uma distância mínima de 15 cm da extremidade mais baixa do plano inclinado, caso contrário o sensor não conseguirá captar o eco.

Figura 18 – Experimento montado (fora de escala).



Fonte: Próprio autor, 2018.

Como último passo na montagem do experimento, devemos plugar o sensor ao computador e executar o *software* para coleta de dados.

3.3 Coleta de Dados

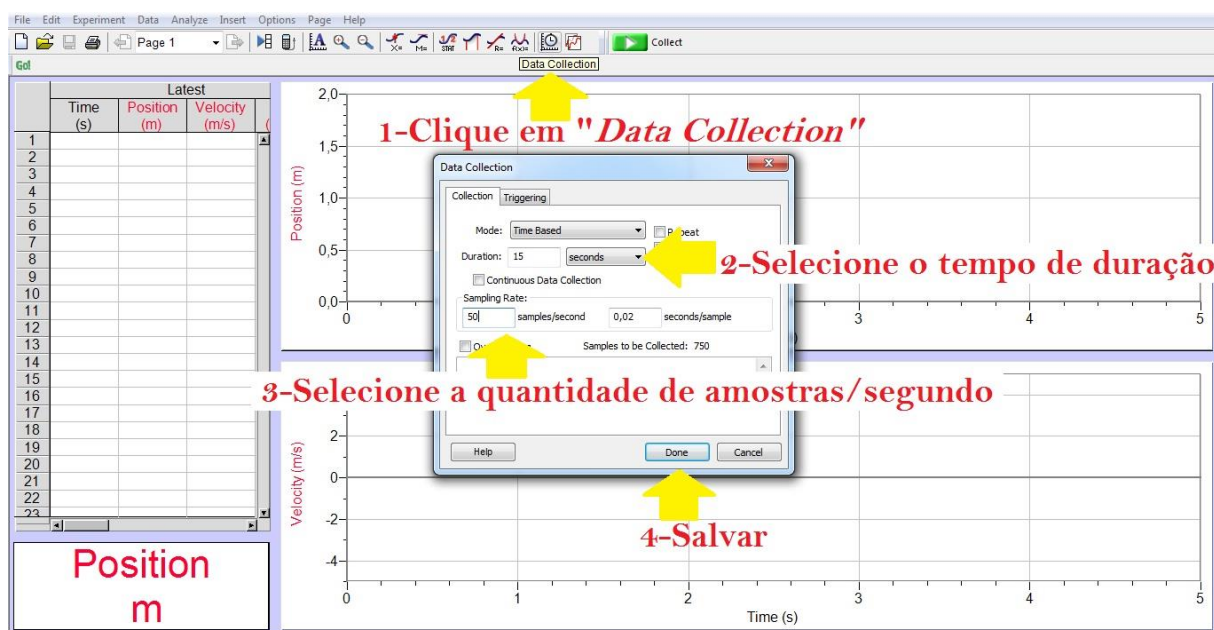
Como mencionado anteriormente, a captura de dados do experimento pode ser feita utilizando *softwares* compatíveis com o sensor *Go!™ Motion*. A versão gratuita disponibilizada pela empresa Vernier, o *Logger Lite*, é deficiente em recursos para o processamento e análise de dados do experimento. Essa versão pode ser utilizada para a captura do movimento e obtenção dos dados e posteriormente ser usado outro *software* para o processamento e análise desses dados, como por exemplo, o *Origin 8*. Este processo pode ser feito facilmente, porém deve ser escolhida uma extensão do arquivo a serem salvos compatíveis entre os dois *softwares*.

Para o ensaio experimental realizado, para que fosse possível ser demonstrada as análises, utilizamos o *software Logger Pro 3 Demo*. Porém, a versão do *Origin 8* também foi utilizada para comparação de dados e coeficientes obtidos com o ensaio experimental. Ambos os aplicativos se saíram muito bem e os coeficientes foram muito próximos.

Após a montagem do aparato experimental, conectamos o sensor via USB de um computador e executamos o aplicativo *Logger Pro 3 Demo*. A interface gráfica do programa é repleta de recursos e apenas alguns deles explicados a seguir foram utilizados (Figura 16).

Antes de dar início ao experimento é importante configurar o *software* e definir a duração de captura e a quantidade de amostras que serão coletadas por segundo. Estas duas variáveis são configuráveis partindo do mesmo ponto do aplicativo. Primeiramente, deve-se clicar no ícone “*Data Collection*” e seguir os passos demonstrados na Figura 19 em ordem cronológica.

Figura 19 – Definindo a duração e a quantidade de amostras de captura.

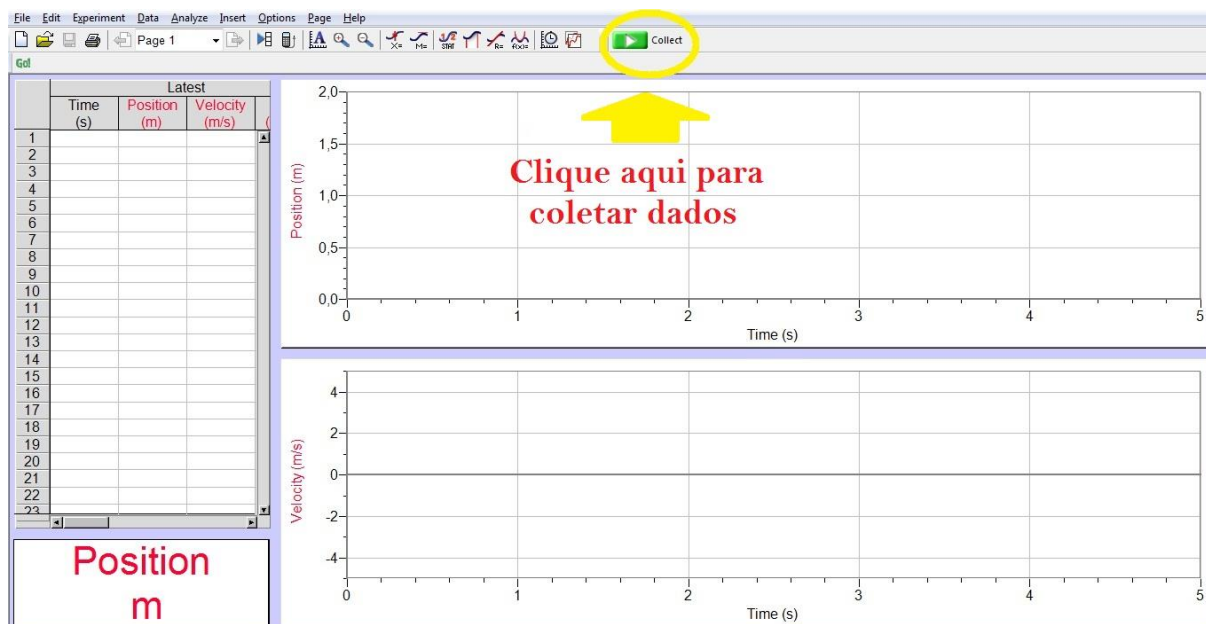


Fonte: Próprio autor, 2018.

O tempo de duração de captura de dados é importante para que o experimento não seja interrompido. Por este motivo, deve-se escolher um tempo necessário para a reprodução do experimento adicionando um tempo extra. Para o experimento demonstrado, selecionamos o tempo de forma contínua para que se fosse possível executar o ensaio experimental sem interrupções.

Para dar início a leitura feita pelo sensor, clicamos no ícone mostrado na Figura 20. Ao clicar no ícone, o sensor iniciará a leitura de tudo que está em sua frente e por isso devem-se fazer alguns testes antes do experimento real para que o sensor identifique o carrinho se movimentando e faça a leitura do movimento do mesmo.

Figura 20 – Botão para iniciar a coleta de dados.



Fonte: Próprio autor, 2018.

Após a configuração e a inicialização na captura de dados do *software* deverá ser iniciado também o experimento com o movimento do carrinho no plano inclinado. Para isso, devemos abandonar o carrinho do ponto mais alto do plano inclinado de modo a não aplicarmos nenhum impulso sob o carrinho. A expectativa é que o carrinho desça a rampa aumentando a sua velocidade gradativamente até chegar ao ponto mais baixo e próximo ao sensor.

O *software* gera o gráfico e uma tabela de dados referentes ao movimento do carrinho em tempo real com centenas de pontos que poderão ser analisados.

