

O ESTUDO DAS FUNÇÕES DE SEGUNDO GRAU NA CONSTRUÇÃO DE MAQUETES ALUSIVAS À PONTE PÊNSIL HERCÍLIO LUZ

Patricia Aparecida Bachmann^{1*}

Resumo

O presente trabalho foi desenvolvido buscando estimular as percepções visuais e táteis dos estudantes no que se refere a compreensão das Funções de Segundo Grau ou Funções Quadráticas. Deste modo, todo o currículo intrínseco ao assunto referenciado foi abordado através da construção de uma parábola, que nada mais é do que a forma de representação gráfica deste tipo de função. Para concretizar o projeto, propôs-se então a construção em grupos, de maquetes alusivas à Ponte Pênsil Hercílio Luz - que por ser uma ponte suspensa, com dois mastros de sustentação que unem cabos de forma curvilínea, evidencia uma parábola. Com a finalização dos projetos, os aprofundamentos teóricos puderam ser feitos. Foram contemplados no estudo: a caracterização de uma Função de Segundo Grau, o método de Bhaskara para encontrar as raízes reais, o ponto de vértice e a interpretação dos dados, seja dos sinais atribuídos aos coeficientes numéricos, do valor do delta encontrado ou do número de elementos que compõe o conjunto solução. Todo o aprofundamento foi guiado por pesquisas em sala de informática, aulas expositivas e leitura de livros didáticos. Para finalizar a pesquisa, foram coletados dados através de formulários preenchidos individualmente por aluno, buscando não apenas avaliar os conhecimentos adquiridos, mas também, medir o nível de interesse e satisfação na realização deste projeto. Por meio desta análise, pode-se constatar que apesar de algumas dificuldades, o projeto foi bem sucedido, alcançado os seus objetivos iniciais no que tange ao envolvimento e participação do aluno e nível de conhecimento adquirido por ele.

Palavras-Chave: Ponte Pênsil. Maquete. Parábola. Função de Segundo Grau.

^{1*} Bacharela em Engenharia Química (UNIASSELVI FAMEG, 2017), Licenciada em Matemática (UNICESUMAR, 2019) e Especialista em Docência no Ensino Superior (UNICESUMAR, 2019); atualmente discente no curso de Especialização no Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Santa Catarina - Câmpus Jaraguá do Sul.

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática, por vezes, é considerado muito complexo. E, engana-se quem pensa que apenas os estudantes precisam de ajuda para compreendê-la. Afinal, se de um lado, o desafio é saber Matemática, do outro lado, a dificuldade está em encontrar formas de ensiná-la.

Considerando ainda que a geração que temos e, ainda mais, as que virão, são movidas pelos estímulos incessantes da tecnologia, que afloram e bombardeiam a curiosidade nos jovens; pode-se afirmar com convicção: aulas conteudistas, que não dão um sentido prático ao aprendizado, além de maçantes não são mais o suficiente para o efetivo aprendizado do indivíduo. Nós, como docentes, precisamos agora, antes de mais nada, nos preocupar em responder a pergunta crucial feita por cada estudante: por que eu preciso aprender isso?

Partindo deste pressuposto e, com o objetivo de encontrar uma alternativa didática que permita relacionar o estudo das Funções de Segundo Grau de uma forma prática, desafiadora, alinhada à realidade do aluno e desvinculada do ensino tradicional que esta pesquisa foi desenvolvida.

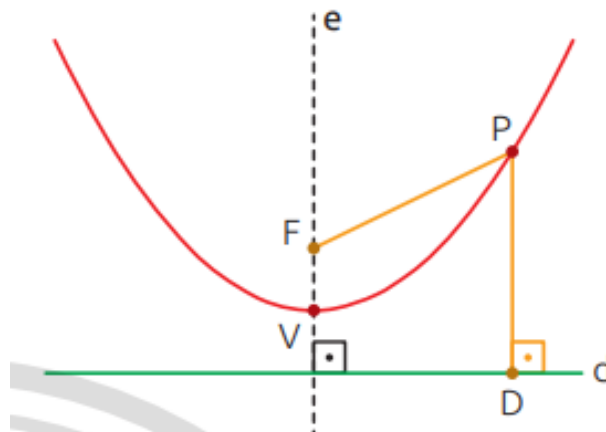
A estratégia inicialmente abordada para solucionar esta problemática foi de construir uma parábola fazendo o uso de materiais simples, de fácil manipulação e recicláveis. Desde modo, acredita-se que as percepções visuais e táteis do estudante podem ser estimuladas e, todos os tópicos intrínsecos ao currículo desta área em específico da matemática poderão ser explorados. A questão é: em que contexto esta caracterização será feita?

