

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA
CATARINA – CÂMPUS FLORIANÓPOLIS
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

GABRIEL DE FRAGA SOARES

**ANÁLISE DO CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO PARA
DIFERENTES CONDIÇÕES OPERATIVAS EM UM SISTEMA
TERMELÉTRICO SIMPLIFICADO**

FLORIANÓPOLIS, 2026.

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA
CATARINA – CÂMPUS FLORIANÓPOLIS
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

GABRIEL DE FRAGA SOARES

**ANÁLISE DO CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO PARA
DIFERENTES CONDIÇÕES OPERATIVAS EM UM SISTEMA
TERMELÉTRICO SIMPLIFICADO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
ao Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de Santa Catarina como parte
dos requisitos para obtenção do título de
Engenheiro Eletricista.

Orientador:
Prof. Murilo Reolon Scuzziato, Dr. Eng.

FLORIANÓPOLIS, 2026.

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor.

Soares, Gabriel de Fraga

ANÁLISE DO CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO PARA DIFERENTES
CONDIÇÕES OPERATIVAS EM UM SISTEMA TERMELÉTRICO SIMPLIFICADO
/ Gabriel de Fraga Soares; orientação de Murilo
Reolon Scuzziato. - Florianópolis, SC, 2026.
83 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) - Instituto Federal
de Santa Catarina, Câmpus Florianópolis. Bacharelado
em Engenharia Elétrica. Departamento Acadêmico
de Eletrotécnica.
Inclui Referências.

1. Mercado de Curto Prazo. 2. Custo Marginal da Operação.
3. Despacho termelétrico. 4. Variável Dual. I.
Reolon Scuzziato, Murilo . II. Instituto Federal de Santa
Catarina. III. ANÁLISE DO CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO
PARA DIFERENTES CONDIÇÕES OPERATIVAS EM UM SISTEMA
TERMELÉTRICO SIMPLIFICADO.

ANÁLISE DO CUSTO MARGINAL DE OPERAÇÃO PARA DIFERENTES CONDIÇÕES OPERATIVAS EM UM SISTEMA TERMELÉTRICO SIMPLIFICADO

GABRIEL DE FRAGA SOARES

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do título de Engenheira Eletricista e aprovado na sua forma final pela banca examinadora do Curso de Graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina.

Florianópolis, 09 de julho, 2026.

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MURILO REOLON SCUZZIATO**
Data: 16/07/2026 17:46:05-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Murilo Reolon Scuzziato, D. Eng.
Orientador – IFSC

Documento assinado digitalmente
 **VERONICA ETCHEBEHERE SANTIAGO**
Data: 03/08/2026 14:41:12-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Veronica Etchebehere Santiago, D. Eng.
IFSC

Documento assinado digitalmente
 **PEDRO CESAR CORDEIRO VIEIRA**
Data: 03/08/2026 20:33:41-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Pedro Cesar Cordeiro Vieira, D. Eng.
IFSC

AGRADECIMENTOS

Inicialmente agradeço a Deus, por ter me dado a dádiva de ter nascido e ser gaúcho e brasileiro.

Aos meus familiares, em especial aos meus pais Lucas e Carine, por sempre estarem comigo independente da ocasião, por serem o único ombro amigo para me apoiar, por todos os conselhos e por não terem medido esforços para que hoje eu pudesse me tornar o primeiro Engenheiro da família. Seus apoios foram essenciais.

Ao meu irmão, João Pedro, por estar do meu lado em todos os momentos.

À minha avó Nilza, exemplo de força e resiliência, que devido a distância não conseguiu me acompanhar de perto, mas sei que torce e vibra por mim.

Ao meu avô Ereni, que já se aproxima dos 20 anos de seu falecimento, mas sei que, da onde está, está feliz e orgulhoso. Te levo na memória.

À minha avó Iara, exemplo de carinho e liderança, como todas as mulheres da família.

Ao meu avô Sérgio, exemplo de sabedoria e persistência.

Meus avós, vocês são exemplos de garra, humildade e força.

Às amigadas que cultivei e fiz ao longo da graduação, que foram essenciais para enfrentar esses longos anos de formação. Levo todos comigo.

Ao povo gaúcho, com certeza a conclusão da minha graduação se dá ao sangue aguerrido e a alma destemida da nossa gente.

À instituição IFSC e aos professores, pela estrutura e dedicação. Em especial, ao meu professor orientador Murilo Scuzziato, pela parceria e compreensão.

Ao professor Everthon Taghori Sica, pois a cada aula ministrada mostrou o real valor da engenharia e sua fiel essência, indo muito além de apenas formulações matemáticas. A ele meus singelos agradecimentos.

Por fim, um agradecimento a todos profissionais que participaram direta e indiretamente da minha evolução profissional.

“Mas não basta, pra ser livre
Ser forte, aguerrido e bravo
Povo que não tem virtude
Acaba por ser escravo”
Francisco Pinto da Fontoura

RESUMO

A introdução do preço de liquidação das diferenças (PLD) em base horária, conforme estabelecido pela Portaria do Ministério de Minas e Energia de nº 301/2019, marcou uma mudança relevante na precificação da energia no mercado de curto prazo brasileiro. Como o PLD é matematicamente derivado do Custo Marginal da Operação (CMO), compreender os mecanismos físicos que formam esse sinal de preço torna-se fundamental. Diante desse cenário, este trabalho tem como objetivo analisar o comportamento do CMO sob diferentes condições operativas, por meio do desenvolvimento de um modelo computacional simplificado de despacho termelétrico. A metodologia emprega um problema de otimização estruturado em Programação Linear Inteira Mista (PLIM), desenvolvido em linguagem *Python*, visando minimizar o custo total de operação do sistema mediante a extração da variável dual associada ao balanço de geração. O estudo avalia, de forma incremental, o impacto de restrições operativas, como limites de capacidade, rampas de geração, decisões de *Unit Commitment* (variáveis binárias) e inércia térmica (tempos mínimos de permanência). Os resultados demonstram que a inflexibilidade operativa das usinas afeta drasticamente a alocação do despacho e provoca resultados contraintuitivos na determinação do CMO, resultando em fenômenos complexos, como picos de CMO superiores ao CVU da usina mais cara e a formação de preços sombras negativos, evidenciando o forte efeito do acoplamento intertemporal na determinação do CMO.

Palavras-chave: Mercado de Curto Prazo. Custo Marginal da Operação. Despacho termelétrico. Variável Dual.

ABSTRACT

The implementation of the hourly spot price (PLD), as established by Ordinance n° 301/2019 issued by the Ministry of Mines and Energy, marked a significant change in electricity pricing in the Brazilian spot market. Since the PLD is mathematically derived from the Marginal Operating Cost (CMO), understanding the physical mechanisms that shape this price signal becomes fundamental. Given this scenario, this study aims to analyze the behavior of the CMO under different operating conditions through the development of a simplified computational model for thermal dispatch. The methodology employs an optimization problem structured in Mixed-Integer Linear Programming (MILP), developed in Python, aiming to minimize the total system operating cost by extracting the dual variable associated with the generation balance. The study incrementally evaluates the impact of operational constraints, such as capacity limits, generations ramps, Unit Commitment decisions (binary variables), and thermal inertia (minimum up and down times). The results demonstrate that the operational inflexibility of the power plants drastically affects dispatch allocation and causes counterintuitive results in the CMO determination. This leads to complex phenomena, such as CMO peaks higher than the Variable Unit Cost (CVU) of the most expensive plant and the formation of negative shadow prices, evidencing the strong effect of intertemporal coupling on the determination of the CMO

Keywords: Spot market. Marginal Operating Cost. Thermal Dispatch. Dual Variable

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Organograma SEB	18
Figura 2 – Fluxograma para obtenção do PLD.....	24
Figura 3 – Representação do SIN no Newave	25
Figura 4 – Comparação entre Newave, Decomp e Dessem	27
Figura 5 – Representação do sistema através do Dessem.....	28
Figura 6 – Fluxograma da solução em duas fases.....	32
Figura 7 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 01).	43
Figura 8 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 02).	44
Figura 9 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 03)	46
Figura 10 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 4A)	48
Figura 11 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 4B)	49
Figura 12 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 4C).....	51
Figura 13 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 5A)	53
Figura 14 – Status das usinas (Caso 5A).....	54
Figura 15 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 5B)	55
Figura 16 – Status das usinas (Caso 5B).....	56
Figura 17 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 6A)	58
Figura 18 – Status das usinas (Caso 6A).....	58
Figura 19 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 6D).....	60
Figura 20 – Status das usinas (Caso 6D).....	60

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 01)	42
Tabela 2 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 01)	42
Tabela 3 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 02)	44
Tabela 4 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 02)	44
Tabela 5 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 03)	45
Tabela 6 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 03)	45
Tabela 7 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 4A)	47
Tabela 8 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 4A)	47
Tabela 9 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 4B)	49
Tabela 10 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 4B)	49
Tabela 11 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 4C)	51
Tabela 12 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 4C)	51
Tabela 13 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 5A)	53
Tabela 14 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 5A)	53
Tabela 15 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 5B)	55
Tabela 16 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 5B)	55
Tabela 17 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 6A)	57
Tabela 18 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 6A)	58
Tabela 19 – Parâmetros de <i>Up/Down Time</i> (Caso 6D)	59
Tabela 20 – Síntese dos impactos das restrições operativas no despacho e no CMO	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACL	Ambiente de Contratação Livre
ACR	Ambiente de Contratação Regulada
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
BEN	Balanço Energético Nacional
CCEE	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CMO	Custo Marginal da Operação
CMSE	Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico
CNI	Confederação Nacional da Indústria
CNPE	Conselho Nacional de Política Energética
CVU	Custo Variável Unitário
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FCF	Função Custo Futuro
IFSC	Instituto Federal de Santa Catarina
IPCA	Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo
LT	Linha de Transmissão
MAE	Mercado Atacadista de Energia Elétrica
MCP	Mercado de Curto Prazo
MDT	Tempo Mínimo Desligada (<i>Minimum Down-Time</i>).
MME	Ministério de Minas e Energia
MUT	Tempo Mínimo Ligada (<i>Minimum Up-Time</i>).
MW	Megawatt
MWh	Megawatt hora
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico

PDD	Programação Dinâmica Dual
PDDE	Programação Dinâmica Dual Estocástica
PDE	Plano Decenal de Expansão de Energia
PEN	Plano da Operação Energética
PIB	Produto Interno Bruto
PL	Programação Linear
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PMO	Programa Mensal de Operação
REE	Reservatórios Equivalentes de Energia
SEB	Setor Elétrico Brasileiro
SIN	Sistema Interligado Nacional
TEO	Tarifa de Energia de Otimização
UC	<i>Unit commitment</i>
UCH	<i>Unit commitment</i> hidráulico
UCT	<i>Unit commitment</i> térmico
UHE	Usina Hidrelétrica
UNSI	Usinas Não Simuladas Individualmente

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Justificativa	13
1.2	Definição do Problema	14
1.3	Objetivo Geral.....	15
1.4	Objetivos Específicos	15
1.5	Estrutura do Trabalho.....	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	Estrutura institucional do SEB	18
2.1.1	Papel da CCEE e os ambientes de contratação	19
2.2	Formação de Preço e Modelos de Otimização	20
2.2.1	Custo Marginal da Operação	21
2.2.2	Preço da Liquidação das Diferenças.....	21
2.2.2.1	<i>PLD horário</i>	<i>22</i>
2.2.2.2	<i>PLD máximo e mínimo</i>	<i>22</i>
2.2.3	Modelos computacionais (Newave, Decomp, Dessem)	23
2.2.3.1	<i>Newave</i>	<i>24</i>
2.2.3.2	<i>Decomp.....</i>	<i>26</i>
2.2.3.3	<i>Dessem.....</i>	<i>27</i>
2.2.4	Despacho Econômico e <i>Unit Commitment</i>	29
3	DESENVOLVIMENTO	31
3.1	Descrição do problema de otimização	31
3.2	Formulação matemática do modelo	33
3.2.1	Índices e variáveis de decisão	33
3.2.2	Função objetivo	33
3.2.3	Restrições operativas.....	34
3.2.3.1	<i>Equação de balanço de potência</i>	<i>34</i>
3.2.3.2	<i>Limites operativos de geração</i>	<i>35</i>
3.2.3.3	<i>Restrições de rampa</i>	<i>35</i>
3.2.3.4	<i>Restrições de tempo mínimo ligada e desligada.....</i>	<i>36</i>
3.3	Estrutura computacional e método de solução	37
3.3.1	Ferramentas de desenvolvimento	37
3.3.2	Método de solução em duas fases e formação de preço	38
3.3.3	Mitigação de indiferença econômica	39
4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	41
4.1	Estrutura computacional e método de solução	41
4.1.1	Caso 01: sem restrições operativas	42
4.1.2	Caso 02: aplicando limite de geração máxima	43
4.1.3	Caso 03: apenas a restrição de rampa	45
4.1.4	Aplicação simultânea de restrições	47
4.1.4.1	<i>Caso 4A: aplicando a restrição de rampa e o limite de geração máxima... 47</i>	
4.1.4.2	<i>Caso 4B: CMO superior ao maior CVU.....</i>	<i>48</i>
4.1.4.3	<i>Caso 4C: CMO negativo</i>	<i>50</i>
4.1.5	Caso 05: análise do impacto de variáveis binárias e limites mínimos de geração	52
4.1.5.1	<i>Caso 5A: variável binária sem a restrição de geração mínima</i>	<i>52</i>
4.1.5.2	<i>Caso 5B: variável binária com a restrição de geração mínima</i>	<i>54</i>

4.1.6	Caso 06: análise das restrições de inércia térmica (<i>Up/Down Time</i>).....	57
4.1.6.1	Caso 6A: Avaliação da PLIM isenta das restrições de <i>Up/Down Time</i>	57
4.1.6.2	Caso 6B: Avaliação da PLIM com o incremento das restrições de <i>Up/Down Time</i>	59
4.2	Síntese dos resultados obtidos	61
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	64
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICES	71
	APÊNDICE A – MODELO EM <i>PYTHON</i>	72

1 INTRODUÇÃO

O setor elétrico brasileiro (SEB) é regido por um aparato político-institucional com alta robustez e complexidade. De acordo com o Ministério de Minas e Energia (MME), a estrutura do SEB é composta por sete órgãos responsáveis por coordenar as políticas públicas de operação do país (MME, 2021), sendo eles:

- a) Conselho Nacional de Política Energética (CNPE);
- b) Ministério de Minas e Energia (MME);
- c) Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico (CMSE);
- d) Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL);
- e) Empresa de Pesquisa Energética (EPE);
- f) Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE); e
- g) Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS).

Entre todos os órgãos acima citados, a CCEE foi instituída pelo decreto nº 5.177, de 12 de agosto de 2004, conforme citado no art. 1º “fica autorizada a criação da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica - CCEE, pessoa jurídica de direito privado, sem fins lucrativos, sob regulação e fiscalização da Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL” (Brasil, 2004c, art. 1º). Esse mesmo decreto define, entre outras atribuições da CCEE, a responsabilidade de “efetuar a contabilização dos montantes de energia elétrica comercializados e a liquidação financeira dos valores decorrentes das operações de compra e venda de energia elétrica realizadas no mercado de curto prazo” (Brasil, 2004c, art. 2º, inc. IV).

A contabilização das diferenças entre o que foi contratado e o que efetivamente foi consumido ou gerado tem como base o Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), valor de referência aplicado pela CCEE nas operações do mercado de curto prazo (CCEE, 2025a). A aplicação do PLD foi formalmente consolidada com a promulgação do decreto nº 5.177, de 12 de agosto de 2004, que estabelece, entre suas diretrizes, a responsabilidade da CCEE de “apurar o Preço de Liquidação de Diferenças - PLD do mercado de curto prazo por submercado” (Brasil, 2004c, art. 2º, inc. V).

O processo de apuração do PLD exige uma estrutura metodológica robusta, baseada em modelos matemáticos e computacionais utilizados para simular o comportamento do sistema elétrico nacional (CCEE, 2025a). Conforme mencionado no caderno de regras de comercialização “a base para cálculo do PLD é o Custo Marginal de Operação (CMO), fruto dos modelos matemáticos utilizados também pelo ONS para definir a programação da operação do sistema [...]” (ANEEL, 2024a, p.3).

Dentre os principais modelos utilizados na cadeia de planejamento do setor elétrico, destacam-se três: o Newave (programação de médio/longo prazo), o Decomp (programação de curto prazo) e o Dessem (programação de curtíssimo prazo e base horária) (CCEE, 2025a).

Com as constantes buscas por maior precisão das previsões de demanda, o planejamento da geração e a segurança do sistema elétrico, foi publicado pelo MME a portaria nº 301/2019, que estabelece um cronograma para alteração na forma de apuração do PLD de curtíssimo prazo, realizado pelo modelo Dessem. A principal mudança consistiu na adoção do cálculo do PLD em base horária, substituindo a metodologia anterior de análise semanal (MME, 2019).

A mudança instituída pela portaria nº 301/2019 (MME, 2019) com um detalhamento mais refinado na forma de análise, torna-se ainda mais relevante diante da crescente inserção de fontes renováveis intermitentes, como a solar e a eólica, na matriz elétrica brasileira (EPE, 2024, p.12). Segundo o Balanço Energético Nacional (BEN) de 2024, no ano de 2023, a participação das fontes renováveis na matriz elétrica alcançou 89% (EPE, 2024, p.12), com destaque para o crescimento expressivo da geração solar fotovoltaica, que aumentou 68,1% (EPE, 2024, p.46, tabela 2.8), e da geração eólica, que cresceu 17,4% em relação ao ano anterior (EPE, 2024, p.15.).

A variabilidade intrínseca dessas fontes, dependentes de condições climáticas (Franco, 2018, p.20), impõe desafios operacionais ao sistema elétrico, exigindo maior flexibilidade na gestão da oferta e demanda de energia. Nesse contexto, a adoção do PLD horário, conforme estabelecido pela Portaria MME nº 301/2019 (MME, 2019), permite uma precificação mais precisa, refletindo as flutuações diárias na geração e consumo de energia, e contribuindo para a estabilidade e confiabilidade do sistema elétrico nacional.

1.1 Justificativa

O PLD é um dos principais instrumentos do mercado de energia elétrica brasileiro, sendo responsável por balizar as transações no MCP e refletir, com base em modelos matemáticos complexos, as condições operativas e econômicas do Sistema Interligado Nacional (SIN) (CCEE, 2025a). De acordo com a Confederação Nacional da Indústria (CNI), o aumento de custo de energia elétrica gera impactos diretos, desde os consumidores residenciais até os industriais (CNI, 2021), sendo que a indústria brasileira, sozinha representa um consumo final de mais de 30% de energia elétrica (EPE, 2020). Ainda segundo a CNI (2021), uma análise realizada em 2021 estimou que o impacto do aumento da energia naquele ano poderia resultar em uma queda de R\$ 8,2 bilhões no Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro, em comparação ao PIB de 2020.