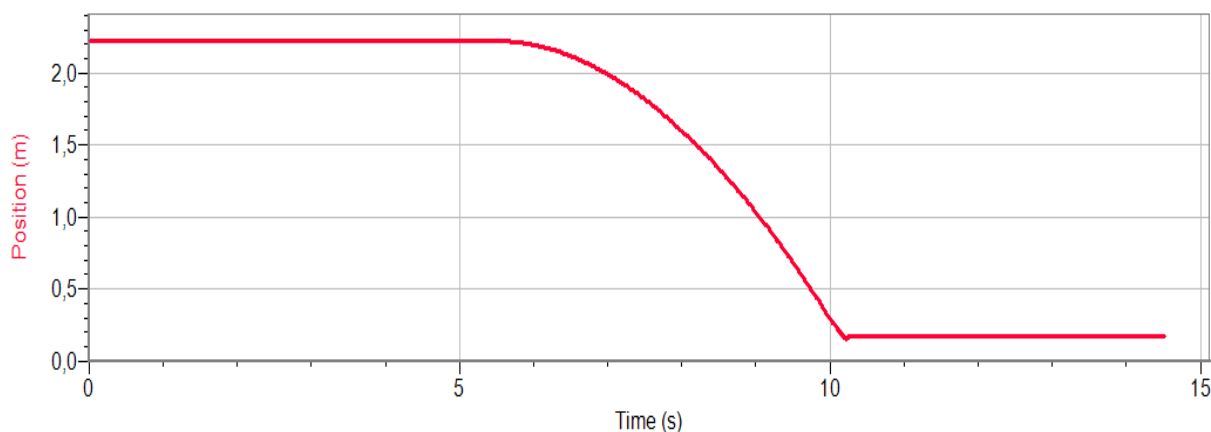
4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Após a montagem do aparato experimental, escolha e configuração do *software*, execução do experimento coleta de dados obtemos uma quantidade de dados relativamente grande que deve ser interpretada. Para esses dados iremos adotar dois procedimentos para a obtenção da velocidade em determinado ponto da trajetória: o cálculo de velocidades médias para intervalos cada vez menores (com o instante final sendo o instante referente à velocidade a ser determinada) e a obtenção da função horária para a velocidade através do ajuste da curva no *software*.

Para elucidar os passos a serem tomados nos procedimentos e análises seguintes será utilizado o Ensaio Experimental montado e mencionado anteriormente.

A Figura 21 mostra o gráfico da *posição × tempo* gerado pelo movimento do carrinho e a Tab. 2 demonstra todos os resultados obtidos a partir deste experimento.

Figura 21 – Gráfico referente aos dados obtidos no ensaio experimental.



Fonte: Próprio autor, 2018.

Tabela 2 – Dados obtidos com o ensaio experimental.

Tempo (s)	Posição(m)	Tempo (s)	Posição(m)	Tempo (s)	Posição(m)
5,44 ± 0,02	2,223 ± 0,001	6,26 ± 0,02	2,163 ± 0,001	7,08 ± 0,02	1,968 ± 0,001
5,46 ± 0,02	2,223 ± 0,001	6,28 ± 0,02	2,160 ± 0,001	7,10 ± 0,02	1,961 ± 0,001
5,48 ± 0,02	2,223 ± 0,001	6,30 ± 0,02	2,157 ± 0,001	7,12 ± 0,02	1,955 ± 0,001
5,50 ± 0,02	2,222 ± 0,001	6,32 ± 0,02	2,153 ± 0,001	7,14 ± 0,02	1,949 ± 0,001
5,52 ± 0,02	2,222 ± 0,001	6,34 ± 0,02	2,150 ± 0,001	7,16 ± 0,02	1,942 ± 0,001
5,54 ± 0,02	2,222 ± 0,001	6,36 ± 0,02	2,147 ± 0,001	7,18 ± 0,02	1,936 ± 0,001
5,56 ± 0,02	2,222 ± 0,001	6,38 ± 0,02	2,141 ± 0,001	7,20 ± 0,02	1,930 ± 0,001
5,58 ± 0,02	2,222 ± 0,001	6,40 ± 0,02	2,140 ± 0,001	7,22 ± 0,02	1,923 ± 0,001
5,60 ± 0,02	2,221 ± 0,001	6,42 ± 0,02	2,134 ± 0,001	7,24 ± 0,02	1,916 ± 0,001
5,62 ± 0,02	2,221 ± 0,001	6,44 ± 0,02	2,130 ± 0,001	7,26 ± 0,02	1,909 ± 0,001
5,64 ± 0,02	2,220 ± 0,001	6,46 ± 0,02	2,126 ± 0,001	7,28 ± 0,02	1,902 ± 0,001
5,66 ± 0,02	2,220 ± 0,001	6,48 ± 0,02	2,122 ± 0,001	7,30 ± 0,02	1,895 ± 0,001
5,68 ± 0,02	2,219 ± 0,001	6,50 ± 0,02	2,119 ± 0,001	7,32 ± 0,02	1,888 ± 0,001
5,70 ± 0,02	2,218 ± 0,001	6,52 ± 0,02	2,114 ± 0,001	7,34 ± 0,02	1,881 ± 0,001
5,72 ± 0,02	2,217 ± 0,001	6,54 ± 0,02	2,110 ± 0,001	7,36 ± 0,02	1,873 ± 0,001
5,74 ± 0,02	2,216 ± 0,001	6,56 ± 0,02	2,106 ± 0,001	7,38 ± 0,02	1,866 ± 0,001
5,76 ± 0,02	2,215 ± 0,001	6,58 ± 0,02	2,102 ± 0,001	7,40 ± 0,02	1,858 ± 0,001
5,78 ± 0,02	2,214 ± 0,001	6,60 ± 0,02	2,097 ± 0,001	7,42 ± 0,02	1,851 ± 0,001
5,80 ± 0,02	2,213 ± 0,001	6,62 ± 0,02	2,093 ± 0,001	7,44 ± 0,02	1,843 ± 0,001
5,82 ± 0,02	2,211 ± 0,001	6,64 ± 0,02	2,088 ± 0,001	7,46 ± 0,02	1,836 ± 0,001
5,84 ± 0,02	2,210 ± 0,001	6,66 ± 0,02	2,083 ± 0,001	7,48 ± 0,02	1,828 ± 0,001
5,86 ± 0,02	2,209 ± 0,001	6,68 ± 0,02	2,078 ± 0,001	7,50 ± 0,02	1,820 ± 0,001
5,88 ± 0,02	2,207 ± 0,001	6,70 ± 0,02	2,074 ± 0,001	7,52 ± 0,02	1,812 ± 0,001
5,90 ± 0,02	2,205 ± 0,001	6,72 ± 0,02	2,069 ± 0,001	7,54 ± 0,02	1,804 ± 0,001
5,92 ± 0,02	2,203 ± 0,001	6,74 ± 0,02	2,064 ± 0,001	7,56 ± 0,02	1,796 ± 0,001
5,94 ± 0,02	2,202 ± 0,001	6,76 ± 0,02	2,059 ± 0,001	7,58 ± 0,02	1,788 ± 0,001
5,96 ± 0,02	2,199 ± 0,001	6,78 ± 0,02	2,054 ± 0,001	7,60 ± 0,02	1,780 ± 0,001
5,98 ± 0,02	2,197 ± 0,001	6,80 ± 0,02	2,049 ± 0,001	7,62 ± 0,02	1,772 ± 0,001
6,00 ± 0,02	2,195 ± 0,001	6,82 ± 0,02	2,043 ± 0,001	7,64 ± 0,02	1,763 ± 0,001
6,02 ± 0,02	2,193 ± 0,001	6,84 ± 0,02	2,038 ± 0,001	7,66 ± 0,02	1,754 ± 0,001
6,04 ± 0,02	2,191 ± 0,001	6,86 ± 0,02	2,033 ± 0,001	7,68 ± 0,02	1,746 ± 0,001
6,06 ± 0,02	2,189 ± 0,001	6,88 ± 0,02	2,027 ± 0,001	7,70 ± 0,02	1,737 ± 0,001
6,08 ± 0,02	2,187 ± 0,001	6,90 ± 0,02	2,022 ± 0,001	7,72 ± 0,02	1,729 ± 0,001
6,10 ± 0,02	2,185 ± 0,001	6,92 ± 0,02	2,016 ± 0,001	7,74 ± 0,02	1,720 ± 0,001
6,12 ± 0,02	2,182 ± 0,001	6,94 ± 0,02	2,010 ± 0,001	7,76 ± 0,02	1,712 ± 0,001
6,14 ± 0,02	2,180 ± 0,001	6,96 ± 0,02	2,004 ± 0,001	7,78 ± 0,02	1,703 ± 0,001
6,16 ± 0,02	2,177 ± 0,001	6,98 ± 0,02	1,998 ± 0,001	7,80 ± 0,02	1,694 ± 0,001
6,18 ± 0,02	2,174 ± 0,001	7,00 ± 0,02	1,993 ± 0,001	7,82 ± 0,02	1,685 ± 0,001
6,20 ± 0,02	2,172 ± 0,001	7,02 ± 0,02	1,986 ± 0,001	7,84 ± 0,02	1,676 ± 0,001
6,22 ± 0,02	2,169 ± 0,001	7,04 ± 0,02	1,980 ± 0,001	7,86 ± 0,02	1,664 ± 0,001
6,24 ± 0,02	2,166 ± 0,001	7,06 ± 0,02	1,974 ± 0,001	7,88 ± 0,02	1,655 ± 0,001