Inicialmente, é válido destacar o que é a parábola. Esta definição é apresentada abaixo, segundo Chavante e Prestes (2016):

Geometricamente, uma parábola é determinada por um ponto F , chamado foco, e uma reta d que não contém F , chamada reta diretriz. O conjunto dos pontos do plano que distam igualmente de F e de d é a parábola de foco F e diretriz d . A reta e que contém F e é perpendicular a d é o eixo da parábola. O eixo e , que é eixo de simetria, intersecta a parábola em um único ponto (V), o qual é chamado de vértice.

A definição acima citada é ilustrada na figura a seguir.

Figura 01 - A representação da parábola.



Fonte: Adaptado de Chavante e Prestes (2016).

Analisando a figura 01, é possível afirmar que o ponto P pertence à parábola porque a distância de P à diretriz d é igual à distância de P ao foco F , ou seja $PD = PF$. Além disso, constata-se também que a forma obtida pode ser associada a outras inúmeras formas presentes no nosso cotidiano. Ela pode ser visualizada em algoritmos de jogos, como o “Angry Birds”, em brinquedos de parques de diversões - como a montanha russa -, em lançamento de projéteis e em obras arquitetônicas e da construção civil, como por exemplo, na edificação de pontes pênsis.

Para quem desconhece, o site *Ecivil* (2022) define: “a ponte pênsil é um tipo de ponte suspensa, que é sustentada por sistema de cabos e mastros. Na ponte pênsil os cabos principais partem de um mastro a outro formando uma parábola” .

Localizada em Florianópolis, Estado de Santa Catarina, região Sul do País, a ponte Hercílio Luz é um dos principais pontos turísticos do Estado e um exemplo de como a Matemática e as funções quadráticas estão presentes no nosso cotidiano.

A ponte foi projetada pelo Norte Americano David B. Steinman e, inaugurada pela primeira vez em 13 de maio de 1926. O pesquisador Hayashi (2012) afirma que a configuração desta ponte tornou-se conhecida na história como a “ponte tipo Florianópolis”, tornando-se referência para a construção de outras pontes como a Silver Bridge e a Saint Marys - localizadas nos E.U.A, sob a extensão do rio Ohio.

Atualmente, além de ser um importante ponto turístico, a ponte é extremamente importante pois liga a parte insular e continental de Florianópolis. Entretanto, foi a intensa atividade comercial no litoral que desencadeou de fato, a sua construção.

Observe o que diz Hayashi (2012) acerca desta afirmação.

Os milhares de imigrantes que ocuparam o litoral eram dependentes das vias aquáticas para o comércio, utilizando pequenas embarcações que atravessavam do continente à ilha. O fluxo de mercadorias agrícolas e de gado exigia a utilização de embarcações especiais. Diversos acidentes ocorriam na época em função dos fortes ventos e do mar agitado.

Hayashi (2012) afirma ainda que é neste contexto que em 1918, o republicano Hercílio Luz assume o seu segundo mandato político como governador do Estado e, assim sendo, prevê em seu plano de governo a construção da ponte. O empreendimento que teria o nome de “*Ponte da Independência*” foi alterado em homenagem póstuma ao seu idealizador, que faleceu em 1924.

No ano de 1982, a ponte foi interditada devido às condições precárias e à deterioração das barras de olhal. Entre idas e vindas, foram necessários quase 30 anos para que o processo de revitalização da mesma fosse concluído e, assim, se concretizasse o reencontro com o catarinense (HAYASHI, 2012).

Figura 02 - A ponte Hercílio Luz.



Fonte: Engelmann (2022).

Considerando o valor histórico e cultural da ponte Hercílio Luz, bem como a sua relação com a parábola no estudo das Funções de Segundo Grau, optou-se por concretizar esta pesquisa através da construção em miniaturas de pontes pênseis.