Como o Brasil possui dois sistemas de classificação de consumidores de energia elétrica, Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e Ambiente de Contratação Livre (ACL), os impactos do aumento de energia elétrica são sentidos de maneiras diferentes. Conforme a Associação Brasileira dos Comercializadores de Energia (ABRACEEL, 2025), “para o mercado cativo o sinal de preço é amortecido pelo mix tarifário e defasado em até um ano”, o que atrasa a percepção de sinais econômicos do setor elétrico, como escassez hídrica ou excesso de oferta de energia. Em contraste, os consumidores do ACL estão expostos diretamente ao PLD e demais preços do MCP (ANEEL, 2024b), tornando-se, assim, mais suscetíveis e responsivos aos sinais econômicos do setor elétrico.

Conforme estabelecido pela portaria nº 301/2019 (MME, 2019), a implementação da formação do PLD horário trouxe uma nova dinâmica à precificação da energia. Essa mudança se mostra especialmente pertinente diante do crescimento expressivo da participação de fontes renováveis intermitentes na matriz elétrica nacional, como evidenciado no BEN de 2024 (EPE, 2024).

Esse cenário de crescente participação das fontes renováveis intermitentes na matriz elétrica evidencia a importância de compreender os efeitos dessa transição sobre a operação do sistema. Com o aumento do fornecimento de energia elétrica por essas fontes, Rehman, Al-hadhrami e Alam (2015, p. 2) comentam que, “devido à sua natureza flutuante, não conseguem manter ou regular o fornecimento contínuo de

energia”, ampliando assim, as incertezas na operação e planejamento do setor elétrico. Em contrapartida, Wang *et al.* (2024), comentam sobre a inserção de fontes de energia renováveis intermitentes no sistema elétrico, apontando que “mitiga o impacto das flutuações nos preços desses combustíveis sobre os preços da eletricidade no atacado, mas também diminui os custos operacionais por meio do efeito de ordem de mérito”.

Dentre os efeitos da crescente participação das renováveis, destaca-se também a ocorrência de preços negativos de energia, fenômeno que já tem sido observado em diversos mercados ao redor do mundo, em especial o mercado europeu (Financial Times, 2024). Segundo o gridX (2025), “preços negativos de eletricidade ocorrem devido a um excesso de oferta de eletricidade, frequentemente durante os períodos de pico de produção de fontes de energia renováveis, como a eólica e a solar”. Esse comportamento de preços, ainda pouco comum no Brasil, tende a se tornar mais frequente com o avanço da geração renovável intermitente e com a implementação do PLD horário.

1.2 Definição do Problema

A introdução do PLD horário (MME, 2019), associada ao avanço das fontes renováveis intermitentes e às características hidrotérmicas da matriz elétrica brasileira (EPE, 2024), trouxe novos desafios para a previsibilidade e estabilidade dos preços no Mercado de Curto Prazo (MCP). No entanto, conforme descrito pela CCEE (2025a), a formação do PLD, baseada em modelos matemáticos computacionais, depende de variáveis sensíveis, como a sazonalidade hidrológica, as oscilações da demanda e a variabilidade na geração renovável.

A combinação desses fatores intensifica a volatilidade dos preços e evidencia a crescente complexidade associada à operação do sistema elétrico brasileiro. Nesse contexto, torna-se importante compreender os mecanismos físicos e econômicos que determinam a formação do CMO elétrica e a influência das restrições operativas sobre esse processo.

Entretanto, devido à elevada complexidade computacional e à abrangência dos modelos oficiais utilizados pelo setor elétrico brasileiro, a análise detalhada desses mecanismos torna-se pouco acessível em ambientes acadêmicos e didáticos.

Dessa forma, o presente trabalho não busca reproduzir integralmente a metodologia oficial de formação do PLD brasileiro, mas desenvolver um modelo simplificado, inspirado nos princípios econômicos e operativos empregados no setor, com finalidade didática e analítica.

Como o PLD é estruturalmente derivado do Custo Marginal de Operação (CMO) (ANEEL, 2024a), este trabalho propõe investigar os mecanismos de formação do preço da energia elétrica por meio da modelagem matemática do CMO criado, identificando os principais fatores que influenciam sua dinâmica e analisando seu comportamento sob diferentes condições operativas previamente definidas.

1.3 Objetivo Geral

Analisar o comportamento do CMO proposto, sob diferentes condições operativas, por meio do desenvolvimento de um modelo computacional simplificado de despacho termelétrico, considerando restrições físicas e operacionais das unidades geradoras.

1.4 Objetivos Específicos

O presente trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

- a) descrever o funcionamento institucional e regulatório do SEB, com ênfase na atuação da Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE);
- b) apresentar os mecanismos de formação do PLD e sua relação com o CMO;
- c) desenvolver um modelo computacional de otimização para simular a determinação do CMO criado em um sistema termelétrico simplificado;

- d) aplicar o modelo desenvolvido a diferentes estudos de caso, considerando variações de carga e restrições operativas das unidades geradoras; e
- e) analisar o comportamento do CMO e os despachos ótimos das usinas sob diferentes condições operativas.

1.5 Estrutura do Trabalho

Este trabalho é organizado em cinco capítulos.

O primeiro capítulo introduz o tema com uma contextualização do cenário de precificação no mercado de energia, seguida pela justificativa de sua relevância. Logo após, definem-se o problema central e os objetivos geral e específicos que norteiam o trabalho.

O segundo capítulo dedica-se à fundamentação teórica, apresentando a estrutura institucional do SEB, com ênfase na CCEE. Em seguida, detalham-se os conceitos de formação de preço (CMO e PLD) e descreve-se a cadeia oficial de modelos computacionais de otimização (Newave, Decomp e Dessem), introduzindo também os conceitos de despacho econômico e *Unit Commitment (UC)*.

O terceiro capítulo aborda a metodologia empregada no desenvolvimento do modelo computacional, cujo descreve-se o problema de otimização proposto e sua formulação matemática. Além disso, detalha-se a estruturação do código em linguagem *Python* e o método algorítmico de solução em duas fases, necessária para contornar a não convexidade.

O quarto capítulo destina-se à análise dos resultados, ao qual são apresentadas as simulações computacionais baseadas em estudos de caso com complexidade incremental. Avalia-se o comportamento do despacho ótimo e do CMO frente à inserção gradual de restrições operativas.

Por sua vez, o quinto capítulo consolida as considerações finais do trabalho, resgatando o objetivo principal, sintetizando os fenômenos de precificação analisados, apontando as limitações da modelagem didática e sugerindo propostas para a continuidade em trabalhos futuros.

Por fim, destaca-se que a ferramenta ChatGPT, versão GPT-4, foi empregada na revisão textual, com foco na verificação ortográfica e na melhoria da fluidez do texto. Adicionalmente, a referida ferramenta foi utilizada no desenvolvimento de depuração do modelo computacional empregado ao trabalho, auxiliando na identificação de erros de sintaxe e na resolução de falhas na implementação. Destaca-se que a produção intelectual e conceitual desta dissertação é de autoria exclusiva do discente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo será dividido em duas seções estabelece a base conceitual necessária para a compreensão dos mecanismos de precificação da energia elétrica no Brasil, sendo estruturados em duas seções principais.

A primeira seção descreve a organização institucional do SEB, com ênfase nas atribuições da CCEE e no funcionamento dos diferentes ambientes de contratação.

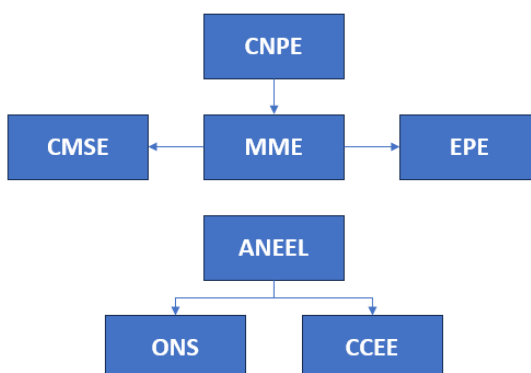
A segunda seção detalhada a teoria de formação de preços de energia elétrica e os modelos de otimização, conceituando o CMO e o PLD, incluindo a evolução regulatória para o PLD horário e os critérios de limites de preços.

Para finalizar a base conceitual, a referida seção apresenta a cadeia de modelos computacionais de otimização (Newave, Decomp e Dessem), explicando como estas ferramentas determinam de forma os custos e preços de longo, médio e curto prazo.

2.1 Estrutura institucional do SEB

A estrutura organizacional do SEB é composta por diversas instituições que atuam de forma coordenada para garantir a formulação de políticas, o planejamento, a regulação e a operação do sistema. A hierarquia e a inter-relação dessas entidades podem ser observadas na Figura 1.

Figura 1 – Organograma SEB



Fonte: Elaboração própria (2025).

No topo da governança do setor, CNPE atua como órgão de assessoramento da Presidência da República, sendo responsável por propor diretrizes e políticas energéticas nacionais (Brasil, 2000). A condução e a execução dessas políticas cabem ao MME (Brasil, 2023), que exerce o papel de poder concedente. Para fundamentar essas decisões, o planejamento estratégico de expansão da matriz energética e os estudos técnicos de longo prazo são elaborados pela EPE (Brasil, 2004d). Adicionalmente, visando garantir a segurança e a continuidade do suprimento, o CMSE avalia ininterruptamente as condições físicas de abastecimento em todo o território nacional (Brasil, 2004b).

A regulação, a mediação e a fiscalização das atividades de geração, transmissão, distribuição e comercialização ficam a cargo da ANEEL (Brasil, 1997a). Sob a regulação da ANEEL, operam dois agentes fundamentais para o funcionamento do mercado brasileiro:

- a) o ONS, responsável pela coordenação física; e
- b) a CCEE, responsável pela operação comercial e financeira.

O ONS é a entidade responsável pelo controle da operação eletroenergética do SIN e sua atribuição central, é a realização do planejamento da operação e do despacho da geração (Brasil, 2004a). O ONS utiliza modelos matemáticos de alto nível de complexidade para definir quais usinas devem gerar energia a cada instante, buscando minimizar o custo global da operação do sistema, sempre respeitando todas as restrições físicas da rede e garantindo a segurança do suprimento.

2.1.1 Papel da CCEE e os ambientes de contratação

Enquanto o ONS atua na otimização física, a CCEE atua como administradora das transações comerciais do setor, a qual sua principal função é viabilizar o mercado de energia elétrica, gerindo contratos e realizando a contabilização financeira das operações. Dentre suas competências fundamentais, destaca-se a apuração do PLD, que funciona como o principal sinal econômico do sistema (Brasil, 2004c).

A dinâmica que exige a atuação da CCEE e a aplicação do PLD deriva da estrutura de comercialização de energia elétrica do Brasil, que ocorre simultaneamente em dois ambientes. O ACR, ou mercado cativo, é formado por consumidores que adquirem energia de distribuidoras com tarifas reguladas pela ANEEL, baseadas em contratos de longo prazo. Em contrapartida, no ACL, os participantes possuem liberdade de negociar condições, prazos e preços diretamente com geradoras ou comercializadoras, assumindo integralmente a gestão dos seus riscos e a obrigação de comprovar 100% de lastro para o seu consumo (ABRACEEL, 2019).

Independentemente do ambiente de contratação (ACR ou ACL), a operação física do sistema elétrico em tempo real ditada pelo ONS torna improvável que a geração e o consumo ocorram exatamente nos mesmos volumes que foram estabelecidos previamente nos contratos. Essa assimetria inevitável gera diferenças (sobras ou *déficits*) que são apurados pela CCEE e liquidadas financeiramente no MCP. É neste mercado de ajuste que o PLD é aplicado como o preço de valoração dessas diferenças contratuais, criando a necessidade de compreender os mecanismos matemáticos de sua formação (CCEE, 2025a).

2.2 Formação de Preço e Modelos de Otimização

Após apresentar a estrutura institucional e as regras comerciais do SEB, é necessário avançar para a base matemática e física que define a operação do mercado de energia elétrica no Brasil. Como o sistema brasileiro possui em sua maioria hidrelétricas com reservatórios, definir o despacho de energia é um grande problema de otimização. O objetivo central dessa otimização é sempre minimizar o custo total de operação, garantindo o suprimento de energia elétrica e respeitando os limites de cada usina.

É a partir da solução desse problema matemático que surgem os preços do mercado. Para explicar como isso acontece, esta seção abordará primeiro o CMO, que representa o custo físico gerado pela operação das máquinas. Em seguida, será detalhada o PLD, que é a aplicação desse custo físico dentro das regras comerciais da CCEE. Por fim, será apresentada a cadeia de modelos computacionais (Newave, Decomp e Dessem) utilizado pelo ONS para calcular esses valores.

2.2.1 Custo Marginal da Operação

O CMO é o pilar fundamental para a precificação de energia elétrica no Brasil. Economicamente, ele é definido como o custo necessário para suprir o próximo megawatt hora (MWh) demandado pelo sistema. Em sistemas puramente térmicos, esse valor equivale ao custo de geração da última usina despachada para fechar o balanço de carga, também conhecida como usina marginal (ANEEL, 2024a).

Entretanto, devido à natureza hidrotérmica do SIN, a determinação do CMO envolve o gerenciamento estratégico dos estoques de água, e nesse cenário, o CMO reflete o custo de oportunidade do uso da água armazenada, ou seja, a utilização de um volume maior de água para geração de energia elétrica hoje, pode resultar em maior acionamento de usinas termelétricas no futuro, em caso de baixas afluências. Dessa maneira, o CMO é o resultado do equilíbrio entre o custo imediato de geração e a expectativa de custos futuros (CCEE, 2025a)

Matematicamente, o CMO é obtido por meio de modelos de otimização que buscam minimizar o custo total da operação do sistema sob diversas restrições físicas. Ele surge como a variável dual associada à restrição de balanço de potência e essa variável indica a sensibilidade da função objetivo (custo total) em relação à variação unitária da carga. No modelo Dessem, que opera em base horária, o CMO captura as volatilidades de curtíssimo prazo, servindo como a base regulatória para a formação do PLD, após aplicados os limites estipulados pela CCEE (Magalhães, 2021).

2.2.2 Preço da Liquidação das Diferenças

Inicialmente, o Preço do Mercado Atacadista de Energia Elétrica (PMAE), era o parâmetro utilizado para valorar a energia elétrica nos submercados, tendo sido instituído através da resolução da ANEEL nº 447/2002 (ANEEL, 2002). O conceito de PLD, como conhecido atualmente, surgiu com a criação da CCEE e foi regulamentado pelo decreto nº 5.177/2004, no Art. 2º, inciso V, ficando atribuído à CCEE, a apuração do PLD no MCP (Brasil, 2004c). Conforme definição dada pela CCEE (2025a), PLD é a diferença de toda energia elétrica que foi produzida, porém ainda não foi contratada, servindo então para valorar a energia liquidada.

O PLD é calculado de forma *ex-ante*, ou seja, a precificação é determinada com base em previsões operacionais antes da ocorrência do consumo real, baseando-se no histórico de disponibilidade e expectativa de carga (MLE, 2025). Conforme a CCEE (2025a), o modelo define a precificação ideal e despacho hidrotérmico para todos os submercados, levando em consideração os seguintes fatores:

- a) condições hidrológicas;
- b) preços de combustível;
- c) disponibilidade de equipamentos de geração e transmissão;
- d) expectativa de geração de usinas não despachadas centralizadamente;
- e) demanda de energia;
- f) custo de *déficit*; e
- g) entrada de novos projetos.

2.2.2.1 PLD horário

Desde a criação da CCEE até o ano de 2020, o preço da energia elétrica era definido semanalmente pelo Decomp, então no ano de 2019, a portaria nº 301/2019, Art. 1º estabelece o cronograma para entrada em operação do Dessem, modelo esse usado para programar a operação no curtíssimo prazo e também a formação do PLD horário no MCP, portaria essa que entraria em vigência no ano de 2021 (MME, 2019).

2.2.2.2 PLD máximo e mínimo

No ano de 2022, a Resolução Normativa ANEEL nº 1.032/2022, consolidou as regras e estabeleceu critérios para a definição dos limites estruturais na formação do preço (ANEEL, 2022). Como regra geral da precificação do PLD, sempre que o CMO (calculado pelos modelos matemáticos de operação) ultrapassar esses limites comerciais, o PLD assumirá o valor de teto ou piso correspondente.

Segundo a ANEEL (2022), o PLD máximo passou a ser dividido em duas categorias, sendo elas:

1. PLD máximo estrutural: Corresponde ao nível de proteção ao risco de 95% da função densidade de probabilidades de renda inframarginal. Seu objetivo é proteger o mercado contra riscos sistêmicos, manter a eficiência e fornecer um sinal econômico consistente. Zucarato (2009), define a renda inframarginal como a diferença entre o preço de equilíbrio do mercado e o custo marginal da usina ofertante.
2. PLD máximo horário: obtido através da média ponderada, pela potência instalada, dos Custos Variáveis Unitários (CVUs) das usinas termelétricas a óleo diesel operantes no sistema.

O PLD max_estrutural entrou em vigência a partir de 01/01/2020 e o PLD max_horário entrou em vigência na mesma data de implementação do PLD horário no MCP. Os limites serão atualizados anualmente pela ANEEL com base na variação do Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) (ANEEL, 2022).

Por fim, o PLD mínimo, também estabelecido de forma anual pela referida Resolução, corresponde ao maior valor entre a Tarifa de Energia de Otimização da Usina Hidrelétrica de Itaipu (TEOItaipu) e a TEO das demais usinas hidrelétricas do SIN (ANEEL, 2022).

2.2.3 Modelos computacionais (Newave, Decomp, Dessem)

A determinação do despacho das usinas e o cálculo do CMO no SIN representa um problema de otimização de alta complexidade. Devido à natureza hidrotérmica do sistema brasileiro, à incerteza hidrológica e à dimensão do SIN, a resolução do despacho em um modelo único seria computacionalmente inviável (Magalhães, 2021).

Para contornar essa limitação, o ONS e a CCEE utilizam uma cadeia de modelos computacionais acoplados, conforme a Figura 2, desenvolvidos pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL) (CCEE, 2025a).

Figura 2 – Fluxograma para obtenção do PLD

FLUXOGRAMA



Fonte: CCEE (2025).