Tempo (s)	Posição(m)	Tempo (s)	Posição(m)	Tempo (s)	Posição(m)
7,90 ± 0,02	1,646 ± 0,001	8,60 ± 0,02	1,279 ± 0,001	9,30 ± 0,02	0,832 ± 0,001
7,92 ± 0,02	1,636 ± 0,001	8,62 ± 0,02	1,270 ± 0,001	9,32 ± 0,02	0,818 ± 0,001
7,94 ± 0,02	1,627 ± 0,001	8,64 ± 0,02	1,259 ± 0,001	9,34 ± 0,02	0,804 ± 0,001
7,96 ± 0,02	1,617 ± 0,001	8,66 ± 0,02	1,247 ± 0,001	9,36 ± 0,02	0,790 ± 0,001
7,98 ± 0,02	1,608 ± 0,001	8,68 ± 0,02	1,232 ± 0,001	9,38 ± 0,02	0,776 ± 0,001
8,00 ± 0,02	1,598 ± 0,001	8,70 ± 0,02	1,223 ± 0,001	9,40 ± 0,02	0,762 ± 0,001
8,02 ± 0,02	1,589 ± 0,001	8,72 ± 0,02	1,212 ± 0,001	9,42 ± 0,02	0,747 ± 0,001
8,04 ± 0,02	1,579 ± 0,001	8,74 ± 0,02	1,199 ± 0,001	9,44 ± 0,02	0,733 ± 0,001
8,06 ± 0,02	1,569 ± 0,001	8,76 ± 0,02	1,184 ± 0,001	9,46 ± 0,02	0,716 ± 0,001
8,08 ± 0,02	1,559 ± 0,001	8,78 ± 0,02	1,172 ± 0,001	9,48 ± 0,02	0,702 ± 0,001
8,10 ± 0,02	1,549 ± 0,001	8,80 ± 0,02	1,163 ± 0,001	9,50 ± 0,02	0,688 ± 0,001
8,12 ± 0,02	1,539 ± 0,001	8,82 ± 0,02	1,150 ± 0,001	9,52 ± 0,02	0,673 ± 0,001
8,14 ± 0,02	1,529 ± 0,001	8,84 ± 0,02	1,139 ± 0,001	9,54 ± 0,02	0,658 ± 0,001
8,16 ± 0,02	1,518 ± 0,001	8,86 ± 0,02	1,126 ± 0,001	9,56 ± 0,02	0,641 ± 0,001
8,18 ± 0,02	1,508 ± 0,001	8,88 ± 0,02	1,114 ± 0,001	9,62 ± 0,02	0,597 ± 0,001
8,20 ± 0,02	1,498 ± 0,001	8,90 ± 0,02	1,101 ± 0,001	9,64 ± 0,02	0,582 ± 0,001
8,22 ± 0,02	1,488 ± 0,001	8,92 ± 0,02	1,088 ± 0,001	9,66 ± 0,02	0,565 ± 0,001
8,24 ± 0,02	1,477 ± 0,001	8,94 ± 0,02	1,075 ± 0,001	9,68 ± 0,02	0,550 ± 0,001
8,26 ± 0,02	1,467 ± 0,001	8,96 ± 0,02	1,060 ± 0,001	9,70 ± 0,02	0,534 ± 0,001
8,28 ± 0,02	1,457 ± 0,001	8,98 ± 0,02	1,047 ± 0,001	9,72 ± 0,02	0,519 ± 0,001
8,30 ± 0,02	1,447 ± 0,001	9,00 ± 0,02	1,034 ± 0,001	9,74 ± 0,02	0,504 ± 0,001
8,32 ± 0,02	1,439 ± 0,001	9,02 ± 0,02	1,021 ± 0,001	9,76 ± 0,02	0,486 ± 0,001
8,34 ± 0,02	1,428 ± 0,001	9,04 ± 0,02	1,007 ± 0,001	9,78 ± 0,02	0,471 ± 0,001
8,36 ± 0,02	1,418 ± 0,001	9,06 ± 0,02	0,992 ± 0,001	9,80 ± 0,02	0,455 ± 0,001
8,38 ± 0,02	1,406 ± 0,001	9,08 ± 0,02	0,979 ± 0,001	9,82 ± 0,02	0,440 ± 0,001
8,40 ± 0,02	1,396 ± 0,001	9,10 ± 0,02	0,965 ± 0,001	9,84 ± 0,02	0,428 ± 0,001
8,42 ± 0,02	1,385 ± 0,001	9,12 ± 0,02	0,955 ± 0,001	9,86 ± 0,02	0,406 ± 0,001
8,44 ± 0,02	1,373 ± 0,001	9,14 ± 0,02	0,943 ± 0,001	9,88 ± 0,02	0,394 ± 0,001
8,46 ± 0,02	1,362 ± 0,001	9,16 ± 0,02	0,930 ± 0,001	9,90 ± 0,02	0,376 ± 0,001
8,48 ± 0,02	1,351 ± 0,001	9,18 ± 0,02	0,916 ± 0,001	9,92 ± 0,02	0,360 ± 0,001
8,50 ± 0,02	1,340 ± 0,001	9,20 ± 0,02	0,902 ± 0,001	9,94 ± 0,02	0,340 ± 0,001
8,52 ± 0,02	1,328 ± 0,001	9,22 ± 0,02	0,889 ± 0,001	9,96 ± 0,02	0,325 ± 0,001
8,54 ± 0,02	1,317 ± 0,001	9,24 ± 0,02	0,875 ± 0,001	9,98 ± 0,02	0,314 ± 0,001
8,56 ± 0,02	1,303 ± 0,001	9,26 ± 0,02	0,859 ± 0,001	10,00 ± 0,02	0,297 ± 0,001
8,58 ± 0,02	1,291 ± 0,001	9,28 ± 0,02	0,846 ± 0,001	10,02 ± 0,02	0,285 ± 0,001

Fonte: Próprio autor, 2018.

4.1 Velocidade instantânea a partir de velocidades médias

O carrinho está se movimentando de maneira contínua descendo a rampa e a cada intervalo de tempo adicional ($t + \Delta t$) ele sofre uma variação na posição x , ou seja, $\Delta x = x_2(t + \Delta t) - x_1(t)$.

Como visto anteriormente, a velocidade média v_m , é definida como sendo igual ao quociente da distância percorrida pelo tempo gasto, isto é:

$$v_m = \frac{x_2(t + \Delta t) - x_1(t)}{\Delta t} \quad \text{Eq.19}$$

A análise que será feita a seguir está relacionada com a Eq.18. Pretendemos neste momento realizar o cálculo da velocidade média em diferentes instantes do movimento.

Primeiramente, deve-se escolher o instante para fazer a análise da velocidade instantânea. Para o ensaio experimental, escolheu-se o instante $t = 9,94 \text{ s}$ em que o carrinho se encontra na posição $x = 0,340 \text{ m}$ (que chamaremos de ponto P8). Após a escolha do instante que será feita a análise da velocidade instantânea, escolheremos outros pontos do experimento para analisarmos a velocidade média entre eles.

A ideia é que possamos pegar intervalos cada vez menores de tempo e, consequentemente de distância percorrida do carrinho. Pretendemos fazer aqui a mesma análise feita no exemplo dado na seção 2.2.7. Com o intuito de demonstrar os próximos passos utilizaremos os valores escolhidos de acordo com a Tab. 3 e suas respectivas posições na Figura 22.