Com a estratégia de ensino definida, os objetivos específicos do projeto foram traçados. Ao término da sua execução espera-se que o aluno seja capaz de:

- determinar os coeficientes numéricos de uma Função Quadrática;
- caracterizar a parábola no estudo de Funções de Segundo Grau;
- determinar o ponto de vértice da Função de Segundo Grau obtida;
- estimular a criatividade, o espírito coletivo e o raciocínio lógico na resolução de problemas.

Além dos objetivos intrínsecos ao currículo de matemática, o projeto permite desenvolver outras competências e habilidades nos estudantes. Isto é, ao lançar o desafio de construção da maquete, espera-se que o aluno irá:

- desenvolver o senso de localização e reconhecimento do espaço geográfico;
- aplicar e exercitar conhecimentos relacionados à proporção;
- aprimorar o seu raciocínio lógico, pois deverá esboçar ideias para a otimização da estrutura do seu projeto.

A seguir serão explorados os conceitos matemáticos que foram trabalhados na execução prática do projeto e que se alinham aos objetivos específicos listados.

1.1 Função de Segundo Grau

Uma função polinomial de grau dois é também conhecida como Função Quadrática. Matematicamente falando, Ribeiro (2013) atribui a seguinte definição à Função Quadrática: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, sendo a, b e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Chavante e Prestes (2016) elucidam a importância do coeficiente numérico “ a ” ser diferente de zero. Conforme descrito por eles, para todo valor de “ a ” igualado a zero, a função dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$ é reduzida a uma função afim dada por $f(x) = bx + c$. Assim, se $a = 0$, a função f não é quadrática.

A partir destas definições e com as medidas da Ponte Hercílio Luz informadas na Figura 03 a seguir, é possível caracterizar algebricamente a função quadrática associada à parábola que constitui esta ponte pênsil.

Figura 03 - Números da Ponte Hercílio Luz.



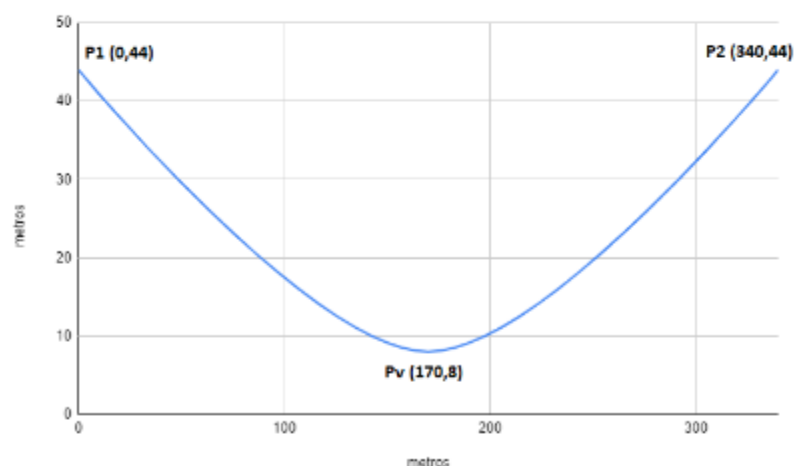
Fonte: Giombelli (2014).

Vale lembrar que a parte que nos interessa para os efetivos cálculos desconsideram as rampas de acesso e a distância da ponte em relação ao nível do mar. Isto porque, a parábola é constituída apenas pela parte pênsil, construída por barras de olhal e ligadas por dois mastros de sustentação. Deste modo temos que:

- Extensão da ponte entre os mastros (analogia ao eixo x no plano cartesiano):
 $821,005 - 222,504 - 259,080 = 339,421$ m ou, para efeitos de cálculo, 340 m.
- Altura dos mastros (analogia ao eixo y no plano cartesiano):
 $74,21 - 30,86 = 43,35$ m ou, para efeitos de cálculo, 44 m.

A partir das medidas apresentadas na figura 03 e, considerando que a menor altura atingida pelo vértice da parábola é 8 m - conforme Brito (2022) - temos a seguinte representação geométrica da parábola analisada:

Figura 04 - Representação Gráfica da Parábola da Ponte Hercílio Luz.



Fonte: A autora (2022).