Essa estrutura de modelo opera em forma hierárquica e acoplada, onde o problema de despacho é dividido em diferentes horizontes (longo, médio e curto prazo) (CCEE, 2025a). O principal elo de ligação entre eles é a Função Custo Futuro (FCF), mecanismo esse que permite a consistência entre as decisões operativas de diferentes horizontes (ANEEL, 2024a). Esse modelo de acoplamento é a base do modelo institucional brasileiro, conforme discutido por Sozzi (2014), sendo fundamental para equilibrar o uso dos recursos hídricos com a necessidade de despacho de usinas termelétricas de custo variável,

2.2.3.1 Newave

O Newave é o modelo computacional voltado ao planejamento da operação de longo e médio prazo do SIN, sendo projetado para resolver o problema de despacho hidrotérmico estocástico (CEPEL, 2025b). Sua política operativa visa minimizar o custo esperado da operação (engloba os custos de geração térmica, e os riscos de déficit) respeitando as restrições físicas e operacionais do sistema que integra fontes hídricas, térmicas e eólicas (CEPEL, 2025b).

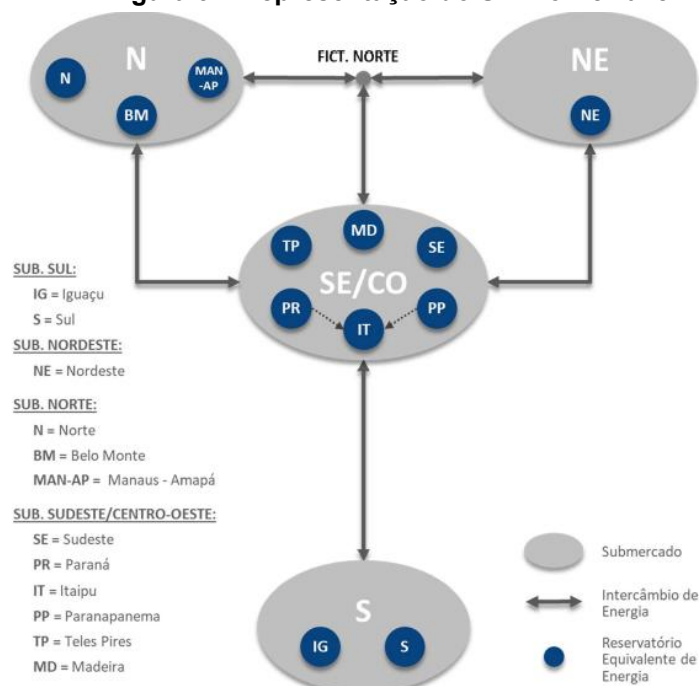
A estratégia de cálculo fundamental do Newave baseia-se na técnica de Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE). Trata-se de um método de otimização em múltiplos estágios que constrói aproximações matemáticas do custo futuro para tomada de decisões sob incertezas, equilibrando o uso imediato dos recursos com o risco de escassez futura. Esta abordagem matemática permite lidar com a incerteza das afluições (vazões) e, a partir de 2021, passou a considerar também a variabilidade da velocidade dos ventos, essencial para o despacho das usinas eólicas (CEPEL, 2025b).

Para viabilizar a otimização em um horizonte de até cinco anos, o modelo adota simplificações necessárias na representação do sistema, conforme detalhado pela ANEEL (2024a):

- parques termelétricos são representados de forma individual;
- UHE são agregadas por meio de Reservatórios Equivalentes de Energia (REE);
- demais fontes são modeladas como Usinas Não Simuladas Individualmente (UNSI); e
- linhas de transmissões (LTs), são representadas por conexões equivalentes que interligam os submercados, desconsiderando restrições elétricas de fluxo de potência com intuito de simplificar a modelagem.

Conforme a ANEEL (2024a), a Figura 3 ilustra essa representação agregada do SIN utilizada pelo modelo. Um resultado primordial do Newave é a FCF. Esta função, que valora o custo esperado da operação com base na tendência hidrológica e nos níveis de armazenamento, funciona como o elo técnico de acoplamento com o modelo Decomp, garantindo a compatibilidade entre as políticas de longo e curto prazo (ANEEL, 2024a).

Figura 3 – Representação do SIN no Newave



Fonte: ANEEL (2024a).

Devido sua importância estratégica, o Newave é a ferramenta de base para diversas atividades do SEB (CEPEL, 2024), sendo elas:

- a) Plano Decenal de Expansão de Energia (PDE);
- b) Programa Mensal de Operação (PMO);
- c) Plano da Operação Energética (PEN); e
- d) PLD entre outras atividades.

2.2.3.2 *Decomp*

O Decomp é o modelo computacional voltado para o planejamento da operação energética de curto prazo, atuando como um refinador dos dados estratégicos gerados pelo Newave (CEPEL, 2025c). Enquanto o modelo anterior define a estratégia de longo prazo, o Decomp detalha a operação das usinas hidrotérmicas para o horizonte de curto prazo, visando minimizar o custo total esperado da operação e atendendo aos critérios de aversão ao risco hidrológico (CEPEL, 2025c).

A estratégia de cálculo utilizada pelo Decomp é Programação Dinâmica Dual (PDD). Essa técnica otimiza decisões sequenciais avaliando retroativamente uma árvore finita e predefinindo cenários, calculando o custo futuro para o horizonte de curto prazo, permitindo uma representação mais detalhada das restrições físicas e operativas do sistema, quando comparado ao Newave (CEPEL, 2021). De acordo com a ANEEL (2024a), o modelo do Decomp é representado da seguinte maneira:

- a) parques termelétricos são representados de forma individual;
- b) UHE são representadas de forma individual; e
- c) LTs são representadas de maneira semelhante ao Newave, porém possuem algumas particularidades referentes à representação individualizada.

O Decomp possui um horizonte de estudo de até dois meses, com uma discretização temporal que reflete sua necessidade de precisão (o primeiro mês é modelado com passos semanas e o segundo com passos mensais). Sua função primordial é determinar as metas de geração para as usinas em cada patamar de

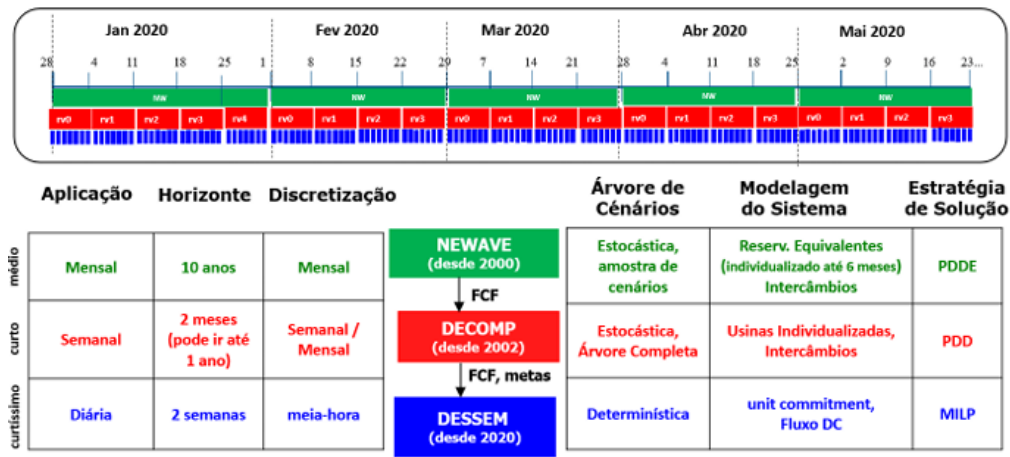
carga (leve, média e pesada), sendo uma ferramenta essencial na elaboração de do PMO e, historicamente, na precificação do PLD (CEPEL, 2021).

Assim como o Newave, o resultado central do Decomp é a FCF. Esta função é o elo técnico que possibilita a integração com o modelo Dessem, garantindo a compatibilidade das políticas de operação entre os diferentes horizontes temporais e assegurando um processo de despacho mais uniforme e eficiente para o SIN (ANEEL, 2024a).

2.2.3.3 Dessem

O Dessem é o modelo de otimização de curtíssimo prazo responsável pela programação diária da operação do SIN e pela formação do preço horário no MCP. Como etapa final da cadeia de modelos, o Dessem é o software que apresenta maior aderência à realidade operativa, detalhando o despacho do sistema com granularidade horário e semi-horária (CEPEL, 2025d). A Figura 4 ilustra a transição de foco entre os modelos, evidenciando como o Dessem atua sobre a rede elétrica com maior nível de detalhamento físico do que os modelos anteriores Figura 4 (CEPEL, 2025a).

Figura 4 – Comparação entre Newave, Decomp e Dessem



Fonte: CEPEL (2025a).

A estratégia de cálculo utilizada pelo Dessem é a Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Essa abordagem combina variáveis contínuas com variáveis discretas (binária), permitindo modelar decisões mutuamente exclusivas e restrições operacionais complexas. Essa escolha é tecnicamente necessária devido à presença

de variáveis binárias que representam estados de operação (ligado ou desligado), características essenciais do problema de *UC* (CEPEL, 2025a).

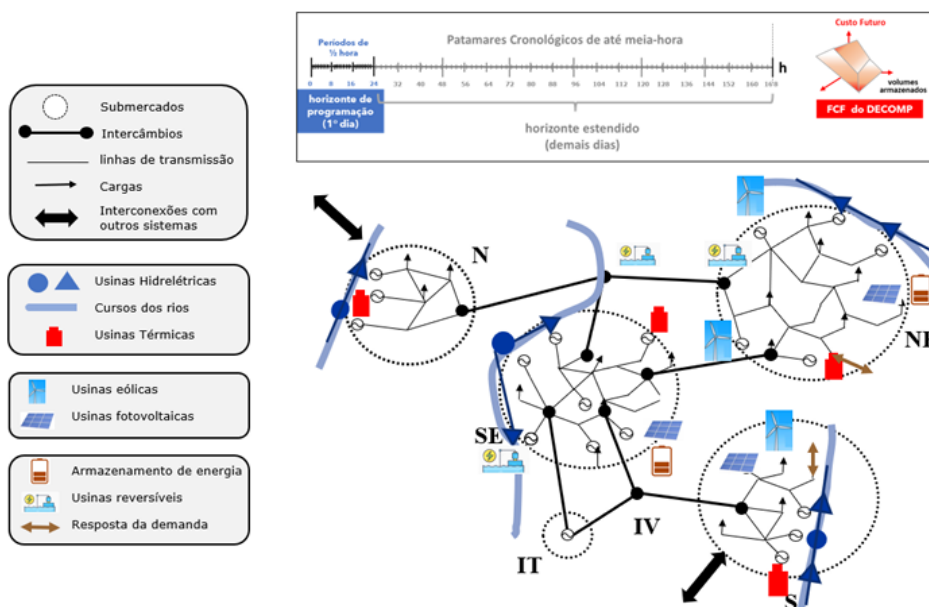
A modelagem *UC* segundo o CEPEL (2025e), permite determinar a alocação ótima das unidades geradoras térmicas, decidindo o momento exato de acionamento ou desligamento de cada usina, considerando restrições críticas como:

- a) geração mínima de estabilidade;
- b) tempos mínimos de permanência no estado de ligado ou desligado; e
- c) custo de partida e parada de térmicas.

Conforme detalhado pelo CEPEL (2025a), a representação do sistema no Dessem (Figura 5), é muito mais abrangente e precisa que a dos modelos de longo e médio prazo:

- a) usinas representadas como unidades geradoras;
- b) restrições *Unit Commitment* Térmico (UCT) e *Unit Commitment* Hidráulico (UCH);
- c) variação de produtividade das UHE em função da altura de queda;
- d) balanço de água nos reservatórios e fluxo de água dos rios; e
- e) LTs são representadas por meio de fluxo de potência DC, permitindo a análise de restrições de transmissão, perdas elétricas e injeções de energia em barras específicas do sistema.

Figura 5 – Representação do sistema através do Dessem



Fonte: CEPEL (2025a).

A aplicação do Dessem gera resultados fundamentais para o ONS e para a precificação de energia, incluindo o despacho individualizado de cada unidade geradora, a operação dos reservatórios e os fluxos de potência nos circuitos (CEPEL, 2025a). O produto de maior interesse para o mercado de energia elétrica é o CMO horário por submercado ou barra, que é o sinal econômico base para a liquidação financeira das diferenças no MCP (PLD horário), capturando as volatilidades e o valor da energia em curtíssimo prazo.

2.2.4 Despacho Econômico e *Unit Commitment*

O planejamento da operação de sistemas de potência consiste na definição prévia da trajetória de geração de um conjunto de usinas para atender à demanda projetada ao longo de um horizonte temporal, buscando sempre a minimização dos custos totais. Devido à necessidade de manter o balanço contínuo entre oferta e consumo, esse planejamento configura um problema de otimização intertemporal. Isso significa que as decisões operativas tomadas em um instante afetam diretamente a flexibilidade física e os custos operacionais dos períodos subsequentes, exigindo que o algoritmo de otimização enxergue o horizonte de estudo de forma acoplada (ONS, 2020).

A camada inicial de um problema de despacho econômico para a sua resolução é conhecida como *UC*, ou problema de pré-despacho, cujo objetivo do *UC* é determinar o *status* operativo ótimo de cada unidade geradora, isto é, decidir se a máquina deve estar ligada ou desligada em cada intervalo de tempo. Por lidar com estados operacionais antagônicos (ligado ou desligado), a modelagem do *UC* exige o uso de variáveis de decisão binárias (assumindo valores de 0 ou 1), o que confere ao problema a característica matemática inteira-mista. Nesta etapa do planejamento que o modelo impõe o respeito de restrições físicas de inércia térmica dos equipamentos, como as janelas operatórias de tempo mínimo (*Minimum Up-Time*) e o tempo mínimo desligada (*Minimum Down-Time*) (CEPEL, 2025e).

Uma vez que o problema de *UC* define o estado operativo das unidades geradoras, a otimização avança para sua segunda etapa de despacho econômico, e neste estágio, as variáveis os *status* de operação tornam-se parâmetros fixos (0 para usinas desligadas e 1 para usinas ligadas) e o modelo passa lidar exclusivamente com variáveis de decisão contínuas, cujo objetivo é definir o montante exato de potência (em MW) que cada usina deve injetar na rede. No âmbito do planejamento da operação do sistema, essa alocação busca atender à carga prevista minimizando o custo total da operação, respeitando as restrições operativas e físicas das usinas, como os limites de capacidade de geração máxima e os limites técnicos de geração mínima (ONS, 2020).

A formulação matemática desse balanço de potência não apenas define o despacho físico ótimo das usinas, mas também extrai os sinais econômicos fundamentais para o setor. No problema de otimização linear, a restrição de atendimento a demanda, obriga o sistema a igualar a geração total da carga exigida e também possui uma variável dual associada (também tratada matematicamente como multiplicador de Lagrange). Economicamente, essa variável dual reflete o custo marginal para o sistema suprir um acréscimo de uma unidade adicional de carga. Nos modelos oficiais adotados no Brasil, esse valor financeiro marginal extraído diretamente da equação de balanço de potência é a definição estrutural do CMO (ONS, 2020).

3 DESENVOLVIMENTO

Este capítulo apresenta a metodologia utilizada para modelar um sistema termelétrico simplificado e analisar o comportamento do CMO proposto sob diferentes condições operativas. Inicialmente, descreve-se o problema de otimização proposta, seguido da formulação matemática, da implementação computacional e do método adotado para a determinação do CMO. Desta forma, este capítulo estabelece o suporte necessário para a implementação prática e a análise crítica da modelagem que será discutida nos resultados do trabalho.

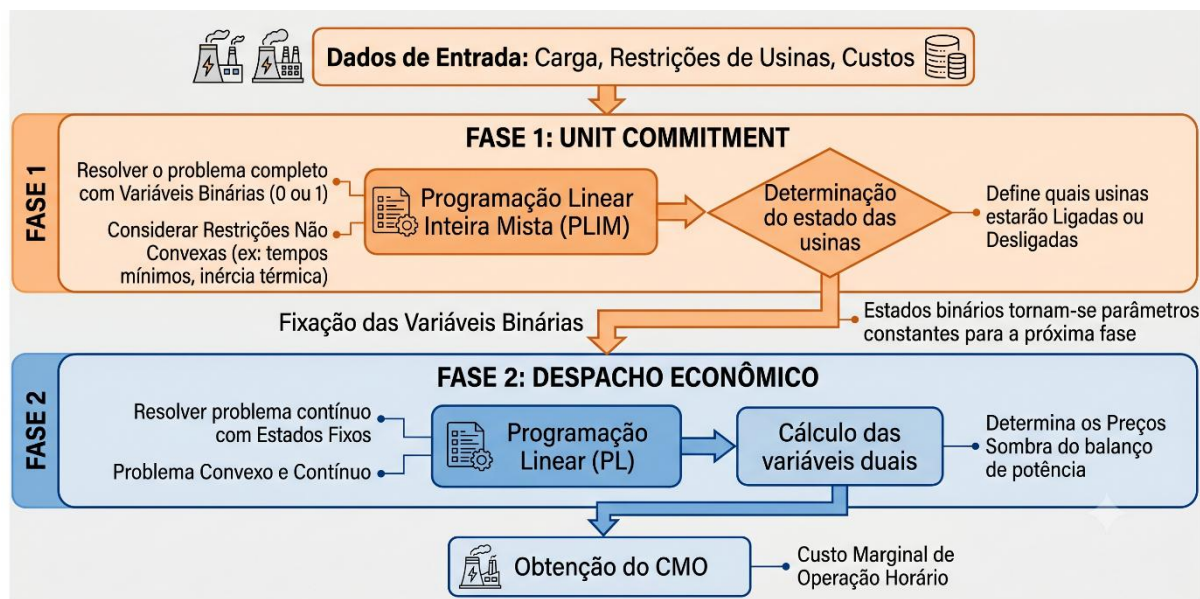
3.1 Descrição do problema de otimização

O presente trabalho propõe a modelagem e a simulação do despacho econômico de um parque termelétrico sob restrições operativas, estruturado como um problema de otimização matemática. O objetivo central consiste em minimizar o custo total de operação de um sistema estritamente térmico, garantindo o atendimento sem interrupções à demanda horária de carga e às limitações físicas de cada unidade. Esta abordagem visa emular a lógica de decisão de curtíssimo prazo adotada pelo modelo oficial utilizado pela ONS, o Dessem.

A fim de viabilizar a determinação do CMO, a modelagem precisou ser estruturada em duas fases, devido à natureza da decisão de *UC* (ligar ou desligar uma usina). Como a unidade geradora pode ou não estar sincronizada a rede, ou seja, gerando ou não energia para o sistema, não havendo meio-termo, a matemática do problema sofre descontinuidades (condição conhecida como não-convexidade), situação a qual impede o cálculo direto do CMO.

Para contornar essa limitação matemática, adotou-se uma estratégia de solução dividida em duas etapas sequenciais, conforme ilustrado no fluxograma da Figura 6.

Figura 6 – Fluxograma da solução em duas fases



Fonte: Autoria própria (2026).