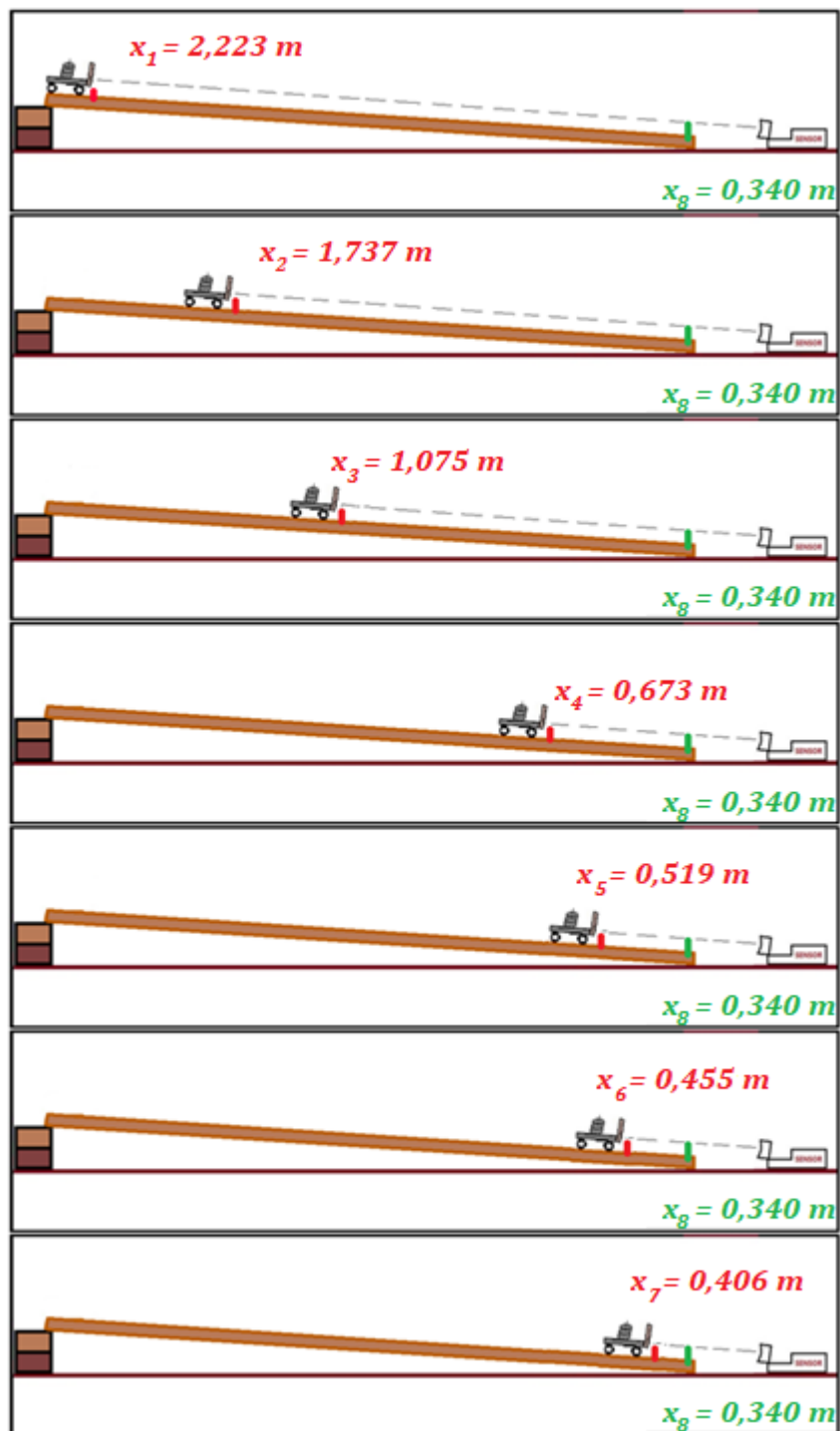
Tabela 3 – Pontos escolhidos do ensaio experimental para análise.

PONTOS	<i>Tempo(s)</i>	<i>Posição (m)</i>
P1	$5,44 \pm 0,02$	$2,223 \pm 0,001$
P2	$7,70 \pm 0,02$	$1,737 \pm 0,001$
P3	$8,94 \pm 0,02$	$1,075 \pm 0,001$
P4	$9,52 \pm 0,02$	$0,673 \pm 0,001$
P5	$9,72 \pm 0,02$	$0,519 \pm 0,001$

P_6	$9,80 \pm 0,02$	$0,455 \pm 0,001$
P_7	$9,86 \pm 0,02$	$0,406 \pm 0,001$
P_8	$9,94 \pm 0,02$	$0,340 \pm 0,001$

Fonte: Próprio autor, 2018.

Figura 22 – Posições do carrinho no decorrer do ensaio experimental.



Fonte: Próprio autor, 2018.

O primeiro cálculo será feito entre o ponto P8 e o ponto inicial do movimento do carrinho P1, onde $x = 2,223 \text{ m}$ e $t = 5,44 \text{ s}$. Utilizando a Eq.9 teremos,

$$v_{m_{81}} = \frac{(0,340 - 2,223)}{(9,94 - 5,44)} \quad v_{m_{81}} = -0,418 \text{ m/s}$$

Lembrando que este valor é a velocidade média entre os pontos P1 e P8 e que a velocidade varia entre esses dois pontos de maneira constante. A cada ponto a velocidade do carrinho é diferente e um pouco maior do que o instante anterior. O carrinho está vindo em direção ao sensor, portanto os Δx serão sempre negativos e consequentemente a velocidade média final também será negativa, como visto na seção 2.2.6.

Para o segundo intervalo e cálculo de velocidade média foram utilizados os pontos P2 e P8 (esse intervalo corresponde a aproximadamente metade do intervalo anterior entre P1 e P8). Assim sendo, a distância entre os dois pontos será menor do que a distância percorrida no cálculo anterior. Para o ponto P2 teremos $x = 1,737 \text{ m}$ no instante $t = 7,70 \text{ s}$. Aplicando na Eq.9 teremos,

$$v_{m_{82}} = \frac{(0,340 - 1,737)}{(9,94 - 7,70)} \quad v_{m_{82}} = -0,624 \text{ m/s}$$

Para o terceiro intervalo e cálculo de velocidade média foram utilizados os pontos P3 e P8 (esse intervalo corresponde a aproximadamente metade do intervalo anterior entre P2 e P8). Para P3 teremos $x = 1,075 \text{ m}$ e $t = 8,94 \text{ s}$. Aplicando na Eq.9 teremos,

$$v_{m_{83}} = \frac{(0,340 - 1,075)}{(9,94 - 8,94)} \quad v_{m_{83}} = -0,735 \text{ m/s}$$

Seguindo a mesma lógica, para o quarto cálculo, utilizamos os pontos P4 e P8, e tanto a distância percorrida como o intervalo de tempo entre as posições diminuem ainda mais. Neste momento, a posição P4 se encontra em $x = 0,673 \text{ m}$ e $t = 9,52 \text{ s}$. Teremos assim,

$$v_{m_{84}} = \frac{(0,340 - 0,673)}{(9,94 - 9,52)} \quad v_{m_{84}} = -0,793 \text{ m/s}$$

Para o quinto cálculo, temos P5 localizado em $x = 0,519 \text{ m}$ e $t = 9,72 \text{ s}$. Aplicando na Eq.9 teremos,

$$v_{m_{85}} = \frac{(0,340 - 0,519)}{(9,94 - 9,72)} \quad v_{m_{85}} = -0,814 \text{ m/s}$$

O sexto cálculo se trata do ponto P6 e o Δt e Δx estão diminuindo ainda mais, se tornando valores bem pequenos. O ponto P6 está localizado em $x = 0,456 \text{ m}$ e $t = 9,80 \text{ s}$ no experimento. Utilizando a Eq.9 temos que,

$$v_{m_{86}} = \frac{(0,340 - 0,455)}{(9,94 - 9,80)} \quad v_{m_{86}} = -0,821 \text{ m/s}$$

O sétimo e último cálculo é referente ao ponto P7 situado em $x = 0,407 \text{ m}$ e $t = 9,86 \text{ s}$. Aplicando em Eq.9 teremos,

$$v_{m_{87}} = \frac{(0,340 - 0,406)}{(9,94 - 9,86)} \quad v_{m_{87}} = -0,825 \text{ m/s}$$

O valor que corresponde a menor divisão de escala para medidas de tempo fornecidas pelo sensor é de $0,02 \text{ s}$ e por este motivo não utilizaremos o Δt comparáveis a esse valor. Sendo assim, devemos parar por aqui os cálculos.

Acrescentando o erro propagado das medidas, como demonstrado na e Eq.16, teremos o valor a cima se tornando:

$$v_{m_{87}} = -0,825 \pm 0,029 \text{ m/s}$$

$$v_{m_{87}} = -0,83 \pm 0,03 \text{ m/s}$$

Ao tentarmos aproximar os pontos tendo como referência o ponto P8, estamos tentando fazer com que o Δt chegue cada vez mais próximo de zero. Dizemos que estamos fazendo o Δt tender a zero, ou seja, $\Delta t \rightarrow 0$ e, conseqüentemente, o deslocamento também diminuirá, tendendo a zero ($\Delta x \rightarrow 0$). Entretanto, o quociente entre essas duas grandezas tende a um valor que representa a velocidade instantânea. Na prática atingimos um valor próximo ao da velocidade instantânea e que consideramos importante e potencialmente didático.

Teríamos rigorosamente a velocidade instantânea, como mencionado na Eq.14, quando:

$$v_{Instantânea} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

4.2 Velocidade instantânea a partir do ajuste de curva

Para o segundo método de determinação experimental da velocidade instantânea foi utilizando a equação horária da posição do carrinho obtida a partir do ajuste dos dados experimentais a uma equação de segundo grau, ferramenta do mesmo *software* utilizado para a coleta de dados. Após a aquisição dos dados experimentais, iremos tratar de modelar os dados pelo *software* para chegarmos a um valor para a velocidade instantânea para o mesmo instante de tempo referente ao ponto P8.