Com os pontos indicados no gráfico anterior, podemos determinar os coeficientes numéricos a , b e c da parábola, através dos seguintes cálculos:

Determinação do coeficiente c

Para determinar o coeficiente “ c ” utilizaremos o par ordenado $P_1 = (0,44)$, apresentado na Figura 4. Sabendo disso, e considerando $f(x) = y$, faremos a substituição do mesmo na equação base anteriormente informada $f(x) = ax^2 + bx + c$. Assim sendo, temos que o valor do coeficiente numérico $c = 44$.

Determinação dos coeficientes a e b

Os outros dois coeficientes numéricos serão calculados considerando os pares ordenados ainda não utilizados P_v e P_2 , conforme também ilustra a Figura 4. Para tal, prosseguiremos com as substituições na equação e, conseqüentemente, montaremos um sistema linear com duas incógnitas.

É válido lembrar que o coeficiente “ c ” já foi calculado. Portanto, na equação base informada, onde aparece “ c ” devemos substituir pelo seu valor numérico 44.

Resolvendo o sistema linear obtido por um dos métodos matemáticos conhecidos, chegamos a conclusão que os valores numéricos atribuídos a a e b são respectivamente 0,001245674 e -0,423529411. Sendo assim, a Função de Segundo Grau obtida - aqui denominada de **função Ponte Hercílio** - é caracterizada por: $f(x) = 0,001245674x^2 - 0,423529411x + 44$.

1.2 A Fórmula de Bhaskara

Existem várias formas de resolver uma Equação do Segundo Grau. Uma das mais conhecidas até hoje é a Fórmula de Bhaskara - nome atribuído graças ao seu idealizador, o matemático hindu Bhaskara Akaria (1114 - 1185).

Entretanto, engana-se quem pensa que Bhaskara foi o único contribuinte para o seu desenvolvimento. Até porque, inúmeros são os relatos que evidenciam problemas matemáticos envolvendo funções quadráticas antes mesmo do seu nascimento. Celestino e Pacheco (2010) confirmam tal alegação, como segue:

É possível identificar, em textos babilônicos escritos há cerca de 4000 anos, descrições de procedimentos para resolver problemas que envolvem equações do segundo grau. Encontra-se também que gregos, hindus e árabes empreenderam estudos e desenvolveram procedimentos diversos para resolver equações do segundo grau. Até o início do século XVI, entretanto, ainda não havia registro da existência de uma fórmula geral que pudesse resolver qualquer tipo de equação do segundo grau.

Portanto, podemos concluir o mesmo que afirma Silva e Victor (2017): “essa fórmula prática tão utilizada nos dias atuais só existe por conta da contribuição de alguns matemáticos no decorrer dos anos, conforme diversos fatos históricos”.

A Bhaskara, atribui-se a responsabilidade de reunir estes saberes sobre o tema e inseri-los em uma única fórmula, conforme ilustrada na equação 01.

Equação 01- Fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Fonte: A autora (2022).

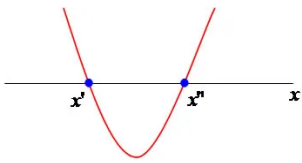
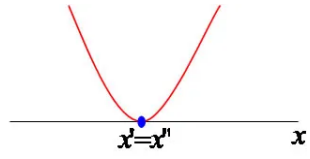
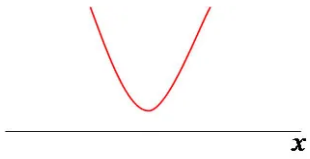
O valor do delta (Δ), também conhecido como discriminante da função, pode ser obtido pela seguinte relação matemática: $\Delta = b^2 - 4ac$.

O propósito de resolução de uma Função do Segundo Grau é determinar os zeros desta função. Isto é, quando ao aplicarmos a fórmula de Bhaskara, descobrimos suas raízes reais, ou de modo mais simples, descobrimos os valores de x que fazem com que $f(x) = 0$.

Chavante e Prestes (2016) alegam que “a quantidade de raízes reais distintas de uma função do segundo grau é dada de acordo com o valor do discriminante (Δ)”. Abaixo, foi criado o quadro buscando contextualizar a afirmação feita.

A relação entre o número de raízes de uma função quadrática, a parábola e o valor do discriminante da função é contextualizada no Quadro 01.