Conforme ilustrado na Figura 6, a estratégia de solução para contornar a não convexidade do problema é estruturada em duas etapas sequenciais:

1. Fase 01 – *Unit Commitment*: O modelo resolve o problema de forma completa utilizando PLIM, ao qual o foco desta etapa é determinar a melhor combinação de usinas sincronizadas ao sistema (status ligada ou desligada) para atender a demandado sistema. A utilização de variáveis binárias (0 ou 1) permite que o algoritmo respeite as restrições físicas não convexas, como a inércia térmica e os tempos mínimos de permanência; e
2. Fase 02 – Despacho Econômico: O estado operativo de cada unidade térmica determinado na etapa anterior é fixado, transformando variáveis binárias em parâmetros constantes, eliminando as discontinuidades matemáticas, reduzindo o modelo a um problema de PL estritamente contínuo e convexo. É exatamente a obtenção desse espaço contínuo que permite que ao modelo calcular a variável dual (multiplicador de Lagrange) associado à restrição de balanço de potência. Essa variável reflete o custo financeiro para o sistema suprir uma unidade adicional de carga, sendo este o método proposto para a obtenção do CMO horário (CEPEL, 2023).

3.2 Formulação matemática do modelo

A modelagem matemática do problema de despacho econômico térmico é o método utilizado para converter restrições operativas em sinais de preço marginal. Diferente de métodos heurísticos, a formulação por PLIM permite representar de forma exata e determinística as decisões de *UC* (estado de acionamento ou desligamento das unidades geradoras). A seguir, apresenta-se a formulação algébrica detalhada do modelo, composta pela definição de suas variáveis de decisão, função objetivo e restrições operativas.

3.2.1 Índices e variáveis de decisão

Para a estruturação do modelo, estabelecem-se os seguintes conjuntos, índices e variáveis, essenciais para mapear a dimensão temporal e as decisões operativas associadas aos ativos de geração do sistema (Silva, 2012):

- a) $t \in T$: índice e conjunto de intervalos temporais que compõe o horizonte de simulação (ex.: horas);
- b) $i \in N$: índice e conjunto de unidades geradoras térmicas disponíveis no sistema;
- c) $P_{i,t} \geq 0$: variável de decisão contínua que representa a potência ativa gerada pela unidade térmica i no intervalo t , expressa em MW; e
- d) $u_{i,t} \in \{0,1\}$: variável de decisão binária de estado (ou *UC*), que assume valor 1 caso a unidade i esteja em operação (sincronizada ao sistema) no intervalo t , e 0 caso esteja fora de serviço (desligada ou dessincronizada do sistema).

Essa estrutura de variáveis permite ao modelo computar o despacho contínuo de potência condicionado ao estado operacional de cada unidade térmica.

3.2.2 Função objetivo

No contexto de sistema de potência, o problema de despacho econômico tem a finalidade de definir a alocação de geração de cada usina de modo a suprir a

demanda de carga pelo menor gasto possível. A função objetivo deste modelo visa minimizar o custo total de operação do parque termelétrico durante o horizonte de simulação. Em um sistema estritamente térmico, a parcela predominante do custo operativo provém do consumo de combustível, sendo modelada de forma diretamente proporcional à potência ativa injetada na rede por cada unidade geradora (Silva, 2012).

Conforme Silva (2012), a equação (1) apresenta a formulação matemática do modelo simplificada:

$$\min Z = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} (C_i * P_{i,t}) \quad (1)$$

Em que:

Z é o custo total da operação do sistema, expresso em R\$;

C_i é o custo linear (ou marginal) de geração da unidade térmica i , expresso em R\$/MWh; e

$P_{i,t}$ é a potência ativa gerada pela unidade i no intervalo de tempo t , expressa em MW.

3.2.3 Restrições operativas

Para que o despacho econômico represente adequadamente a física do sistema elétrico e as limitações dos ativos de geração, a função objetivo está sujeita a um conjunto de restrições operativas, a seguir, apresentam-se as equações matemáticas que compõem essas restrições.

3.2.3.1 Equação de balanço de potência

A restrição fundamental para qualquer problema de despacho, conforme Silva (2012), é o atendimento da demanda do sistema, ou seja, a soma das potências geradas por todas as unidades térmica durante o horizonte de simulação deve ser estritamente igual à carga total exigida pela rede elétrica no mesmo instante, conforme a equação (2), logo abaixo:

$$\sum_{i \in I} P_{i,t} = D_t \quad \forall t \in T \quad (2)$$

Em que:

D_t é a demanda de carga total do sistema de intervalo t , expressa em MW.

Vale ressaltar que, por se tratar de um fluxo de potência DC, o sistema não possui perdas.

3.2.3.2 Limites operativos de geração

As unidades termelétricas possuem limitações físicas que restringem a potência ativa injetada na rede, com a geração não excedendo a capacidade máxima de projeto (P_{max}) e, quando a usina está sincronizada, não pode operar abaixo do seu mínimo técnico (P_{min}). Esses limites são condicionados à variável binária de estado da usina ($u_{i,t}$), conforme a equação (3) (Silva, 2012):

$$P_{min,i} \cdot u_{i,t} \leq P_{i,t} \leq P_{max,i} \cdot u_{i,t} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (3)$$

Em que:

$P_{min,i}$ é o limite inferior de geração (mínimo técnico) da unidade i , em MW; e

$P_{max,i}$ é o limite superior de geração (capacidade máxima) da unidade i , em MW.

Quando a unidade i está desligada ($u_{i,t} = 0$), a equação (3) força a variável de geração $P_{i,t}$ a assumir o valor nulo, porém quando a unidade i está ligada ($u_{i,t} = 1$), a equação (3) força a variável alocar o despacho estritamente dentro da faixa operativa.

3.2.3.3 Restrições de rampa

As restrições de rampa consistem nos valores máximos permitidos para o acréscimo (tomada de carga) ou decréscimo (alívio de carga) horário de geração térmica, uma vez que a unidade se encontra acionada e sincronizada ao sistema (CEPEL, 2023). As equações (4) e (5) delimitam, respectivamente, as rampas de subida e de descida de cada gerador:

$$P_{i,t} - P_{i,t-1} \leq R_i \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (4)$$

$$P_{i,t-1} - P_{i,t} \leq R_i \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (5)$$

Em que:

$P_{i,t-1}$ é a potência ativa gerada pela unidade i no intervalo anterior, em MW; e

R_i é a taxa máxima de variação de potência (rampa) suportada pela unidade i entre dois intervalos sucessivos, expressa MW/h.

Devido a sua natureza intrínseca de acoplamento temporal, essas limitações estabelecem que a variação de potência ativa entre dois períodos consecutivos dependa do estado operativo do intervalo anterior, ou seja, impactando a flexibilidade e a distribuição do despacho não apenas no estágio vigente, mas em períodos adjacentes (CEPEL, 2023).

3.2.3.4 Restrições de tempo mínimo ligada e desligada

Estas restrições operativas estabelecem que, uma vez tendo sido acionada em um período t , a unidade geradora deve permanecer ligada por um determinado tempo mínimo, contando a partir do seu instante de partida. O mesmo conceito se aplica para quando a usina é desligada, devendo permanecer desligada durante um determinado tempo mínimo a partir do instante em que sai de serviço (CEPEL, 2023).

A restrição de Tempo Mínimo Ligada (MUT – *Minimum Up-Time*), descrito na equação (6), atua ao detectar a partida da unidade no instante t , identificando matematicamente pela transição $u_{i,t} - u_{i,t-1} = 1$, assim que constatado esse evento, a inequação força a variável de estado ($u_{i,t}$) a permanecer igual a 1 para todos os intervalos τ dentro da janela operativa.

$$u_{i,t} - u_{i,t-1} \leq u_{i,\tau} \quad \forall \tau \in \{t, \dots, t + MUT_i - 1\} \quad (6)$$

A restrição de Tempo Mínimo Desligada (MUT – *Minimum Down-Time*), descrito na equação (6), atua de maneira análoga a restrição MDT (por meio da transição $u_{i,t-1} - u_{i,t} = 1$) ao perceber o desligamento, a inequação impede que a variável assuma o valor unitário (condição imposta pelo termo $1 - u_{i,\tau}$), bloqueando novas partidas durante a janela operativa.

$$u_{i,t-1} - u_{i,t} \leq 1 - u_{i,\tau} \quad \forall \tau \in \{t, \dots, t + MDT_i - 1\} \quad (7)$$

Em que:

MUT_i é o tempo mínimo de operação contínua exigido para a unidade i , em horas;

MDT_i é o tempo mínimo de permanência fora de operação para a unidade i , em horas;

e

τ é o índice temporal que representa os intervalos subsequentes contidos na janela de restrição, a partir da do instante t .

O modelo oficial do setor elétrico (Dessem), utiliza as formulações matemáticas baseadas em somatórios, no intuito da compatibilização de diferentes escalas de estágios, como o modelo estruturado neste trabalho adota uma discretização horária as restrições impostas pelas equações (6) e (7) são suficientes.

3.3 Estrutura computacional e método de solução

A implementação do modelo matemático de despacho econômico descrito na seção anterior exige uma infraestrutura computacional com capacidade de traduzir equações algébricas em matriz de otimização e resolve-las da maneira mais eficiente. Este tópico detalha as ferramentas de *software* escolhidas, a arquitetura de solução do problema e as adaptações computacionais necessárias para a extração correta dos sinais econômicos.

3.3.1 Ferramentas de desenvolvimento

A implementação do modelo matemático foi integralmente desenvolvida na linguagem de programação *Python*, utilizando a biblioteca PuLP para a modelagem algébrica das equações e variáveis de decisão, uma interface de otimização modeladora que permite a estruturação de problemas PL e PLIM.

A resolução matemática do problema foi o resultado da aplicação do *solver Coin-or branch and cut* (CBC), pois trata-se de uma ferramenta de código aberto utilizada para solucionar problemas de otimização que contêm variáveis binárias (como é o caso de ligar ou desligar as usinas). O *solver* atua avaliando os cenários de

uma inteligente, descartando as opções financeiras ineficientes. Esse processo garante que o modelo convirja com exatidão matemática para a solução do menor custo operativo para o despacho.

3.3.2 Método de solução em duas fases e formação de preço

Para o cálculo do preço de energia, a literatura de sistemas de potência utiliza a teoria da dualidade, abordando a otimização sob duas perspectivas diferentes, sendo elas (WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B, 2013):

- a) problema primal: resolve a operação física determinando a geração de cada usina, com o intuito de minimizar o custo total de geração; e
- b) problema dual: avalia o impacto financeiro das restrições do sistema, extraíndo o CMO.

O CMO é representação da formulação Dual, correspondendo ao “preço sombra” da restrição de atendimento à demanda, evidenciado na equação (2), indicando na prática o custo para gerar o próximo 1 MW a mais para o sistema.

Entretanto, o cálculo para determinar o CMO, enfrenta o obstáculo da decisão de ligar ou desligar uma usina, sendo representada por variáveis binárias de estado ($u_{i,t}$) assumindo valores discretos 0 ou 1. A ausência de um meio-termo cria descontinuidades matemáticas no modelo e como o algoritmo de precificação necessita de um espaço contínuo para avaliar a variação dos custos, a presença dessas variáveis inteiras impede o *solver* de extrair o sinal do preço de uma maneira direta (Silva, 2012).

Então, para adequar o código à limitação ao *UC*, o método de solução deste trabalho foi estruturado em duas fases consecutivas, sendo elas:

1. fase 1 (otimização com variáveis discretas): o modelo é submetido ao solver CBC, focando em resolver problemas Primal. O principal objetivo desta fase é apenas definir quais usinas devem ser ligadas ou desligadas. Ao atingir o menor custo total, as decisões assumidas pelas variáveis binárias ($u_{i,t}$) são armazenadas; e

2. fase 2 (relaxação contínua e otimização linear): as variáveis binárias são fixadas nos valores exatos encontrados na etapa anterior ($u_{i,t} = u_{i,t}$). Com a decisão de ligar/desligar travadas, o modelo muda a sua característica discreta e se torna um problema contínuo. O algoritmo é executado novamente neste novo cenário, tornando-se capaz de calcular os multiplicadores de Lagrange do problema Dual e consolidar o CMO horário.

3.3.3 Mitigação de indiferença econômica

Ao modelar o despacho térmico, o algoritmo enfrenta um problema lógico quando uma usina possui limite mínimo nulo para a geração ($P_{min} = 0$). Para o modelo, manter a usina ligada gerando 0 MW ou desligada gerando 0 MW acaba resultando em um custo final nulo, por meio desse empate matemático, o *solver* toma decisões aleatórias de liga/desliga, gerando falsos acionamentos nos gráficos de resultados.

Em modelos do setor elétrico, como o Dessem, esse problema não ocorre de forma natural, esses modelos consideram que manter a usina sincronizada à rede (mesmo não gerando energia) consome combustível real para manter a caldeira funcionando. Além disso o manual de metodologia do Dessem, recomenda o uso de pequenas penalidades matemáticas no código para evitar que o algoritmo tome decisões que não estejam alinhadas com a prática operativa (CEPEL, 2023).

Para corrigir o problema visual, referentes ao gráfico de status operativo das usinas (ligada ou desligada), este trabalho adotou a ideia do CEPEL de usar penalidades para sanar esse problema. A função objetivo (apresentada no item 3.2.2) foi ajustada da seguinte maneira:

$$\min Z = \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} (C_i * P_{i,t} + \epsilon * u_{i,t}) \quad (8)$$

Em que:

Z é o custo total da operação do sistema, expresso em R\$;

T é o total de horas do horizonte de simulação;

N é o número de usinas;

C_i é o custo linear (ou marginal) de geração da unidade térmica i , expresso em R\$/MWh;

$P_{i,t}$ é a potência ativa gerada pela unidade i no intervalo de tempo t , expressa em MW;

ϵ pequena penalidade financeira fictícia; e

$u_{i,t}$ variável de decisão binária de estado (ou UC).

Esse valor ϵ atua apenas como um truque de desempate lógico no código, se a usina não precisar gerar energia ($P_{i,t} = 0$), o algoritmo prefere forçar seu desligamento ($u_{i,t} = 0$) apenas para não ter que pagar essa pequena penalidade.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentados os resultados das simulações computacionais focadas na determinação do CMO e no comportamento do despacho termelétrico. Para facilitar a interpretação dos fenômenos observados, os estudos de casos foram estruturados de forma incremental.

Essa abordagem metodológica introduz progressivamente novas restrições operativas ao problema de otimização, partindo de um despacho econômico simplificado e evoluindo até a consideração das variáveis binárias, limites de rampa e tempos mínimos de permanência (inércia térmica). Essa separação em casos isolados e combinados permite identificar claramente com cada restrição afeta a flexibilidade do sistema, alterar o rateio ótimo de geração entre as usinas e, conseqüentemente impacta a formação matemática do CMO.

4.1 Estrutura computacional e método de solução

Para validar a formulação matemática e o comportamento computacional do modelo de *UC*, foi elaborado um estudo de caso focado na análise progressiva de restrições operativas. O sistema base de teste é composto por 2 usinas termelétricas fictícias que devem suprir um perfil de demanda variável ao longo de um horizonte de planejamento de curto prazo.

A escolha de um sistema reduzido tem um propósito didático e analítico, que permite a visualização clara e o rastreamento manual das decisões tomadas pelo otimizador em cada hora, evidenciando como a inserção de cada restrição termodinâmica afeta diretamente o acionamento das usinas e a extração do CMO.

As simulações foram estruturadas de forma incremental, partindo de um cenário de despacho puramente econômico e sem limites físicos, o modelo foi gradativamente submetido a um estresse operacional com a adição das seguintes restrições:

- a) limites máximos de geração;
- b) rampas de geração;
- c) *Unit Commitment*; e

d) tempos mínimos de permanência ligada e desligada.

Todos os cenários descritos a seguir foram processados utilizando a rotina computacional desenvolvida em *Python*, com apoio da biblioteca de otimização linear e a aplicação do método de solução em duas fases detalhado na metodologia. Para cada caso, são apresentados os parâmetros de entrada, o diagrama de despacho ótimo, a curva de evolução horária do preço de energia elétrico e para o último dois casos com a inserção das variáveis binárias, é apresentado também o gráfico de status de estado das usinas.

4.1.1 Caso 01: sem restrições operativas

Neste cenário, busca-se estabelecer uma base de comparação para o comportamento do algoritmo. O objetivo é observar o despacho em um ambiente de otimização livre, onde não existem impedimentos técnicos para que as usinas atinjam qualquer patamar de geração instantaneamente. Os parâmetros técnicos e econômicos das unidades geradoras estão consolidados na Tabela 1, enquanto o perfil de demanda para cada estágio de tempo é apresentado pela Tabela 2.

Tabela 1 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 01)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Geração máxima (P_{max})	MW	Ilimitado	Ilimitado
Geração mínima (P_{min})	MW	0,00	0,00
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	Ilimitado	Ilimitado

Fonte: Autoria própria (2026).

Tabela 2 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 01)

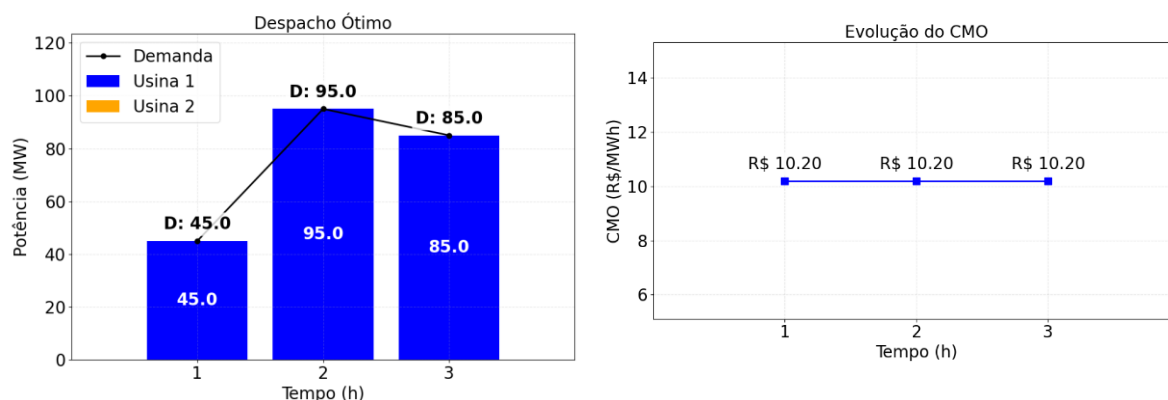
Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	45,0
2	95,0
3	85,0

Fonte: Autoria própria (2026).

Após o processamento dos dados pelo modelo computacional, os resultados da operação foram consolidados em dois gráficos. A Figura 7 apresenta o

despacho ótimo entre a geração e carga e também demonstra a variação de preços do sistema ao longo do período de análise.