Como dito anteriormente, a equação geral do espaço em função do tempo para o MRUV é denotada pela Eq.13:

$$x_{(t)} = x_0 + v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2$$

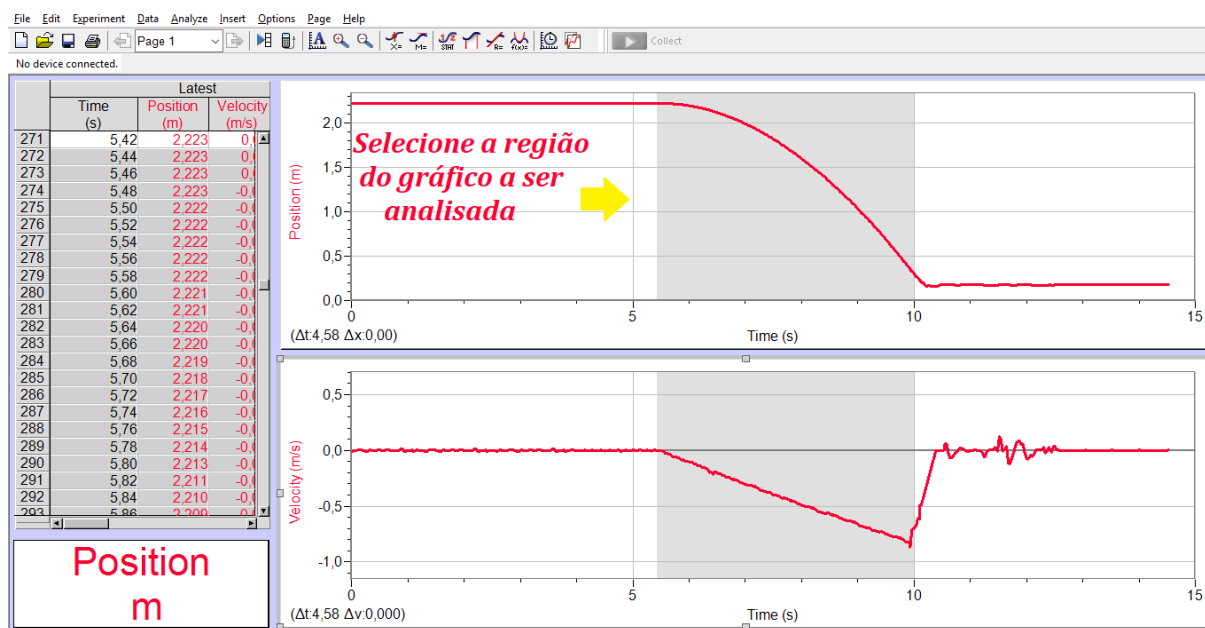
Podemos ajustar a Eq.19 para que fique em função de constantes (A , B e C) onde seus valores dependerão de experimento para experimento. Assim sendo, teremos:

$$x_{(t)} = A \cdot \Delta t^2 + B \cdot \Delta t + C \quad \text{Eq.20}$$

Em que: $A = \frac{1}{2}a$ $B = v_0$ $C = x_0$

Para interpretar os dados obtidos, o aplicativo apresenta uma ferramenta que ajusta a melhor curva entre os pontos do gráfico o que permite obter os valores das constantes que estão relacionadas com grandezas físicas. Para utilizar esta ferramenta devemos primeiramente seleccionar a parte do gráfico em que o carrinho move-se no regime de MRUV. Serão utilizados novamente os dados do ensaio experimental realizado para elucidar os próximos passos. A Figura 23 demonstrará qual a região a ser seleccionada do ensaio experimental.

Figura 23 – Escolhendo a região a ser analisada no gráfico.



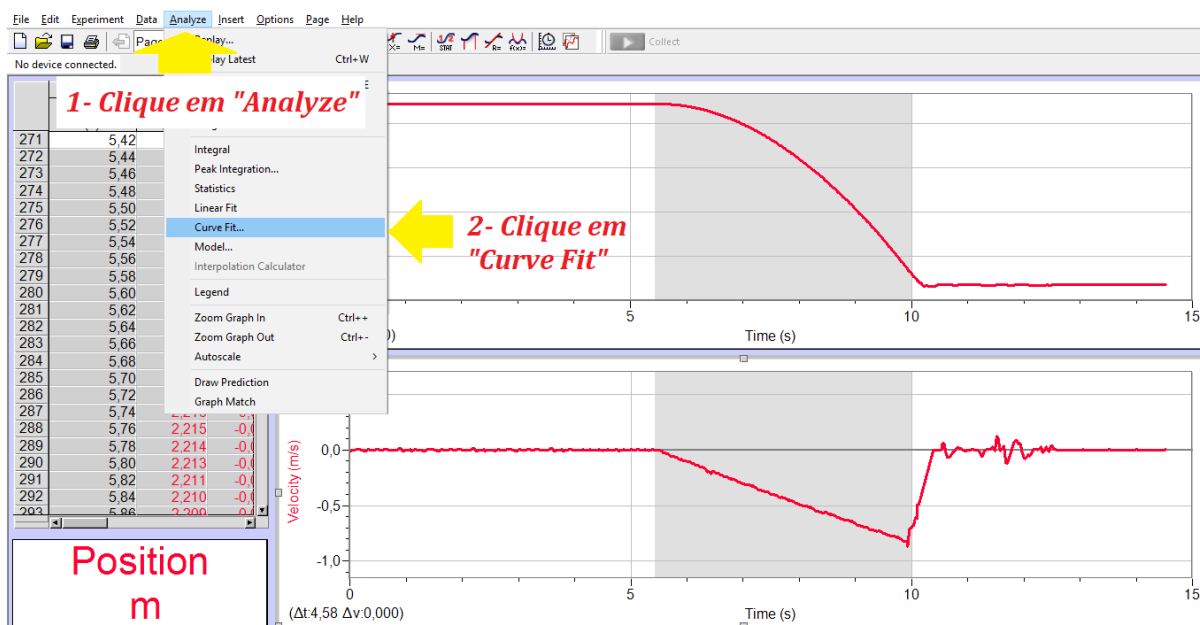
Fonte: Próprio autor, 2018.

Para ajudar na escolha do melhor intervalo de tempo do gráfico a ser seleccionado podemos utilizar a tabela de dados gerada pelo próprio aplicativo sobre o experimento. Na Figura 23 podemos perceber qual foi a última medida onde o carrinho se encontrava na distância máxima de 2,223 m do sensor e, por isso, este é o melhor instante inicial retratado pelo ensaio experimental. Para o instante final

devemos analisar as mesmas variáveis e selecionar o momento de posição mínima e velocidade que possuam sentido físico.

Feita a seleção dos dados, deve-se clicar na aba “*Analyze*” e em seguida em “*Curve Fit*”, como representado na Figura 24.

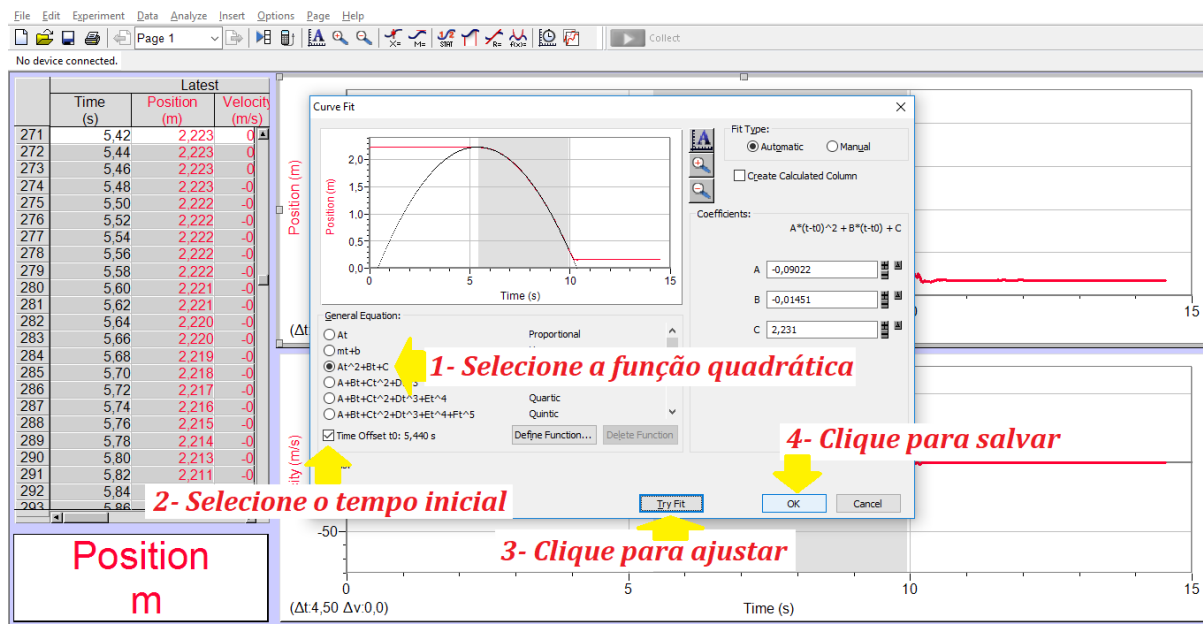
Figura 24 – Selecionando o ajuste dos dados.