Figura 7 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 01).



Fonte: Autoria própria (2026).

A análise dos resultados evidencia que, na ausência de restrições técnicas de geração ou de rampa, o otimizador busca a solução pelo critério de menor custo. Como a Usina 1 possui o menor CVU (R\$ 10,20/MWh), ela foi escolhida para suprir a totalidade a demanda em todos os estágios do horizonte de estudo e fazendo com que a Usina 2 permanecesse desligada (por ser mais cara, se torna economicamente menos atrativa). Esse comportamento reflete a eficiência econômica do despacho, resultando em um custo total ótimo de R\$ 2.295,00.

Por consequência, o CMO permaneceu estável em R\$ 10,20/MWh (CVU dá térmica com menor custo) em todos os períodos, isso ocorre porque, sem restrições ativas, o custo para suprir o 1 MW adicional ao sistema será sempre o custo da usina com menor CVU, nesse cenário é a Usina 1, onde possui margem livre para aumentar sua geração.

4.1.2 Caso 02: aplicando limite de geração máxima

Neste segundo cenário, introduz-se a restrição de capacidade de geração máxima das unidades termelétricas, com o objetivo de analisar o comportamento do modelo quando a usina mais barata não possui capacidade de geração suficiente para suprir toda a demanda do sistema sozinha, com sua injeção de potência na rede limitada em qualquer um dos estágios. Os parâmetros técnicos e econômicos atualizados para este cenário estão consolidados na Tabela 3

Tabela 3, enquanto o perfil de demanda permanece o mesmo, conforme apresentado na Tabela 4.

Tabela 3 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 02)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Geração máxima (P_{max})	MW	35,0	70,0
Geração mínima (P_{min})	MW	0,00	0,00
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	Ilimitado	Ilimitado

Fonte: Autoria própria (2026).

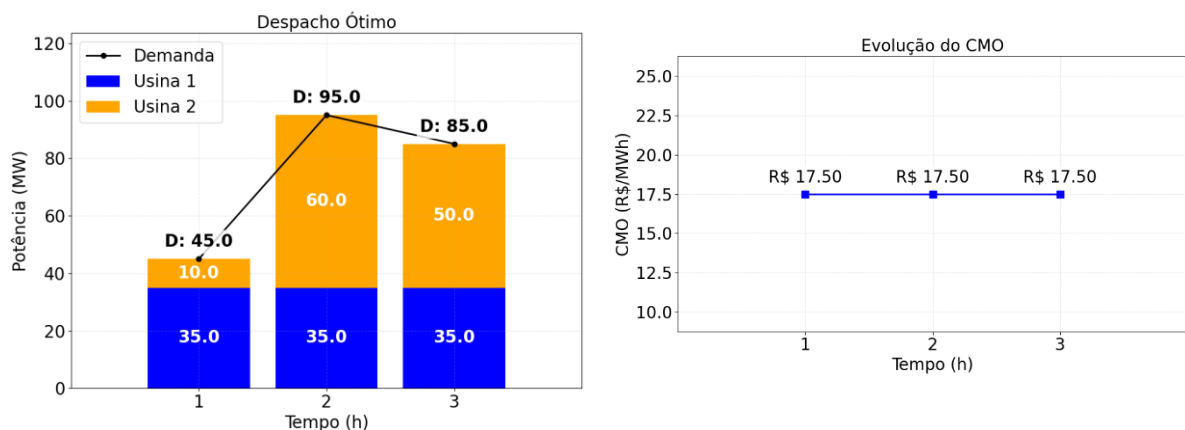
Tabela 4 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 02)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	45,0
2	95,0
3	85,0

Fonte: Autoria própria (2026).

Após o processamento dos dados, os resultados operacionais deste cenário foram extraídos e organizados visualmente de acordo com a Figura 8 , a qual apresenta o equilíbrio entre a geração e carga (despacho ótimo) e demonstra a variação de preços do sistema (evolução do CMO).

Figura 8 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 02).



Fonte: Autoria própria (2026).

A análise dos resultados evidencia o impacto direto da restrição de limite de geração (P_{max}), diferente do caso anterior, a Usina 1 (menor CVU) atingiu sua capacidade máxima de 35 MW logo no primeiro estágio e assim permaneceu durante

todo o horizonte de análise. Para suprir o atendimento da demanda restante que a Usina 1 não foi capaz, a Usina 2 foi obrigada a ser despachada, resultando em um custo total ótimo de R\$ 3.171,00, mostrando um encarecimento quando comparado ao caso base.

A não capacidade de suprir toda a demanda da Usina 1, devido à restrição de geração máxima, causou a alteração do CMO para todos os estágios, agora a Usina 2 passa a ser responsável por atender o próximo 1 MW adicional, ditando o novo CMO do sistema (R\$ 17,50) ao longo de todo o horizonte de análise.

4.1.3 Caso 03: apenas a restrição de rampa

Neste terceiro cenário, a restrição de geração máxima é removida, permitindo que as usinas possam gerar energia de forma ilimitada dentro do estágio, mas introduz-se a restrição de acoplamento temporal de rampa. O objetivo é observar como a limitação na velocidade de variação de potência (taxa de aumento ou decréscimo de carga) afeta o despacho ótimo, mesmo quando a usina possui capacidade instalada suficiente para atender à demanda. Os parâmetros técnicos de rampa e os dados econômicos estão detalhados na Tabela 5, seguido pela demanda na Tabela 6.

Tabela 5 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 03)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Geração máxima (P_{max})	MW	Ilimitado	Ilimitado
Geração mínima (P_{min})	MW	0,00	0,00
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	30,0	40,0

Fonte: Autoria própria (2026).

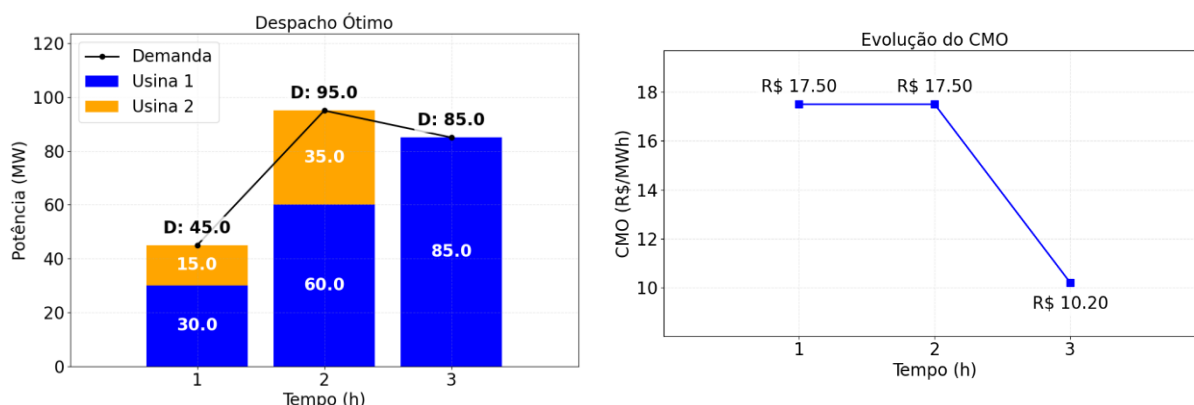
Tabela 6 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 03)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	45,0
2	95,0
3	85,0

Fonte: Autoria própria (2026).

Os efeitos operacionais e de precificação causados pelo acoplamento temporal entre os estágios podem ser observados na figura a seguir. A Figura 9 apresenta o despacho ótimo e indica os preços marginais.

Figura 9 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 03)



Fonte: Autoria própria (2026).

A análise dos resultados revela que a restrição de rampa impede que a Usina 1 (mais barata) consiga assumir toda a carga do primeiro estágio ($t=1$) imediatamente, pois só consegue elevar sua potência em 30 MW, e devido a demanda para o mesmo estágio ser de 45 MW, a Usina 2 precisa ser acionada para fornecer os 15 MW faltantes. No estágio seguinte ($t=2$), a demanda aumenta para 90 MW, a Usina 1 gera o máximo permitido pela sua rampa de geração, ou seja, somando 30 MW ao gerando no estágio anterior, mesmo com essa geração, a demanda não é suprida apenas pela Usina 1, assim a Usina 2 é obrigada a absorver os 35 MW faltantes. E como observado no último estágio ($t=3$), a demanda diminui para 85 MW, e assim a Usina 1 é capaz de absorver plenamente a carga nesse estágio, pois a mesma já estava gerando 60 MW e podendo chegar a 90 MW de geração, tornando a Usina 2 desnecessária. Essa alocação forçada pela inércia da rampa resulta em um custo total ótimo de R\$ 2.660,00.

A evolução do CMO reflete perfeitamente esse gargalo temporal, durante os dois primeiros estágios, a Usina 1 está com sua rampa de subida saturada, resultando na obrigação do próximo 1 MW demandado pelo sistema ser despachado pela Usina 2, fixando assim o preço em R\$ 17,50/MWh. Contudo, como demonstrado no último estágio, a Usina 1 foi capaz de absorver toda a demanda e ainda possui uma folga operacional para poder suprir o próximo 1 MW, caso seja solicitado pelo sistema, ocasionando no retorno do CMO para o patamar de R\$ 10,20/MWh.

4.1.4 Aplicação simultânea de restrições

Nos cenários anteriores, as restrições de capacidade física e de rampa foram analisadas de forma isolada, resultando em comportamentos de precificação previsíveis e sempre limitados ao CVU da usina marginal. A partir desta seção, o modelo passa a operar com a aplicação simultânea das restrições de rampa e geração máxima. O objetivo é demonstrar como o acoplamento temporal entre os estágios de operação pode gerar distorções matemáticas na variável dual do problema, resultando em CMO atípicos, que ultrapassam o valor da unidade mais cara do sistema ou até mesmo assumem valores negativos.

4.1.4.1 Caso 4A: aplicando a restrição de rampa e o limite de geração máxima

Este cenário estabelece a base para o estudo das anormalidades de preços, nele, a Usina 1 sofre dupla limitação (capacidade máxima de geração e restrição de rampa). Os dados de entrada atualizados estão consolidados na Tabela 7 e o perfil de carga na Tabela 8.

Tabela 7 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 4A)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Geração máxima (P_{max})	MW	35,0	70,0
Geração mínima (P_{min})	MW	0,00	0,00
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	30,0	40,0

Fonte: Autoria própria (2026).

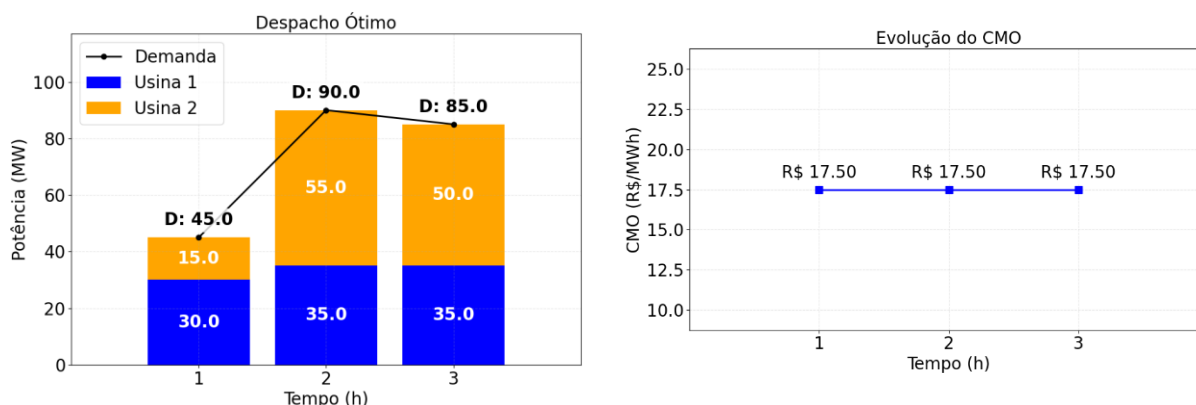
Tabela 8 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 4A)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	45,0
2	90,0
3	85,0

Fonte: Autoria própria (2026).

O comportamento do sistema frente as restrições operacionais são apresentadas a seguir, onde a Figura 10 ilustra o despacho ótimo e aponta a variável dual (CMO).

Figura 10 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 4A)



Fonte: Autoria própria (2026).

A Figura 10 indica que a usina maximizou sua geração em todos os estágios, mas foi sucessivamente contida pelas restrições de geração máxima e rampa. No primeiro estágio, a Usina 1 atingiu a sua restrição de rampa de subida, forçando a Usina 2 a gerar com os 15 MW faltantes para suprir a demanda, no estágio subsequentes, embora a Usina 1 não estivesse limitada pela restrição de rampa, a restrição de geração máxima foi atingida, limitando-a a sua capacidade máxima (P_{max}) de 35 MW, e por consequência, a Usina 2 assumiu toda a variação de demanda, gerando 55 MW e 50 MW, respectivamente.

Quando aplicada ambas as restrições, o custo total ótimo resulta em R\$ 3.120,00. Como a Usina 1 encontra-se impossibilidade de fornecer energia adicional em qualquer um dos estágios, a responsabilidade de atender ao próximo 1 MW no sistema recai sobre a Usina 2, devido a esse motivo, o CMO não apresenta nenhuma variação ao longo dos estágios e se consolida em R\$ 17,50/MWh.

4.1.4.2 Caso 4B: CMO superior ao maior CVU

A partir da configuração de restrições simultâneas aplicado no Caso 4A, inseriu-se um acréscimo marginal de apenas 1 MW na demanda do segundo estágio, elevando a carga desse período de 90 MW para 91 MW. O objetivo é observar como uma variação sutil na demanda é capaz de reconfigurar o despacho de estágio anteriores devido ao acoplamento temporal, trazido pela restrição de rampa. Os dados de entrada atualizados estão consolidados na Tabela 9 e o perfil de carga na Tabela 10.

Tabela 9 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 4B)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Geração máxima (P_{max})	MW	35,0	70,0
Geração mínima (P_{min})	MW	0,00	0,00
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	30,0	40,0

Fonte: Autoria própria (2026).

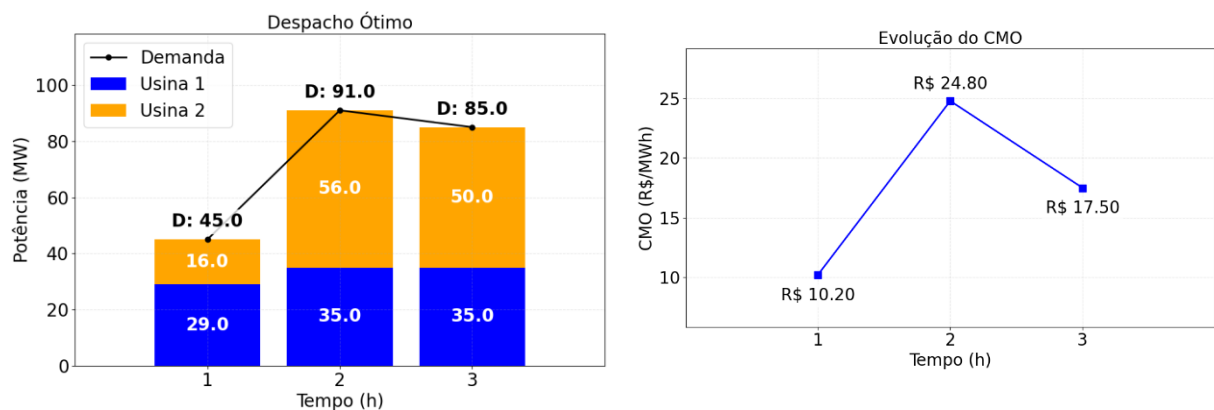
Tabela 10 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 4B)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	45,0
2	91,0
3	85,0

Fonte: Autoria própria (2026).

Após ao acréscimo de 1 MW no segunda estágio, os impactos operativos e econômicos foram consolidados por meio da Figura 11, ilustrando o despacho ótimo e apontando a formação do pico de preço.

Figura 11 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 4B)



Fonte: Autoria própria (2026).

A análise dos resultados demonstra que a adição de 1 MW no segundo estágio, provocou uma mudança perceptível no comportamento do despacho também no primeiro estágio, como a Usina 1 já havia atingido sua capacidade máxima de geração ($P_{max} = 35 \text{ MW}$) no segundo estágio, o atendimento ao 1 MW adicional na demanda precisou ser assumido pela Usina 2. Contudo, para atingir esse novo patamar de carga, sem violar sua rampa de subida, a Usina 2 foi forçada a gerar 1 MW a mais, totalizando uma geração de 16 MW no primeiro estágio, assim obrigando

a Usina 1 a gerar 1 MW a menos, totalizando uma geração de 29 MW para o mesmo período, a fim de preservar o atendimento a demanda de 45 MW no período em questão, essa reconfiguração no despacho, resultou em um custo total ótimo de R\$ 3.144,80.

Como consequência direta das restrições operativas, a curva de preços apresenta um valor contraintuitivo no segundo estágio, onde o CMO passou a ser R\$ 24,80/MWh, ultrapassando o CVU da Usina 2 (usina mais cara do sistema). Esse pico justifica-se pelo efeito de acoplamento temporal imposto pela rampa, pois para a Usina 2 conseguir fornecer esse 1 MW adicional em $t=2$, ela precisou obrigatoriamente já estar gerando 1 MW a mais desde $t=1$. Como a demanda do primeiro estágio é fixa, esse aumento forçado da Usina 2 exigiu a redução de 1 MW da Usina 1, para manter o balanço de carga. Devido a necessidade de substituir uma energia barata por uma mais cara no passado, gerou um sobrecusto ao sistema de R\$ 7,30 (R\$ 17,50 – R\$ 10,20), tornando assim o CMO do segundo estágio.

Portanto, o CMO do segundo estágio é composto pelo somatório do custo de gerar o próximo 1 MW no estágio atual e sobrecusto imposto ao estágio anterior, cuja composição final é expressa por:

$$CMO_{t=2} = 17,50 + (17,50 - 10,20) = R\$ 24,80/MWh \quad (9)$$

Adicionalmente, o efeito de acoplamento temporal explica outra variação observada ao comparar este cenário com o Caso 4A, a redução do CMO no primeiro estágio, que decresceu de R\$ 17,50/MWh para R\$ 10,20/MWh. No cenário do Caso 4A, a Usina 1 atingia o limite da rampa de subida, fazendo que o próximo 1 MW ser obrigatoriamente suprido pela Usina 2 (usina com CVU mais alto). Agora no Caso 4B, como existiu uma redução de 1 MW na geração da Usina 1, como explicado acima, a mesma acaba não sendo mais limitada pela rampa de geração, tornando-a usina marginal do sistema para o primeiro estágio.

4.1.4.3 Caso 4C: CMO negativo

Para evidenciar o efeito de deslocamento de geração, a restrição de capacidade de geração máxima, foi desconsiderada, mantendo-se ativa exclusivamente a restrição de rampa. Ademais, o CVU da Usina 2 foi aumentado para

R\$ 25,00, e o perfil de carga sofreu um reajuste, conforme demonstrada na Tabela 11 e Tabela 12.

Tabela 11 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 4C)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	25,00
Geração máxima (P_{max})	MW	Ilimitado	Ilimitado
Geração mínima (P_{min})	MW	0,00	0,00
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	30,0	40,0

Fonte: Autoria própria (2026).

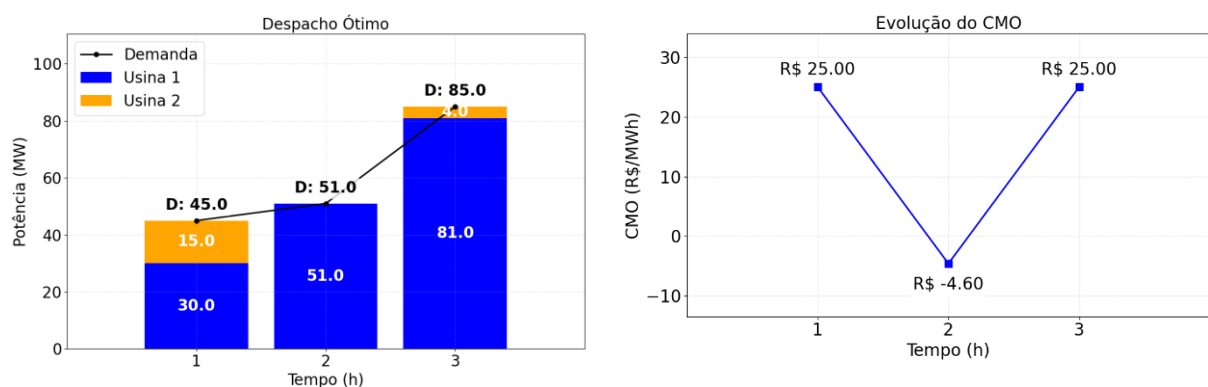
Tabela 12 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 4C)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	45,0
2	51,0
3	85,0

Fonte: Autoria própria (2026).

Os resultados revelam um comportamento atípico do sistema, a Figura 12, apresenta o arranjo da geração e destaca o afundamento do preço.

Figura 12 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 4C)



Fonte: Autoria própria (2026).

A análise do despacho demonstra que, mesmo sem limite de capacidade instalada, a Usina 1 não conseguiu assumir a totalidade da carga ao todo em dois dos três horizontes de estudo, o que acabou exigindo na necessidade de acionamento da Usina 2 para complementar o atendimento da demanda no primeiro e no último estágio. Com a definição do sistema com essas restrições, o custo total ótimo foi de R\$ 2.127,40.

O comportamento da curva de preços revela um valor contraintuitivo, no segundo estágio, assim como no caso 4B, onde o CMO atinge R\$ -4,60/MWh. Na prática, um preço sombra negativo sinaliza que o custo total do sistema diminuiria caso a demanda do sistema aumentasse em 1 MW nesse período. Esse fenômeno reflete o impacto direto do acoplamento temporal imposto pela rampa de subida, com o acréscimo de 1 MW em $t=2$, a Usina 1 supri a demanda, no entanto, ao elevar a potência em $t=2$, o seu degrau de subida (atribuído pela restrição de rampa), faz com que a mesma possa gerar 1 MW a mais em $t=3$, possibilitando a redução de 1 MW da Usina 2 (CVU mais caro). Assim o preço sombra em $t=2$ contabiliza o custo de gerar no presente somado ao ganho financeiro obtido pela substituição da energia mais cara pela a mais barata, no futuro, cuja composição final é expressa por:

$$CMO_{t=2} = 10,20 + (10,20 - 25,00) = R\$ - 4,60/MWh \quad (10)$$

4.1.5 Caso 05: análise do impacto de variáveis binárias e limites mínimos de geração

Esta seção marca a transição da modelagem de despacho puramente contínua para a formulação de UC em PLIM. Torna-se fundamental estabelecer uma distinção conceitual entre este caso e os casos anteriores (Caso 01 ao caso 4C). Nos casos anteriores, os estudos realização não possuíam a indicação do status operacional das usinas, a partir deste ponto, a variável binária de estado ($u_{i,t}$) será um indicador de status e começará a atuar ativamente no cálculo, acoplado à restrição de geração mínima, conforme a Equação 11.

4.1.5.1 Caso 5A: variável binária sem a restrição de geração mínima

O Caso 5A foi desenvolvido de forma integrada para isolar o comportamento matemático do algoritmo antes da inserção dos valores de geração mínima. No Caso 5A, o sistema é composto pelas restrições de geração máxima, rampa e a variável binária, a qual foi integrada à restrição de capacidade máxima ($0 \leq P_{i,t} \leq P_{max,i} \cdot u_{i,t}$), porém mantendo-se o limite mínimo zerado ($P_{min} = 0$).

A ativação da variável de estado exige a incorporação do custo fixo de operação na função objetivo como o mecanismo direto para solucionar a ambiguidade lógica do limite mínimo nulo. Diferente dos modelos estritamente contínuos, a

atribuição dessa parcela financeira vinculada à variável binária é o que quebra o empate lógico do algoritmo. Os parâmetros operacionais estão consolidados na Tabela 13, seguido pelo perfil da demanda na Tabela 14.

Tabela 13 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 5A)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Custo fixo (ϵ)	R\$	0,10	0,10
Geração máxima (P_{max})	MW	35,0	70,0
Geração mínima (P_{min})	MW	0,00	0,00
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	30,0	40,0

Fonte: Autoria própria (2026).

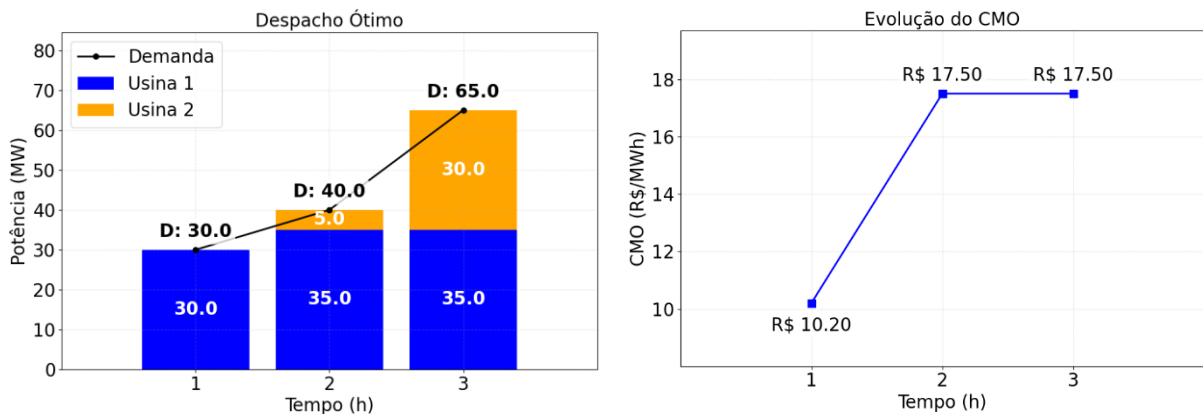
Tabela 14 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 5A)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	30,0
2	40,0
3	65,0

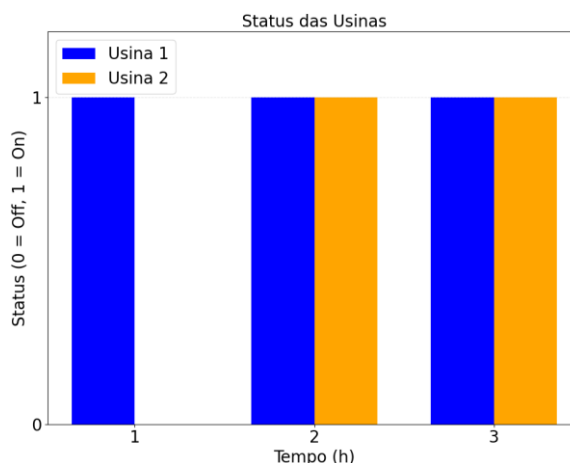
Fonte: Autoria própria (2026).

Os resultados são apresentados pela Figura 13, apresentando o despacho e ilustrando a evolução do CMO ao longo do horizonte de estudo e a Figura 14, exibindo o acionamento das usinas através dos status.

Figura 13 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 5A)



Fonte: Autoria própria (2026).

Figura 14 – Status das usinas (Caso 5A)

Fonte: Autoria própria (2026).

A análise evidencia que a ativação isolada da variável binária não altera o balanço físico ou financeiro do sistema, mantendo o custo total ótimo inalterado em R\$ 1.632,50, ou seja, o despacho ótimo e o custo total do sistema, quando aplicado com a variável binária, mas sem a restrição de geração mínima, permanece o mesmo.

A verdadeira importância da introdução da variável binária reside na sua vinculação direta à restrição de geração mínima, Equação 12, pois essa junção matemática condiciona a operação física e o estado de acionamento das usinas, garantindo que, quando a unidade está ligada, ela seja obrigada a gerar energia respeitando o seu limite mínimo de potência. Essa restrição de operação, introduz uma maior rigidez operativa ao sistema, sendo necessária para simular fielmente a inflexibilidade física das unidades térmicas no problema de UC.

4.1.5.2 Caso 5B: variável binária com a restrição de geração mínima

Agora para representar o cenário completo da PLIM, as restrições de geração mínima são efetivamente impostas ao modelo. O objeto é avaliar como a inflexibilidade operativa dessas parcelas mínimas atrelada ao status binário impacta na formação do preço marginal. Os parâmetros técnicos e o perfil de carga aplicada neste cenário, estão consolidados na Tabela 15 e Tabela 16, respectivamente.

Tabela 15 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 5B)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Custo fixo (ϵ)	R\$	0,10	0,10
Geração máxima (P_{max})	MW	35,0	70,0
Geração mínima (P_{min})	MW	15,0	30,0
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	30,0	40,0

Fonte: Autoria própria (2026).

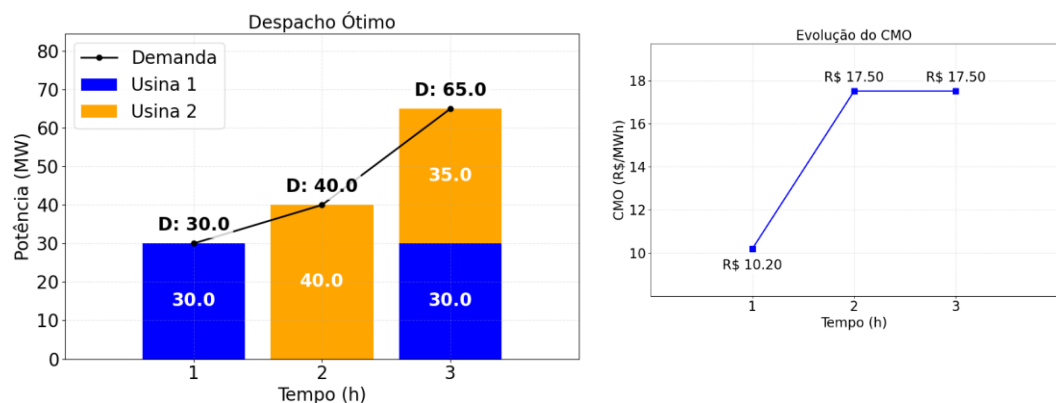
Tabela 16 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 5B)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	30,0
2	40,0
3	65,0

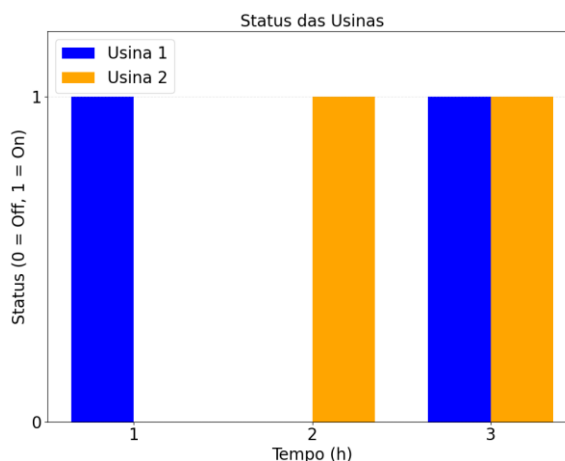
Fonte: Autoria própria (2026).

Os impactos decorrentes dessa combinação de restrições operativas são apresentados a seguir. A Figura 15, demonstra o despacho econômico e indica o comportamento das variáveis duais e a Figura 16 detalha a atuação das variáveis de status operativo.

Figura 15 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 5B)



Fonte: Autoria própria (2026).

Figura 16 – Status das usinas (Caso 5B)

Fonte: Autoria própria (2026).

Conforme ilustrado na Figura 15, em $t=1$, com a demanda em 30 MW, apenas a Usina 1 opera, assumindo a totalidade da carga, e o acionamento em paralelo da Usina 2, acaba esbarrando na restrição de mínimo técnico, pois a soma das gerações mínimas obrigatórias resultaria em 45 MW, gerando um excesso de potência na rede que violaria a restrição de igualdade do balanço de carga.

O ponto crítico da simulação se manifesta no segundo estágio, quando a demanda necessário para suprir o estágio é de 40 MW, e a Usina 1 encontra-se impossibilitada de atender esse acréscimo sozinha, por esbarrar na sua capacidade de geração máxima, tornando obrigatório o acionamento da Usina 2, porém como destacado no parágrafo acima, acionar as duas usinas em paralelo para o atendimento da carga, acaba não se tornando possível, obrigando então, o desligamento da Usina 1, e fazendo com que a obrigação do atendimento integral da demanda, seja restrito apenas a Usina 2.

A maneira que ocorre o despacho para este cenário, faz o custo total ótimo para o sistema do Caso 5B, seja de R\$ 1.924,50 (um acréscimo de R\$ 292,00 em relação ao Caso 5A). No último estágio, o crescimento da carga para 65 MW possibilita o acionamento das duas unidades em conjunto, ocasionado o religamento da Usina 1, pois o somatório do mínimo de geração das duas unidades é menor que a demanda no atual período, permitindo que o sistema retome a operação com ambas as usinas, sem ficar limitado por nenhuma das restrições, mantendo o CMO estabilizado em R\$ 17,50/MWh.

4.1.6 Caso 06: análise das restrições de inércia térmica (*Up/Down Time*)

Esta etapa da análise expande o horizonte de simulação para 5 estágios e introduz a última restrição ao modelo de *UC*, denominada de restrições de inércia térmica, conhecidas como mínimo tempo de permanência em/fora de operação (*minimum Up/Down Time*). O objetivo é demonstrar que o acoplamento temporal não ocorre apenas na variação da potência (rampa), mas também na permanência obrigatória de uma usina em um determinado estado operacional após sua partida ou desligamento.

Para estruturar essa análise, primeiro consolidou-se um cenário (Caso 6A) para observar o comportamento do sistema sem a restrição de inércia térmica, e logo em seguida (Caso 6B), aplicou-se a restrição de inércia para evidenciar a alteração forçada no despacho.

4.1.6.1 Caso 6A: Avaliação da PLIM isenta das restrições de *Up/Down Time*

Seguindo a mesma abordagem de validação aplicada nos capítulos anteriores, o Caso 6A foi desenvolvido para mapear o comportamento do modelo sem a atuação ativa da inércia térmica. Este cenário representa o modelo PLIM completa, contemplando os limites de geração mínima e máxima, rampa e *UC*, porém ainda sem representar a restrição de MDT ou MUT. Os dados de entrada e o novo perfil de carga, estão detalhados na Tabela 17 e Tabela 18, respectivamente.

Tabela 17 – Dados de entrada das unidades geradoras (Caso 6A)

Parâmetro	Unidade	Usina 1	Usina 2
Custo Linear ($C_{i,t}$)	R\$/MWh	10,20	17,50
Custo fixo (ϵ)	R\$	0,10	0,10
Geração máxima (P_{max})	MW	35,0	70,0
Geração mínima (P_{min})	MW	15,0	10,0
Rampa de Geração (R_i)	MW/h	30,0	40,0

Fonte: Autoria própria (2026).

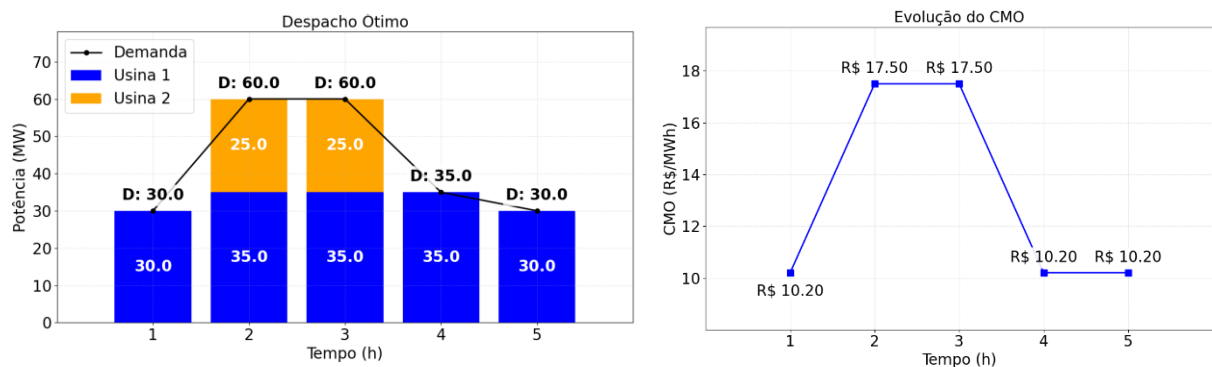
Tabela 18 – Perfil de carga por estágio de tempo (Caso 6A)

Estágio t (h)	Demanda (MW)
1	30,0
2	60,0
3	60,0
4	35,0
5	30,0

Fonte: Autoria própria (2026).

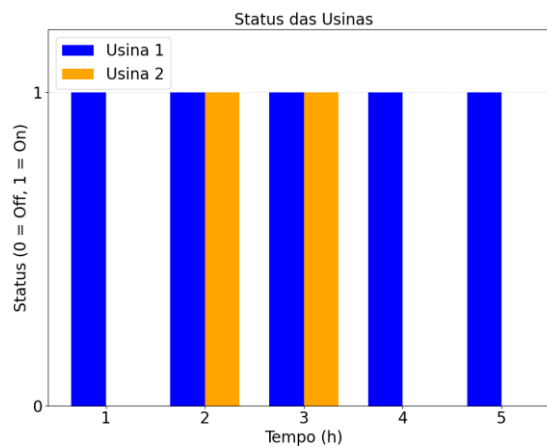
Os resultados obtidos ilustram o atendimento da demanda sem a restrição de *Minimum Up/Down Time*. A Figura 17, apresenta o balanço de potência e aponta a precificação marginal, enquanto a Figura 18 exibe o estado de acionamento de cada unidade.