Fonte: Próprio autor, 2018.

Em seguida, deveremos ajustar uma equação geral que se encaixe no gráfico que iremos obter com os dados coletados. Como pretendemos representar a equação horária para a posição do MRUV com o experimento devemos escolher uma equação polinomial de segundo grau. A Figura 25 demonstra os passos que deverão ser aplicados de forma sequenciada.

Figura 25 – Escolha de curva a ser ajustada aos dados.

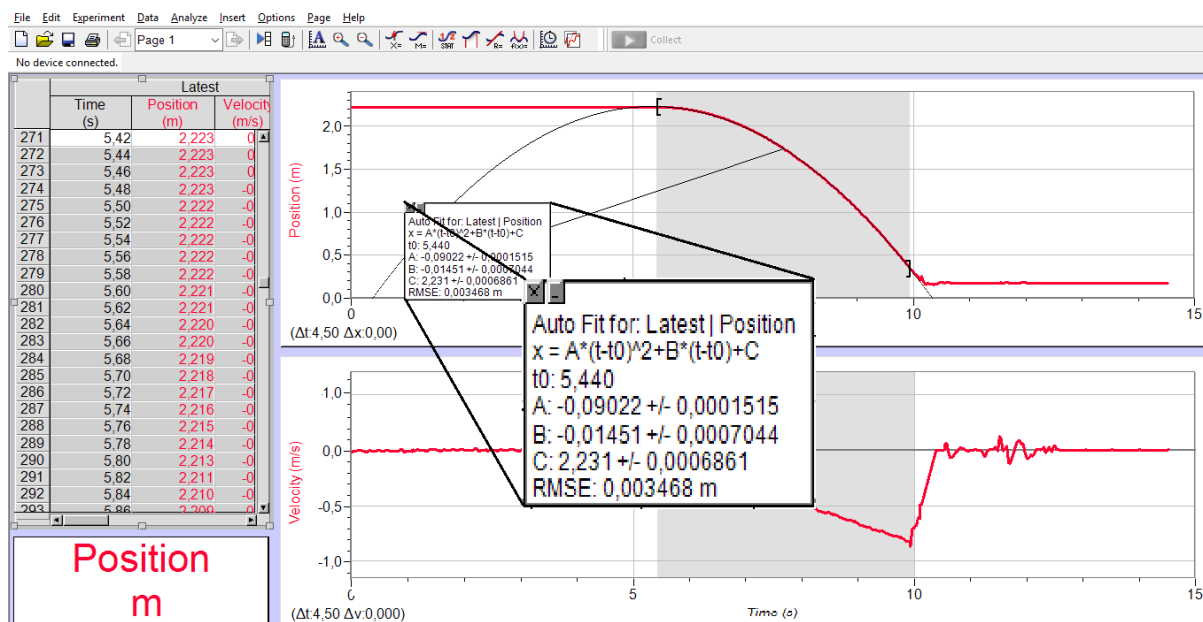


Fonte: Próprio autor, 2018.

Devemos selecionar o tempo inicial, como mostrado na Figura 25, para que os instantes de tempo antes do movimento do carrinho sejam descartados, tornando o tempo inicial de captura dos dados igual à $t_0 = 5,44 \text{ s}$.

Após ajustar a melhor curva para a região escolhida do gráfico, iremos obter uma equação similar a Eq.22. O aplicativo mostrará os valores desses coeficientes que poderão variar para cada ensaio experimental. Ao final obteremos algo similar a Figura 26.

Figura 26 – Valores gerados para as constantes A, B e C.



Fonte: Próprio autor, 2018.

A função horária para a posição gerada pelo *software* para o ensaio experimental em questão é:

$$x = (-0,09022) \cdot \Delta t^2 + (-0,01451) \cdot \Delta t + 2.231 \quad \text{Eq.21}$$

onde: $(-0,09022) = \frac{1}{2} \cdot a$ $(-0,014951) = v_0$ $2,231 = x_0$

Como visto antes, a função horária da velocidade do carrinho é

$$v_{(t)} = v_0 + a \cdot t$$

ou ainda,

$$v_{(t)} = B + 2 \cdot A \cdot t \quad \text{Eq.22}$$

Aplicando os coeficientes calculados pelo *software* na Eq.22 sob o instante referência P8 do ensaio experimental teremos:

$$v = (-0,014951) + 2 \cdot (-0,09022) \cdot (4,50)$$

$$v = -0,826931 \text{ m/s}$$

Acrescentando o erro propagado das medidas, como demonstrado na e Eq.15 e Eq.17, teremos o valor a cima se tornando:

$$v = -0,826931 \pm 0,00153347$$

$$v = -0,827 \pm 0,002 \text{ m/s}$$

Os dois métodos analisados demonstram que os valores finais das velocidades instantâneas possuem uma concordância, e quando tratados utilizando o erro das medidas podemos perceber que um corrobora com o outro.

O valor do erro propagado pelo primeiro método é maior do que o segundo devido à maneira que os métodos são trabalhados. Ao utilizar dois pontos arbitrários podem ocorrer interferências maiores em determinados pontos, como algum tipo de ruído ou imperfeições no trilho utilizado. Por este motivo, é possível que os valores das velocidades médias tenham uma margem de erro um pouco maior.

Ao utilizar o segundo método, o ajuste da curva é feito seguindo uma quantidade de dados muito maior e a adaptação da curva é referente ao menor desvio possível da média entre os pontos. Assim sendo, os fatores externos têm suas importâncias amenizadas, fazendo com que o erro nas medidas seja menor. Por possuir um erro de medidas menor, o segundo método é mais preciso e serve para corroborar com o primeiro método.

5 PROPOSTA DIDÁTICA

A proposta deste trabalho é voltada para professores de ensino superior, para que possam em suas aulas, ensinar sobre velocidade instantânea partindo de uma abordagem experimental. A metodologia utilizada deverá ser dividida em três etapas fundamentais: aula expositiva dialogada, montagem do aparato experimental/coleta de dados e análise dos dados captados.

Para essa abordagem experimental foi desenvolvido um plano de aula que se encontra no Apêndice A.

Após a exposição da aula dialogada pelo docente, os alunos deverão estar cientes dos conceitos envolvidos e então será iniciado o procedimento experimental. Para a realização do mesmo todos os passos metodológicos deverão ser seguidos de forma cronológica e contínua, descritas de forma detalhada na metodologia deste trabalho. Os alunos deverão receber um roteiro para a montagem do aparato experimental situado no Apêndice B.

Este trabalho segue a ideia que o aluno participe na evolução do conhecimento e a ele cabe a manipulação do aparato experimental, se possível, segundo a quantidade de kits experimentais, e por este motivo, o encargo da segunda etapa é dos alunos, com o auxílio do professor. Recomenda-se que o aparato experimental seja montado em uma superfície firme para que se tenha a redução de ruídos causados pela sua vibração.

Após montagem do aparato, os alunos deverão dar início ao ensaio experimental e captura de dados. É importante que os alunos estejam atentos na manipulação do experimento para que não haja equívocos nas medições. Os estudantes deverão ter noções mínimas de operação computacional, caso contrário, o professor deverá auxiliá-los.

A terceira etapa terá de ser desenvolvida ainda pelos alunos, porém com a ajuda do professor para que seja possível chegar ao objetivo proposto por este trabalho. O docente deverá estar pronto para dúvidas que surgirão nesta etapa, pois neste momento serão feitas as análises dos dados experimentais. A manipulação dos dados obtidos no experimento deverá ser trabalhada para demonstrar o conceito de velocidade instantânea partindo do conceito de velocidade média.

A primeira observação que o professor deverá fazer é demonstrar o que o gráfico obtido representa fisicamente. Como os alunos estarão abandonando um carrinho em um trilho inclinado, o movimento a ser observado será um MRUV. Sendo assim, os gráficos obtidos apresentarão uma curva bem característica a esse movimento e espera-se que os alunos consigam facilmente perceber.

Os alunos deverão fazer os cálculos seguindo os dados obtidos de sua equipe seguindo as instruções do professor e do roteiro experimental. Ao fim, o docente deverá fazer a introdução do conceito de velocidade instantânea e demonstrar a partir dos dados uma ideia dos conceitos de limite e derivada.

Algumas adaptações serão possíveis no aparato experimental. Os componentes escolhidos para este, poderão ser substituídos por outros em tamanho, material ou valor.