Figura 17 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 6A)



Fonte: Autoria própria (2026).

Figura 18 – Status das usinas (Caso 6A)



Fonte: Autoria própria (2026).

A análise do despacho ótimo evidencia que a Usina 1, por deter o menor CVU, opera de maneira ininterrupta ao longo de todo horizonte de simulação,

consolidando-se como a usina de base do sistema. O evento crítico deste cenário ocorre nos estágios $t=2$ e $t=3$, momentos em que a demanda atinge 60 MW e excede a capacidade física máxima da Usina 1 (35 MW), essa limitação obriga a partida imediata da Usina 2 para suprir os 25 MW remanescentes.

Contudo, assim que a demanda sofre um decréscimo em $t=4$ para 35 MW, retornando à região de atendimento pleno da unidade de base, a Usina 2 é prontamente desativa. Esse corte imediato da unidade com o maior CVU reflete a busca estrita do algoritmo de otimização da função objetivo, resultando em um custo total ótimo de R\$ 2.558,00.

Como consequência direta dessa dinâmica operativa, a curva do CMO reflete perfeitamente o custo marginal do sistema, assumindo o valor de R\$ 17,50 durante o intervalo de pico ($t=2$ e $t=3$), onde a Usina 2 dita o custo da expansão da geração e retorna instantaneamente ao patamar de R\$ 10,20 em $t=4$, quando a Usina 1 retoma o domínio completo do atendimento à carga.

4.1.6.2 Caso 6B: Avaliação da PLIM com o incremento das restrições de Up/Down Time

Neste cenário, o modelo de despacho é submetido às restrições temporais que se aproximam da realidade de operação de uma usina térmica, introduzindo-se o conceito de MUT e MDT. Enquanto o MUT preserva integridade do ciclo térmico após a sincronização a rede, o MDT atua como uma barreira de segurança, proibindo que uma unidade seja religada prematuramente antes que suas turbinas e caldeiras atinjam o estado de resfriamento seguro após um desligamento. Os parâmetros econômicos e o perfil de carga permanecem idênticos aos aplicados no Caso 6A (Tabela 17 e Tabela 18), acrescido das premissas restritivas de inércia térmica detalhadas na Tabela 19.

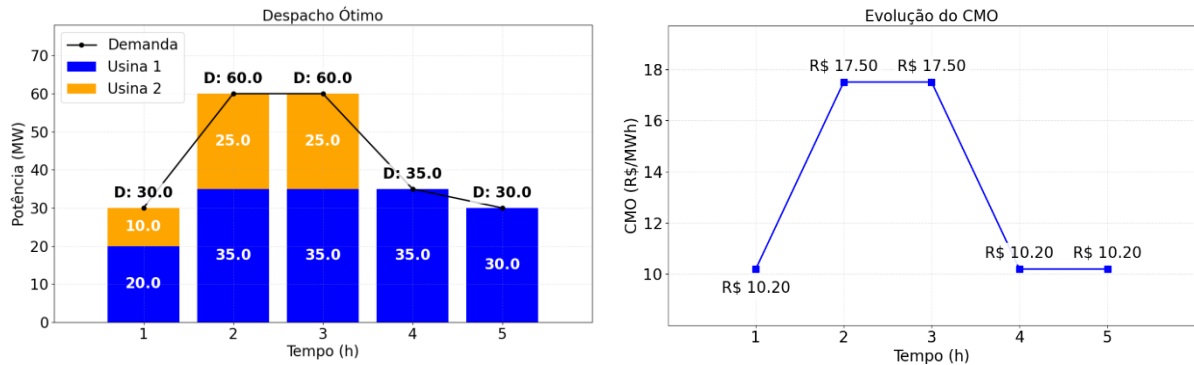
Tabela 19 – Parâmetros de Up/Down Time (Caso 6D)

Unidade	MUT (h)	MDT (h)
Usina 1	2,0	1,0
Usina 2	3,0	1,0

Fonte: Autoria própria (2026).

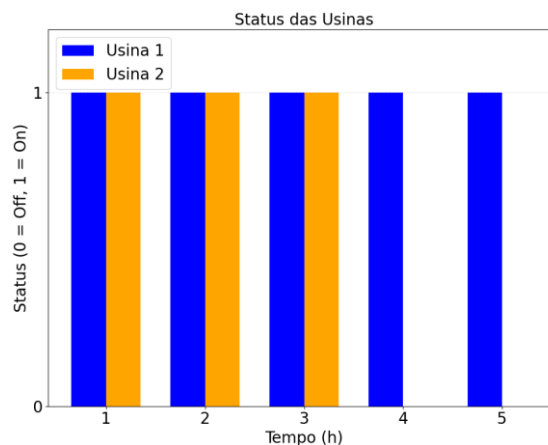
Os impactos dessa inflexibilidade operativa na trajetória do despacho são evidenciados nas Figura 19 e Figura 20, respectivamente.

Figura 19 – Despacho Ótimo e CMO horário (Caso 6D)



Fonte: Autoria própria (2026).

Figura 20 – Status das usinas (Caso 6D)



Fonte: Autoria própria (2026).

A simulação demonstra a capacidade preditiva do modelo ao reconhecer o acoplamento temporal imposto pelas restrições de inércia térmica, de maneira que a Usina 2 se torna indispensável nos estágios $t=2$ e $t=3$ para suprir o pico de demanda de 60 MW, o modelo antecipa o seu acionamento para o estágio $t=1$. Esse acionamento prematuro é adotado para gerenciar as janelas operativas obrigatórias ao longo do horizonte de planejamento, garantindo o cumprimento dos ciclos térmicos da unidade.

Essa antecipação da Usina 2, muda completamente o despacho ótimo para o estágio $t=1$, com a demanda de 30 MW, o acionamento da Usina 2 ativa o seu limite de geração mínima (10 MW), obrigando-a a injetar essa potência na rede. Para manter

a igualdade do balanço energético sem violar as restrições de carga, o modelo é forçado a reduzir a geração da Usina 1 para 20 MW.

A obrigatoriedade de acionar e despachar a usina de maior CVU em um instante onde a demanda poderia ser suprida de forma autônoma pela unidade mais barata introduz uma ineficiência econômica inevitável à operação. Essa trava física eleva o custo total do sistema para R\$ 2.631,00, caracterizando um acréscimo de R\$ 73,00 em relação ao Caso 6A. Contudo, é importante destacar que, apesar da elevação do custo global, o perfil do CMO horário permaneceu rigorosamente o mesmo, e isso ocorre porque a dinâmica de precificação marginal avalia apenas o custo para suprir o próximo megawatt do sistema, e a usina marginal com flexibilidade para atender a esse pequeno incremento não sofreu alteração com o acionamento antecipado da Usina 2.

Por fim, após cumprir integralmente seu *MUT* e suprir a demanda no horário de ponta, a Usina 2 é desliga no estágio $t=4$, momento em que a restrição de *MDT* entra em ação como uma trava de segurança, bloqueando qualquer religamento no estágio final.

4.2 Síntese dos resultados obtidos

A análise dos resultados dos estudos de caso apresentados neste capítulo permitiu isolar e compreender o comportamento do modelo de otimização frente à inserção gradual de restrições operativas.

A transição de um despacho puramente linear e contínuo para uma formulação de PLIM revelou que a inflexibilidade física das unidades térmicas afeta não apenas a alocação de potência, mas também a dinâmica matemática de formação de preços do sistema.

A Tabela 20 consolida os principais resultados desta etapa, correlacionando cada restrição operacional com seus respectivos impactos observados no despacho ótimo e os reflexos econômicos diretos no CMO.

Tabela 20 – Síntese dos impactos das restrições operativas no despacho e no CMO.

Restrições	Impacto observado no despacho	Impacto observado no CMO
Limite de geração máxima	Restringe a injeção de potência da usina mais eficiente.	Altera a usina marginal do sistema, aumentando o patamar de preço.
Rampa de geração	Impõe o acoplamento temporal e limita variações bruscas de geração.	Causa distorções na precificação, gerando pico superior ao CVU da usina mais cara ou até mesmo CMO negativo.
Variável Binária	Determinação do <i>UC</i> , com o modelo passando a decidir ativamente o status de operação das usinas.	Necessidade da solução em duas fases (PLIM e PL).
Limite de geração mínima	Flexibilidade operacional reduzida.	Perfil do CMO horário não apresenta alteração mesmo com a queda da flexibilidade operacional.
<i>MUT/MDT</i>	Aumento na inércia operacional, ocasionando partidas antecipadas para cumprimento do ciclo térmico exigido.	Custo ótimo elevado para garantir a viabilidade futura, porém o perfil do CMO horário apresenta estabilidade.

Fonte: Autoria própria (2026).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal analisar o comportamento do CMO proposto pelo aluno sob diferentes condições operativas, por meio do desenvolvimento de um modelo computacional simplificado de despacho termelétrico.

As simulações realizadas evidenciaram que o preço da energia no mercado de curto prazo é altamente sensível não apenas aos custos diretos de combustíveis, mas sobretudo às limitações físicas e operacionais das usinas. Em cenários idealmente contínuos, isentos de restrições de rampa de inércia, o modelo atua de forma perfeitamente linear, onde o CMO reflete estritamente CVU da última usina acionada para fechar o balanço de carga.

No entanto, a imposição de limites de rampa demonstrou o primeiro nível de complexidade do sistema, o acoplamento temporal. A impossibilidade de uma usina elevar ou reduzir sua geração instantaneamente força o algoritmo a tomar decisões intertemporais, alocando geração subótima no presente para garantir o suprimento futuro. Esse efeito provou ser o responsável por resultados contraintuitivos na variável dual, provocando picos que ultrapassam o valor do CVU da usina mais cara do sistema ou gerando preços sombras negativos em momentos de inflexibilidade de alívio de carga.

A evolução do modelo para a PLIM consolidou a representação física das termelétricas ao introduzir variáveis binárias de *UC*. A exigência de respeitar o mínimo técnico e a aplicação dos tempos mínimos de permanência (*MUT* e *MDT*) revelou o peso que a inércia térmica traz ao sistema. Observou-se que o modelo antecipa de forma estratégica a partida de usinas com maiores CVUs apenas para contornar os gargalos operacionais (aumento expressivo de carga) futuros, elevando o custo global da operação, mesmo que o CMO horário se mantenha momentaneamente estável. Devido à não convexidade gerada pelas variáveis inteiras, comprovou-se também a necessidade estrutural da técnica de solução em duas fases para a extração correta na determinação do CMO.

Apesar dos resultados consistentes obtidos na análise dos fenômenos na determinação do CMO proposto, é imprescindível ressaltar as limitações deste estudo. O modelo desenvolvido possui finalidade essencialmente acadêmica e didática, e não

busca reproduzir integralmente a complexidade dos modelos existentes (Newave, Decomp e Dessem) empregada no SEB.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Com o intuito de expandir o alcance do modelo desenvolvido e aproximá-lo ainda mais da realidade operativa do SIN, sugere-se para trabalhos futuros a incorporação das seguintes funcionalidades:

- a) inserção de usinas hidrelétricas no problema de otimização, introduzindo o balanço hídrico, a produtividade variável e a formulação da Função Custo Futuro para refletir o valor da água no tempo;
- b) modelar e representar as restrições elétricas de transmissão, o intercâmbio entre submercados e perdas na rede;
- c) inclusão de fontes renováveis (eólica e solar), avaliando seus impactos diretos na volatilidade do PLD horário; e
- d) modelagem de sistemas de armazenamento de energia em bateria (*Battery Energy Storage Systems – BESS*).

REFERÊNCIAS

ABRACEEL. **Diferenças entre consumidores livres e cativos**. Disponível em: <https://abraceel.com.br/mercado-livre/diferencas-entre-consumidores-livres-e-cativos/#:~:text=O%20consumidor%20cativo%20absorve%20incertezas,n%C3%A3o%20tem%20como%20gerenci%C3%A1%2Dlos>. Acesso em: 25 maio 2025.

ANEEL. **Resolução normativa ANEEL nº 447, de 23 de agosto de 2002**. Estabelece as condições gerais para implementação do que dispõe o art. 2º da Lei nº 10.438, de 26 de abril de 2002. Disponível em: <https://www2.aneel.gov.br/cedoc/res2002447.pdf>. Acesso em: 13 ago. 2025.

ANEEL. **Resolução normativa ANEEL nº 1.032, de 26 de julho de 2022**. Consolida os atos regulatórios relativos à elaboração do Programa Mensal da Operação Energética - PMO, e para a formação do Custo Marginal da Operação - CMO e do Preço de Liquidação de Diferenças - PLD; à atualização do valor do patamar da função de custo do déficit de energia elétrica; e aos critérios e procedimentos para o cálculo dos limites máximo e mínimo do Preço de Liquidação de Diferenças(PLD) e do valor da tarifa de energia de otimização referente à cessão de energia efetuada pelo comercializador de energia da Usina Hidroelétrica Itaipu (TEOItaipu). Disponível em: Consolida os atos regulatórios relativos à elaboração do Programa Mensal da Operação Energética - PMO, e para a formação do Custo Marginal da Operação - CMO e do Preço de Liquidação de Diferenças - PLD; à atualização do valor do patamar da função de custo do déficit de energia elétrica; e aos critérios e procedimentos para o cálculo dos limites máximo e mínimo do Preço de Liquidação de Diferenças(PLD) e do valor da tarifa de energia de otimização referente à cessão de energia efetuada pelo comercializador de energia da Usina Hidroelétrica Itaipu (TEOItaipu). Acesso em: 24 maio 2026.

ANEEL. **Resolução normativa ANEEL nº 1.108, de 3 de dezembro de 2024. Anexo I. Preço de Liquidação das Diferenças**. 2024a. Aprova as Regras de Comercialização de Energia Elétrica aplicáveis ao Sistema de Contabilização e Liquidação – SCL. Disponível em: <https://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren20241108.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2025.

ANEEL. **Resolução normativa ANEEL nº 1.108, de 3 de dezembro de 2024. Anexo I. Contratos**. 2024b. Aprova as Regras de Comercialização de Energia Elétrica aplicáveis ao Sistema de Contabilização e Liquidação – SCL. Disponível em: <https://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren20241108.pdf>. Acesso em: 22 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 2.335, de 6 de outubro de 1997. Anexo I**. 1997a. Constitui a Agência Nacional de Energia Elétrica -ANEEL, autarquia sob regime especial, aprova sua Estrutura Regimental e o Quadro Demonstrativo dos Cargos em Comissão e Funções de Confiança e dá outras providências. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d2335.HTM. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 2.457, de 14 de janeiro de 1998**. 1998a. Dispõe sobre a estrutura e funcionamento do Conselho Nacional de Política Energética - CNPE e dá

outras providências. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D2457impressao.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 2.655, de 2 de julho de 1998**. 1998b. Regulamenta o Mercado Atacadista de Energia Elétrica, define as regras de organização do Operador Nacional do Sistema Elétrico, de que trata a Lei nº 9.648, de 27 de maio de 1998, e dá outras providências. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/d2655.htm. Acesso em: 2 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 3.520, de 21 de junho de 2000**. Dispõe sobre a estrutura e funcionamento do Conselho Nacional de Política Energética - CNPE e dá outras providências. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D2457impressao.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Lei nº 3.782, de 22 de julho de 1960**. Cria os Ministérios da Indústria e do Comércio e das Minas e Energia, e dá outras providências. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/l3782.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 5.081, de 14 de maio de 2004**. 2004a. Regulamenta os arts. 13 e 14 da Lei nº 9.648, de 27 de maio de 1998, e o art. 23 da Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004, que tratam do Operador Nacional do Sistema Elétrico - ONS.

Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5081.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 5.175, de 9 de agosto de 2004**. 2004b.

Constitui o Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico - CMSE de que trata o art. 14 da Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/Decreto/D5175.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 5.177, de 12 de agosto de 2004**. 2004c. Regulamenta os arts. 4º e 5º da Lei nº 10.848. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5177.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Lei nº 9.427, de 26 de dezembro de 1996**. Institui a Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, disciplina o regime das concessões de serviços públicos de energia elétrica e dá outras providências. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9427cons.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Lei nº 9.478, de 6 de agosto de 1997**. 1997b. Dispõe sobre a política energética nacional, as atividades relativas ao monopólio do petróleo, institui o Conselho Nacional de Política Energética e a Agência Nacional do Petróleo e dá outras providências. Disponível em:

https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9478.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Lei nº 9.648, de 27 de maio de 1998.** 1998c. Altera dispositivos das Leis no 3.890-A, de 25 de abril de 1961, no 8.666, de 21 de junho de 1993, no 8.987, de 13 de fevereiro de 1995, no 9.074, de 7 de julho de 1995, no 9.427, de 26 de dezembro de 1996, e autoriza o Poder Executivo a promover a reestruturação da Centrais Elétricas Brasileiras - ELETROBRÁS e de suas subsidiárias e dá outras providências. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9648cons.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Lei nº 10.847, de 15 de março de 2004.** 2004d. Autoriza a criação da Empresa de Pesquisa Energética – EPE e dá outras providências. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/l10.847.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004.** 2004e. Dispõe sobre a comercialização de energia elétrica, altera as Leis nºs 5.655, de 20 de maio de 1971, 8.631, de 4 de março de 1993, 9.074, de 7 de julho de 1995, 9.427, de 26 de dezembro de 1996, 9.478, de 6 de agosto de 1997, 9.648, de 27 de maio de 1998, 9.991, de 24 de julho de 2000, 10.438, de 26 de abril de 2002, e dá outras providências. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/l10.848.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

BRASIL. **Decreto nº 11.492, de 17 de abril de 2023. Anexo I.** Aprova a Estrutura Regimental e o Quadro Demonstrativo dos Cargos em Comissão e das Funções de Confiança do Ministério de Minas e Energia e remaneja e transforma cargos em comissão e funções de confiança. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2023/decreto/d11492.htm. Acesso em: 20 jun. 2025.

CCEE. **PLD.** 2025a. Disponível em: <https://www.ccee.org.br/precos/conceitos-precos>. Acesso em: 18 maio 2025.

CCEE. **Visão Geral da CCEE:** o que faz a Câmara de Comercialização?. 2025b. Disponível em: <https://www.ccee.org.br/pt/web/guest/-/visao-geral-da-ccee-o-que-faz-a-camara-de-comercializacao->. Acesso em: 21 jun. 2025.