Alguns problemas poderão acontecer e, por este motivo, o docente deverá realizar diversos ensaios experimentais antes da aplicação com os alunos com o objetivo de calibrar o aparato minimizando erros sistemáticos e aleatórios que podem ocorrer a fim de se obter bons resultados. Alguns problemas casuais podem ser facilmente resolvidos pelo professor, como por exemplo, a calibração do sensor, os ajustes do *software* ou até mesmo alguma interferência por agentes externos como ar condicionado e sons em geral que podem afetar o sensor ultrassônico.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o decorrer do trabalho, foi realizado um experimento para demonstrar os passos que o professor deve seguir. A teoria de aprendizagem que melhor se adapta a uma determinada aula pode variar de acordo com diversos fatores, como por exemplo, a instituição em que o curso está sendo realizada, a grade curricular e a finalidade do curso, ou até mesmo a realidade social da qual os alunos estão inseridos. Por este motivo, a teoria de aprendizagem para esta proposta de plano de aula com ênfase no roteiro experimental pode ser alterada, se adequando aos fatores citados acima e/ou ao gosto do professor.

Geralmente a ordem de aplicação do assunto velocidade instantânea em disciplinas do ensino superior vem após a introdução de conceitos como limite e derivada nas disciplinas de cálculo, sendo o assunto utilizado apenas como um exemplo de aplicação do cálculo diferencial e integral. O experimento mostrou através de seus resultados que esta realidade pode ser invertida e o assunto pode ser tratado sem um conhecimento prévio formal sobre cálculo. Os resultados obtidos no experimento convergiram muito bem e demonstraram de maneira simplificada o assunto abordado.

Para se chegar a um modelo definitivo do aparato experimental, foram necessárias dezenas de testes aos quais foram feitas alterações nos sensores, tamanhos dos planos inclinados, inclinação e até mesmo o peso do carrinho. A configuração demonstrada neste trabalho foi a que demonstrou os resultados mais satisfatórios. Algumas alterações são cabíveis a este experimento, porém deve-se tomar cuidado na execução, repetindo o experimento algumas vezes antes de ser aplicado com os alunos.

Algumas sugestões podem ser feitas para a continuação do trabalho. A primeira sugestão seria a aplicação do projeto em turmas do ensino superior. Deve-se aplicar este roteiro experimental segundo as teorias de aprendizagem com o intuito de demonstrar qual a mais bem aceita para determinado ambiente. Ainda, pode-se aplicar este roteiro em diferentes realidades sociais, institucionais e cursos, sendo possível ter uma noção de qual a metodologia mais bem aceita e compreendida pelos alunos. Outra sugestão seria a aplicação deste roteiro em

turmas de ensino médio, porém o professor provavelmente teria de fazer algumas alterações no roteiro experimental.

Uma última sugestão seria a obtenção de materiais ainda mais baratos para o experimento, principalmente, na parte do sensor e *softwares*. Uma grande possibilidade é a utilização da plataforma Arduino[®], pois a mesma possui sensor ultrassônico para a captura de dados e a possibilidade de construção do aplicativo de processamento e demonstração dos dados obtidos.

REFERÊNCIAS

ALAVA, S. **Ciberespaço e formações abertas: rumo a novas práticas educacionais?** Editora ArtMed, Porto Alegre. 2002.

ARAÚJO, M. S. T.; ABIB, M. L. **Atividades experimentais no ensino de física: diferentes enfoques, diferentes finalidades.** Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 25, no. 2, jun. 2003. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v25n2/a07v25n2.pdf>>. Acesso em: 20 out. 2017.

BRASIL. **PCN+ (Ensino Médio):** Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Ministério da Educação. Brasília, 1999. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em: 7 out. 2017.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA DA FCTUC. **Introdução ao cálculo de erros nas medidas de grandezas físicas.** 2003. Disponível em: <http://fisica.uc.pt/data/20072008/apontamentos/apnt_221_1.pdf>. Acesso em: 15 nov. 2017.

FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS. **Pesquisa anual de uso de TI.** 28ª Ed., 2017. Disponível em: <<http://eaesp.fgvsp.br/ensinoeconhecimento/centros/cia/pesquisa>>. Acesso em: 09 out. 2017.

GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. C. **Atividades experimentais de demonstrações em sala de aula: uma análise segundo o referencial da teoria de Vygotsky.** Investigações em Ensino de Ciências. Porto Alegre, vol.10, n.2, p. 227-254, 2005. Disponível em: <<https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/518/315>>. Acesso em: 15 nov. 2017

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física – Mecânica.** Editora LTC, Rio de Janeiro, vol. 1, 8 ed., 2009.

HEINECK, R.; VALIAT, E.R. A.; ROSA, C. T. W. **Software educativo no ensino de física: análise quantitativa e qualitativa.** Revista Ibero Americana de Educación, n. 42/6, Mai., 2007. Disponível em: <<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2283792>>. Acesso em: 20 nov. 2017.

HELOU R. D.; GUALTER, J. B.; NEWTON V. B. **Tópicos de Física 1 – Mecânica.** Editora Saraiva, São Paulo, 2007.

HEWITT, P. G. **Física Conceitual.** Editora Bookman, Porto Alegre, 11 ed., 2011.

JUCÁ, S. C. S. **Comparação de métodos de dimensionamento de sistemas fotovoltaicos autônomos: aplicação a uma unidade de eletrodiálise.** Dissertação de mestrado. Programa de pós-graduação em engenharia elétrica. Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2004.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. F. **Possibilidades e limitações das simulações**

computacionais no ensino da física. Revista Brasileira de Ensino de Física, São Paulo, vol.24, n.2, p.77-85, Jun., 2002. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v24n2/a02v24n2>>. Acesso em: 15 nov. 2017.

OLIVEIRA, J. R. S. **Contribuições e abordagens das atividades experimentais no ensino de ciências:** reunindo elementos para a prática docente. Acta Scientiae, Rio de Janeiro v.12, n.1, p. 139-156, jan./jun. 2010. Disponível em: <<http://w3.ufsm.br/laequi/wp-content/uploads/2015/03/contribui%C3%A7%C3%B5es-e-abordagens-de-atividades-experimentais.pdf>>. Acesso em: 23 set. 2017.

PIACENTINI, J. J. et al. **Introdução ao laboratório de física.** Editora da UFSC. Florianópolis, 3 ed., 2008. Disponível em: <<http://editora.ufsc.br/2016/07/05/introducao-laboratorio-de-fisica-ed-5/>>. Acesso em: 5 dez. 2017.

VEIT, E.A; TEODORO, V.D. **Modelagem no ensino/aprendizagem de física e os novos parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio.** Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 24, n.2 , p. 87-96, jun., 2002. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rbef/v24n2/a03v24n2.pdf>>. Acesso em: 22 nov. 2017.

VIEIRA, L. P. **Experimentos de física com tablets e smartphones.** Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013. Disponível em: <http://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/dissertacoes/2013_Leonardo_Vieira/dissertacao_Leonardo_Vieira.pdf>. Acesso em: 9 set. 2017.

VYGOTSKY, L.S. **A construção do pensamento e da linguagem.** Editora Martins Fontes, São Paulo, 2001. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/2477794/mod_resource/content/1/A%20construcao%20do%20pensamento%20e%20da%20linguagem.pdf>. Acesso em: 10 set. 2017.

WENDLING, M. **Sensores.** Publicações da UEP, São Paulo, 2010. Disponível em: <<http://www2.feg.unesp.br/Home/PaginasPessoais/ProfMarceloWendling/4---sensores-v2.0.pdf>>. Acesso em: 28 set. 2017.

APÊNDICE A – PLANO DE AULA

PLANO DE AULA

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO
Escola: Professor: Data de aplicação: Duração da atividade (períodos): 4 horas ☐ Ensino Fundamental ☐ Ensino Médio ☒ Ensino Superior Ano: Componente curricular: Física I – Mecânica

TEMA
- Cinemática.

SABERES/CONTEÚDOS
- Referencial; - Instante e intervalo de tempo; - Posição, distância percorrida e deslocamento; - Velocidade média; - MRUV; - Velocidade instantânea.

OBJETIVOS
- Medir as posições sucessivas de um carrinho de testes que desce um plano inclinado ao ser solto da parte mais alta do mesmo; - Estimar a velocidade instantânea para um ponto em particular da trajetória a partir de sucessivos cálculos de velocidades médias para intervalos de tempo cada vez menores;

- Gerar e analisar gráficos de posição *versus* tempo utilizando *softwares*;
- Calcular a velocidade instantânea do carrinho de testes para um ponto em particular da trajetória pela equação horária gerada pelo gráfico e compará-la com a estimativa obtida pelos cálculos sucessivos de velocidades para intervalos de tempo cada vez menores.

ROTEIRO

- Discussão de conceitos básicos de cinemática;
- Realização da atividade experimental;
- Análise dos dados do experimento;
- Discussão dos dados obtidos e questionário em sala.
- Avaliação em forma de relatório dos dados e cálculos obtidos no experimento.