CEPEL. **Determinação da coordenação da operação a curto prazo.** 2021. Manual do usuário versão 31. Disponível em: https://www.cepel.br/wp-content/uploads/2022/05/DECOMP_ManualUsuario_v31-Dez2021.pdf. Acesso em: 14 ago. 2025.

CEPEL. **Programação Diária da Operação e Formação de Preço Horário de Sistemas Hidrotérmicos com Representação Detalhada das Unidades Geradoras, Fontes Intermitentes, Consideração da Rede Elétrica e Restrições de Segurança.** 2023. Manual de Metodologia versão 20. Disponível em: https://cepel.br/wp-content/uploads/2024/01/DESSEM_ManualMetodologia_Outubro2023.pdf. Acesso em: 25 maio 2026.

CEPEL. **Modelo de planejamento da operação de sistemas hidrotérmicos interligados de longo e médio prazos.** 2024. Manual do usuário versão 30.

Disponível em: <https://www.cepel.br/wp-content/uploads/2024/10/ManualUsuario-2.pdf>. Acesso em: 13 ago. 2025.

CEPEL. **Programação diária da operação e formação de preço horário de sistemas hidrotérmicos com representação detalhada das unidades geradoras, fontes intermitentes, consideração da rede elétrica e restrições de segurança.** 2025a. Manual do usuário versão 21. Disponível em: https://www.cepel.br/wp-content/uploads/2025/05/DESSEM_ManualUsuario_v21.pdf. Acesso em: 14 ago. 2025.

CEPEL. **Newave.** 2025b. Disponível em <https://cepel.br/linhas-de-pesquisa/newave/>. Acesso em: 22 jun. 2025.

CEPEL. **Decomp.** 2025c. Disponível em: <https://www.cepel.br/linhas-de-pesquisa/decomp/>. Acesso em: 23 jun. 2025.

CEPEL. **Dessem.** 2025d. Disponível em: <https://www.cepel.br/linhas-de-pesquisa/dessem/>. Acesso em: 23 jun. 2025.

CEPEL. **Unit Commitment Térmico (UCT).** 2025e. Disponível em: https://see.cepel.br/manual/libs/latest/usinas_termicas/unit_commitment_termico.html. Acesso em: 21 jun. 2026.

CNI. **Impacto econômico do aumento do preço de energia elétrica.** Brasília, DF: CNI, 2021. Disponível em: <https://www.portaldaindustria.com.br/publicacoes/2021/11/impacto-economico-do-aumento-no-preco-da-energia-eletrica/>. Acesso em: 23 maio 2025.

EPE. **Caderno sobre Ações de Eficiência Energética em Indústrias Brasileiras.** Rio de Janeiro, RJ: EPE, 2020. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/caderno-sobre-acoes-de-eficiencia-energetica-em-industrias-brasileiras>. Acesso em: 23 maio 2025.

EPE. **Balanco de energético nacional (BEN) 2024:** ano base 2023. Rio de Janeiro, RJ: EPE, 2024. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/balanco-energetico-nacional-2024>. Acesso em: 18 maio 2025.

FINANCIAL TIMES. **Negative European energy prices hit record level.** Disponível em: <https://www.ft.com/content/1f94d0b4-c839-40a2-9c8d-782c00384154>. Acesso em: 26 maio 2025.

FRANCO, Anna K S. **Estudo de caso dos impactos da inserção de fontes renováveis intermitentes na rede de transmissão e distribuição elétrica.** Monografia (Especialista em Energias Renováveis, Geração Distribuída e Eficiência Energética) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, p.66. 2018. Acesso em: 18 maio 2025.

GRIDX. **Negative Energy Price.** Disponível em: <https://www.gridx.ai/knowledge/what-is-negative-energy-price-in-europe>. Acesso em: 26 maio 2025.

MAGALHÃES, Milena M. **Precificação de Energia Elétrica no Mercado Spot de Energia com a Implementação do Preço de Liquidação das Diferenças Horário**. 222 f. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso Superior de Engenharia Elétrica). Universidade de Brasília UnB. Disponível em: https://bdm.unb.br/bitstream/10483/29747/1/2021_MilenaMartinsMagalhaes_tcc.pdf Acesso em: 24 maio 2026

MERCADO LIVRE DE ENERGIA. **O que é PLD? Descubra o que são as famosas letras do Mercado de Energia**. Disponível em: <https://www.mercadolivredeenergia.com.br/noticias/o-que-e-pld-preco-liquidacao-das-diferencas/>. Acesso em: 14 ago. 2025.

MME. **Portaria nº 301, de 31 de julho de 2019**. Estabelecer, nos termos desta Portaria, o cronograma para entrada em operação do Modelo de Despacho Hidrotérmico de Curtíssimo Prazo. Disponível em: <https://www.gov.br/mme/pt-br/aceso-a-informacao/legislacao/portarias/2019/portaria-n-301-2019.pdf/view>. Acesso em: 18 maio 2025.

MME. **Conheça as instituições do setor elétrico brasileiro e as competências de cada uma**. Disponível em: <https://www.gov.br/mme/pt-br/assuntos/noticias/conheca-as-instituicoes-do-setor-eletrico-brasileiro-e-as-competencias-de-cada-uma>. Acesso em: 17 maio 2025.

ONS. **O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA NO SISTEMA INTERLIGADO NACIONAL: CONCEITOS, MODELAGEM MATEMÁTICA, PREVISÃO DE GERAÇÃO E CARGA**. Rio de Janeiro: Artiliver Editora Ltda, 2020.

REHMAN, S.; AL-HADHRAMI, L. M.; ALAM, M. M. Pumped hydro energy storage system: A technological review. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, EUA, abr. 2015. Elsevier. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1364032115000106?via%3Diuhub>. Acesso em: 23 maio 2025.

SILVA, Edson L. **Formação de preços em mercados de energia elétrica**. Florianópolis: Edição do Autor, 2012.

SOZZI, Gustavo. **Formação do preço de energia convencional nas transações entre agentes no mercado de curto prazo brasileiro**. Dissertação (Mestre em sistemas de potência) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, p.86. 2014. Acesso em: 22 jun. 2025.

WANG, G.; SBAI, E.; WEN, L.; SELENA, M. S. The impact of renewable energy on extreme volatility in wholesale electricity prices: Evidence from organisation for economic co-operation and development countries. **Journal of Cleaner Production**, EUA, dez. 2024. Elsevier. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0959652624037922>. Acesso em: 23 maio 2025.

WOOD, A. J.; WOLLENBERG, B. F.; SHEBLÉ, G. B. **Power generation, operation, and control**. 3. ed. New Jersey: Wiley, 2013.

ZUCARATO, Alexandre N. **Mecanismos de capacidade em sistemas de energia elétrica com predominância de geração hidrelétrica**. Tese (Doutor em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, p.116. 2009. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/92212>. Acesso em: 13 ago. 2025.

APÊNDICES

APÊNDICE A – MODELO EM *PYTHON*

```

import pulp
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# -----
# DESPACHO ECONÔMICO COM UNIT COMMITMENT
# -----
# -----
# 1. INPUTs DO SISTEMA
# -----

linear_price = np.array([10.2, 17.5]) # Preço linear ($)
fixed_price = np.array([0.1, 0.1])   # Custo Fixo de Operação (Evita usinas ligadas
gerando 0 MW)
# max_gen = np.array([999, 999])      # Limite máximo de geração por usina (MW)
max_gen = np.array([35.0, 70.0])      # Limite máximo de geração por usina (MW)
min_gen = np.array([15.0, 10.0])      # Limite mínimo de geração
# min_gen = np.array([0, 0])          # Limite mínimo de geração
ramp_gen = np.array([30.0, 40.0])     # Rampa de Geração máxima por estágio
(MW/h)
# ramp_gen = np.array([999, 999])     # Rampa de Geração máxima por estágio
(MW/h)
# load = np.array([30, 40, 65])       # Demanda a ser suprida
load = np.array([30, 60, 60, 35, 30]) # Demanda a ser suprida

# Up/Down Time
up_time = np.array([2, 3])           # Minimum Up-Time
down_time = np.array([1, 1])         # Minimum Down-Time

# Condições Iniciais (Antes de t=0)
p_inicial = np.array([0, 0])         # Geração inicial
u_inicial = np.array([0, 0])         # Status inicial (0 = Desligada)

num_stages = len(load)               # Número de intervalos de tempo

```

```

num_units = len(linear_price)      # Quantidade de usinas térmicas

# -----
# 2. FASE 1: DECISÃO DE STATUS (MILP)
# -----
prob = pulp.LpProblem("UC_Temporal_MILP", pulp.LpMinimize)

P = pulp.LpVariable.dicts("P", (range(num_units), range(num_stages)), lowBound=0)
u = pulp.LpVariable.dicts("u", (range(num_units), range(num_stages)), cat='Binary')

# Função Objetivo Atualizada
prob += pulp.lpSum([P[i][t] * linear_price[i] + u[i][t] * fixed_price[i] for i in
range(num_units) for t in range(num_stages)]) # Função Objetivo para MILP
# prob += pulp.lpSum([P[i][t] * linear_price[i] for i in range(num_units) for t in
range(num_stages)]) # Função Objetivo para PL

for t in range(num_stages):

    demanda_t = float(load[t])
    prob += pulp.lpSum([P[i][t] for i in range(num_units)]) >= demanda_t - 0.001,
f"Balanco_Min_T{t}"
    prob += pulp.lpSum([P[i][t] for i in range(num_units)]) <= demanda_t + 0.001,
f"Balanco_Max_T{t}"

for i in range(num_units):

    # Limites de Potência atrelados à Binária (Unit Commitment)
    prob += P[i][t] >= min_gen[i] * u[i][t]
    prob += P[i][t] <= max_gen[i] * u[i][t]

    # Acoplamento Temporal: Rampas
    p_ant = p_inicial[i] if t == 0 else P[i][t-1]
    prob += P[i][t] - p_ant <= ramp_gen[i]
    prob += p_ant - P[i][t] <= ramp_gen[i]

```

```

# -----
# Inércia Térmica (MUT e MDT)
# -----
u_ant = u_inicial[i] if t == 0 else u[i][t-1]

# Acoplamento Temporal: Minimum Up-Time (MUT)

for tau in range(t, min(num_stages, t + up_time[i])):
    prob += u[i][t] - u_ant <= u[i][tau], f"MUT_Usina_{i}_T{t}_tau{tau}"

# Acoplamento Temporal: Minimum Down-Time (MDT)

for tau in range(t, min(num_stages, t + down_time[i])):
    prob += u_ant - u[i][t] <= 1 - u[i][tau], f"MDT_Usina_{i}_T{t}_tau{tau}"

# -----
# 3. SOLUÇÃO MILP
# -----

prob.solve(pulp.PULP_CBC_CMD(msg=False, presolve=False, cuts=False))

if pulp.LpStatus[prob.status] != 'Optimal':
    print("\nSolução não encontrada. O problema é matematicamente inviável.\n")
else:

    # Captura as decisões binárias ótimas
    status_fixo = {(i, t): u[i][t].varValue for i in range(num_units) for t in
range(num_stages)}

    # Criação do modelo puramente contínuo
    prob_lp = pulp.LpProblem("LP_ShadowPrices", pulp.LpMinimize)
    P_lp = pulp.LpVariable.dicts("P_lp", (range(num_units), range(num_stages)),
lowBound=0)

    # Função Objetivo método PL

```

```
prob_lp += pulp.lpSum([P_lp[i][t] * linear_price[i] for i in range(num_units) for t in
range(num_stages)])
```

```
restricoes_balanco = {}
```

```
for t in range(num_stages):
```

```
    demanda_t = float(load[t])
```

```
    restricoes_balanco[t] = pulp.lpSum([P_lp[i][t] for i in range(num_units)]) ==
demanda_t
```

```
    prob_lp += restricoes_balanco[t]
```

```
for i in range(num_units):
```

```
    # Fixação do Status
```

```
    if status_fixo[(i, t)] == 1:
```

```
        prob_lp += P_lp[i][t] >= min_gen[i]
```

```
        prob_lp += P_lp[i][t] <= max_gen[i]
```

```
    else:
```

```
        prob_lp += P_lp[i][t] == 0
```

```
    p_ant_lp = p_inicial[i] if t == 0 else P_lp[i][t-1]
```

```
    prob_lp += P_lp[i][t] - p_ant_lp <= ramp_gen[i]
```

```
    prob_lp += p_ant_lp - P_lp[i][t] <= ramp_gen[i]
```

```
prob_lp.solve(pulp.PULP_CBC_CMD(msg=False, presolve=False, cuts=False))
```

```
# -----
```

```
# 4. PROCESSAMENTO DOS RESULTADOS
```

```
# -----
```

```
optimal_dispatch = np.zeros((num_units, num_stages))
```

```
status_matrix = np.zeros((num_units, num_stages))
```

```
val_CMO = np.zeros(num_stages)
```

```
for t in range(num_stages):
```

```
    val_CMO[t] = restricoes_balanco[t].pi
```

```

for i in range(num_units):
    optimal_dispatch[i, t] = P_lp[i][t].varValue
    status_matrix[i, t] = status_fixo[(i, t)]

print('\n--- Despacho Ótimo ---\n')
for i in range(num_units):
    linha = " ".join([f"{val:0.2f}" for val in optimal_dispatch[i, :]])
    print(f" Usina {i+1}: {linha}")

print(f'\n Custo total ótimo: R$ {pulp.value(prob_lp.objective):.2f}\n')

for t in range(num_stages):
    print(f'Estágio {t+1}: CMO = R$ {val_CMO[t]:.2f}/MWh')

# -----
# 5. PLOTAGEM DOS GRÁFICOS
# -----

TAMANHO_FONTE=20
estagios = np.arange(1, num_stages + 1)
cores = ['blue', 'orange']
labels = ['Usina 1', 'Usina 2']

# GRÁFICO 1: Despacho vs Demanda
fig1, ax1 = plt.subplots(num='Despacho vs Demanda', figsize=(10, 6))
fig1.patch.set_facecolor('white')
bottom = np.zeros(num_stages)

for i in range(num_units):
    ax1.bar(estagios, optimal_dispatch[i, :], bottom=bottom, color=cores[i],
label=labels[i])
    bottom += optimal_dispatch[i, :]

ax1.plot(estagios, load, 'k-o', linewidth=2, markerfacecolor='k', label='Demanda')
ax1.set_title('Despacho Ótimo', fontsize=TAMANHO_FONTE)

```

```

ax1.set_xlabel('Tempo (h)', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax1.set_ylabel('Potência (MW)', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax1.set_ylim(0, np.max(load) * 1.3)
ax1.grid(True, linestyle='--', alpha=0.3)
ax1.legend(loc='upper left', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax1.tick_params(axis='both', which='major', labelsize=TAMANHO_FONTE)
ax1.set_xlim(0, num_stages + 1)
ax1.set_xticks(estagios)

for t_idx in range(num_stages):
    current_bottom = 0
    for i in range(num_units):
        valor = optimal_dispatch[i, t_idx]
        if valor > 1:
            pos_y = current_bottom + (valor / 2)
            ax1.text(estagios[t_idx], pos_y, f'{valor:.1f}', ha='center', va='center',
                    color='white', fontweight='bold', fontsize=TAMANHO_FONTE)
            current_bottom += valor

# Afasta o texto da linha com fundo branco
ax1.annotate(f'D: {load[t_idx]:.1f}',
            (estagios[t_idx], load[t_idx]),
            textcoords="offset points",
            xytext=(0, 10),
            ha='center', va='bottom', color='k', fontweight='bold',
            fontsize=TAMANHO_FONTE,
            bbox=dict(boxstyle="round,pad=0.2", facecolor="white",
                    edgecolor="none", alpha=0.8))

# GRÁFICO 2: Evolução do CMO
fig2, ax2 = plt.subplots(num='Evolução do CMO', figsize=(10, 6))
fig2.patch.set_facecolor('white')
ax2.plot(estagios, val_CMO, 'b-s', linewidth=2, markerfacecolor='b', markersize=8)

ax2.set_title('Evolução do CMO', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax2.set_xlabel('Tempo (h)', fontsize=TAMANHO_FONTE)

```

```

ax2.set_ylabel('CMO (R$/MWh)', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax2.grid(True, linestyle='--', alpha=0.3)
ax2.set_xlim(0, num_stages + 1)
ax2.set_xticks(estagios)
ax2.tick_params(axis='both', which='major', labelsize=TAMANHO_FONTE)
min_cmo = np.min(val_CMO)
max_cmo = np.max(val_CMO)

if max_cmo == min_cmo:
    margem = 10 if max_cmo == 0 else abs(max_cmo) * 0.5
else:
    margem = (max_cmo - min_cmo) * 0.3
ax2.set_ylim(min_cmo - margem, max_cmo + margem)

# Detecta vales/picos e aplica fundo branco
for t_idx in range(num_stages):
    val = val_CMO[t_idx]

    # Mínimo local
    is_valley = False
    if num_stages > 1:
        if t_idx == 0 and val < val_CMO[1]:
            is_valley = True
        elif t_idx == num_stages - 1 and val < val_CMO[-2]:
            is_valley = True
        elif 0 < t_idx < num_stages - 1 and val < val_CMO[t_idx-1] and val <
val_CMO[t_idx+1]:
            is_valley = True

    y_offset = -15 if is_valley else 10
    va_align = 'top' if is_valley else 'bottom'

    ax2.annotate(f'R$ {val:.2f}',
                (estagios[t_idx], val),

```

```

        textcoords="offset points",
        xytext=(0, y_offset),
        ha='center', va=va_align, color='k', fontsize=TAMANHO_FONTE,
        bbox=dict(boxstyle="round,pad=0.2", facecolor="white",
edgecolor="none", alpha=0.9))

```

GRÁFICO 3: Status das Usinas (Unit Commitment)

```

fig3, ax3 = plt.subplots(num='Status de Acionamento', figsize=(10, 8))
fig3.patch.set_facecolor('white')
largura_barra = 0.35

ax3.bar(estagios - largura_barra/2, status_matrix[0, :], largura_barra, label='Usina
1', color=cores[0])
ax3.bar(estagios + largura_barra/2, status_matrix[1, :], largura_barra, label='Usina
2', color=cores[1])

ax3.set_title('Status das Usinas', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax3.set_xlabel('Tempo (h)', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax3.set_ylabel('Status (0 = Off, 1 = On)', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax3.set_yticks([0, 1])
ax3.set_ylim(0, 1.2)
ax3.set_xticks(estagios)
ax3.grid(axis='y', linestyle='--', alpha=0.3)
ax3.legend(loc='upper left', fontsize=TAMANHO_FONTE)
ax3.tick_params(axis='both', which='major', labelsize=TAMANHO_FONTE)

plt.tight_layout()
plt.show(block=True)

```