METODOLOGIA (Procedimentos)

1º momento: Para iniciar a aula, o professor deverá fazer uma aula expositiva dialogada discutindo alguns conceitos da cinemática como, por exemplo, referencial, instante e intervalo de tempo, posição, distância percorrida, deslocamento, velocidades média e instantânea, e MRUV. Alguns desses assuntos poderão ser familiares para os alunos, mas é importante que o professor sane todas as dúvidas sobre estes conceitos.

2º momento: Após a exposição dialogada, o professor irá dividir a turma em grupos de acordo com a quantidade de kits do experimento disponíveis e fará a entrega do roteiro experimental (Apêndice B) para cada equipe. Em seguida, as equipes montarão os experimentos e realizarão as medidas utilizando o aplicativo *Logger Pro 3 Demo* instalado previamente nos computadores.

3º momento: Com a obtenção dos dados os alunos farão as análises seguindo os dois métodos.

4º momento: Após as análises de dados, o professor irá trazer para debate o

questionário encontrado no roteiro experimental. Neste momento, os alunos colocarão suas impressões sobre o experimento e discutirão os resultados obtidos, confrontando seus dados com os das outras equipes.

5º momento: O último momento deve ser reservado para o planejamento e confecção do relatório experimental. Esta etapa pode ser discutida com os alunos para que eles façam em casa em grupos ou duplas e tragam na aula seguinte. Este material pode ser confeccionado fora da sala de aula, pois assim os alunos conseguirão pesquisar bibliografias extras e fazer o levantamento teórico para o relatório.

RECURSOS

- Quadro branco e marcadores para quadro branco;
- Computador;
- Plano de madeira;
- Transferidor;
- Apoio de madeira;
- Carrinho de testes;
- Pedaco de papel;
- Sensor Go!™ Motion;
- *Software Logger Pro 3 Demo*.

AVALIAÇÃO

- Realização do experimento;
- Relatório experimental;
- Questionário.

REFERÊNCIA CONSULTADA

HELOU, R. D.; GUALTER, J. B.; NEWTON V. B. **Tópicos de Física 1 – Mecânica**. São Paulo: Editora Saraiva, 2007.

HEWITT, P. G. **Física Conceitual**. 12 ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

APÊNDICE B – ROTEIRO EXPERIMENTAL

ATIVIDADE EXPERIMENTAL: VELOCIDADE INSTANTÂNEA

Equipe: _____.

Turma: _____.

Data: __/__/____.

Roteiro do Experimento

Teoria

Na mecânica clássica, o estudo sobre os movimentos dos corpos, sem se preocupar com a causa, é tratado pela Cinemática. Nela, são definidos os conceitos de referencial, instante de tempo e intervalo de tempo, posição e deslocamento, velocidade média e instantânea, e aceleração.

Existem movimentos onde a velocidade é constante e movimentos onde a velocidade não é constante. Movimentos retilíneos com velocidades constantes (MRU) possuem sempre a mesma velocidade e, por este motivo, a velocidade em cada instante é igual à velocidade média do movimento. Em movimentos retilíneos com velocidades uniformemente variadas (MRUV), a velocidade em cada instante de tempo é diferente, assim, a velocidade média de um intervalo de tempo será diferente da velocidade instantânea compreendida no mesmo intervalo (com exceção de um único ponto).

As equações que regem este tipo de movimento são:

$$\text{Eq. horária da posição: } x_{(t)} = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad \text{Eq.1}$$

$$\text{Eq. horária da velocidade: } v_{(t)} = v_0 + a \cdot t \quad \text{Eq.2}$$

Durante o movimento do corpo movendo-se segundo MRUV a velocidade adquire um valor distinto a cada instante. A velocidade com que um corpo em movimento passa por uma determinada posição x em um determinado instante de tempo t é chamada de velocidade instantânea.

Objetivo

1. Calcular a velocidade instantânea de um carrinho que se move em um regime de MRUV em um determinado ponto da trajetória em um plano inclinado.

Materiais

- Um computador;
- Um plano de madeira de 2 m;
- Um transferidor;
- Apoio de madeira;
- Um carrinho de testes com dois pesos acoplados;
- Pedaco de papel;
- Um sensor Go!™Motion.

Procedimento Experimental

1º. Faça um plano inclinado utilizando o plano de madeira e o apoio de madeira. A inclinação do plano inclinado deve ser de 2 *graus*, por isso utilize o transferidor para fazer esta medida;

2º. Coloque o sensor Go!™Motion na extremidade mais baixa do plano inclinado de modo que o mesmo fique afastado 15 cm desta extremidade. É imprescindível que o sensor esteja alinhado com o movimento do carrinho, ou seja, o sensor deverá estar no mesmo plano do plano inclinado. Plugar o sensor no computador;

3º. Inicialize o *software Logger Pro 3 Demo*. Para configurar o *software* deve-se clicar em “*Data Collection*” na parte superior do *software* e em seguida selecione o tempo de duração de captura de dados de 15 s e clicar em “*Continuous Data Collection*” para manter o tempo de captura de forma contínua. Em seguida, selecione a quantidade de amostras por segundo de captura de dados, onde a quantidade máxima é de 50 amostras/segundo. E clique em “*Done*” para concluir e salvar estas configurações;

4º. Selecione a função “*Collect*” na parte superior da tela. Isso fará com que o *software* e sensor iniciem a captura do movimento do carrinho. Ao mesmo tempo solte o carrinho de testes da extremidade mais alta do plano inclinado. É importante

fazer alguns testes para que todas as posições ao longo do movimento sejam captadas pelo *software*;

Análises de dados – velocidades médias

1º. A primeira análise a ser feita está relacionada com o cálculo de velocidades médias para intervalos de tempo cada vez menores. Deve-se escolher um ponto referência (P8) onde será estimada a velocidade instantânea próxima para este ponto;

2º. Escolher mais sete pontos para calcular a velocidade média entre elas e o ponto P8. O ponto P1 deve ser o ponto que marca o início do movimento. A escolha dos outros pontos pode ser feita seguindo o critério de utilizar metade do intervalo de tempo do intervalo anterior, ou seja, o Δt_{28} deve ser cerca de metade do Δt_{18} . Este procedimento deve ser feito até que o Δt seja maior ou igual a 0,08 s.

3º. Preencher a Tab.2 com os valores dos pontos escolhidos como o exemplo do ensaio experimental (Tab.1);

Pontos	<i>Tempo(s)</i>	<i>Posição(m)</i>
P1	5,44	2,223
P2	7,70	1,737
P3	8,94	1,075
P4	9,52	0,673
P5	9,72	0,519
P6	9,80	0,455
P7	9,86	0,406
P8	9,94	0,340

Tab.1 – Exemplo do ensaio experimental.

Pontos	<i>Tempo(s)</i>	<i>Posição(m)</i>
P1		
P2		
P3		
P4		
P5		
P6		
P7		
P8		

Tab.2 – Experimento dos alunos.

4º. Calcular a velocidade média entre os pontos P1-P8, P2-P8, P3-P8, P4-P8, P5-P8, P6-P8 e P7-P8, seguindo a equação Eq. 2 e preencher a Tab.3 com os valores;

Pontos	Velocidade média(m/s)
P1-P8	
P2-P8	
P3-P8	
P4-P8	
P5-P8	
P6-P8	
P7-P8	

Tab.3 – Tabela de velocidades médias.

Análises de dados – ajuste de curva

- 1º. A segunda análise é feita com o auxílio do *software Logger Pro 3 Demo* e das equações horárias da posição e da velocidade. Devem-se selecionar as mesmas informações utilizadas na análise anterior, ou seja, a mesma região do gráfico e quantidade de dados;
- 2º. Após selecionar a região, deve-se clicar em “*Analyze*” e em seguida em “*Curve Fit*”;
- 3º. Abrirá uma caixa onde deve ser selecionado o tipo de função que se enquadra com o movimento captado. Como o movimento descrito pelo experimento é um MRUV, então deve ser selecionada uma função quadrática, ou ainda, de segundo grau;
- 4º. Clique em “*Time Offset*” para fazer a compensação de tempo dos instantes antes de começar o experimento;
- 5º. Clique em “*Try Fit*” para ajustar o estilo de curva selecionado aos dados captados e em seguida clique em “*Ok*” para salvar. O *software* irá gerar uma equação com suas respectivas constantes A , B e C . Esta equação representa a equação horária da posição, e a partir dela é definida a equação horária da velocidade (Eq. 3);
- 6º. Aplique o instante de tempo do ponto P8 na equação e teremos então a velocidade no instante determinado em P8.

Questionário

1. Qual a finalidade de se diminuir o deslocamento e o intervalo de tempo nos cálculos sucessivos de velocidades médias para o experimento?
2. Qual seria a ferramenta matemática que poderia ser utilizada para um cálculo fiel da velocidade no ponto P8?
3. A inclinação do plano influencia no experimento? Justifique.
4. Comparando os dois métodos o que se pode concluir?
5. Qual dos métodos é mais preciso? Justifique.
6. Cite dois exemplos onde a velocidade instantânea é utilizada, explicando fisicamente os aparatos citados.