Quadro 01 - Raízes de uma Função quadrática x Valor do Discriminante

Valor do Discriminante	Nº de raízes	Representação Gráfica
$\Delta > 0$	Duas raízes reais interceptam o eixo "x" - indicadas em azul.	
$\Delta = 0$	Uma raíz real que tangencia (toca) o eixo "x" em um único ponto - indicada em azul.	
$\Delta < 0$	Nenhuma raiz real. Não há pontos que interceptam / tangenciam o eixo "x".	

Fonte: Adaptado de Silva (2022).

Considerando o que foi descrito, podemos agora aplicar a Fórmula de Bhaskara na **Função Ponte Hercílio**, anteriormente descrita. Com isso, podemos observar que o valor do discriminante obtido é $\Delta = -0,039861462$.

Sendo o discriminante menor que zero ($\Delta < 0$) não é possível prosseguir com a resolução de Bhaskara, visto que não existem raízes reais quando $\Delta < 0$. Matematicamente falando, o valor encontrado nos possibilita concluir que não há raízes reais para a função quadrática analisada.

Em relação à Ponte Pênsil Hercílio Luz, objeto do nosso estudo e, considerando uma situação prática e real, podemos dizer que o valor encontrado indica que não há nenhum ponto em que a parábola intercepte / tangencie a extensão (base de sustentação) da ponte. O que está correto, afinal, como já descrito na Figura 04, o ponto de vértice dista 8 m da base da ponte - que analogicamente representa o eixo "x".

1.3 Contextualizando a parábola

O conceito de parábola já foi devidamente atribuído no capítulo introdutório deste artigo e, nas seções seguintes, foram apresentadas ilustrações que a contextualizam. Porém, buscando facilitar o entendimento do que será tratado a

seguir, é possível trazer uma definição mais simples e próxima do senso comum, conforme a visão de Rizzo (2022):

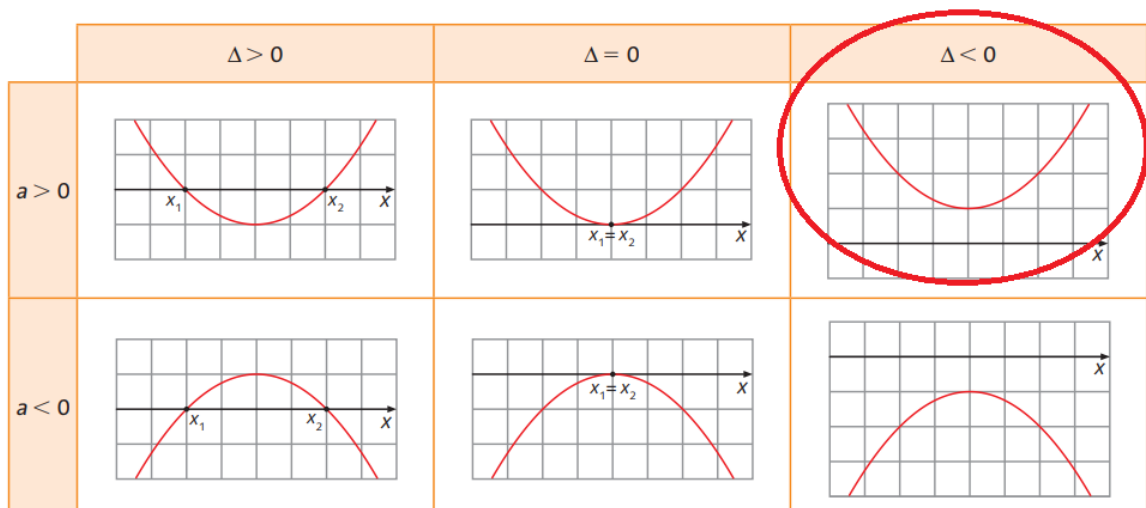
Parábola é o gráfico de uma função do segundo grau (também chamada de função quadrática). Seu formato é curvo, semelhante à letra U, podendo ser mais “aberta” ou “fechada” dependendo dos coeficientes da função do segundo grau que a definem.

Ao que se refere o estudo dos coeficientes da função, Andrade (2020) :

- se o coeficiente a é positivo ($a > 0$), a concavidade (abertura) da parábola é voltada **para cima**;
- se o coeficiente a é negativo ($a < 0$), a concavidade (abertura) da parábola é voltada **para baixo**.

Considerando o que foi visto sobre o discriminante e a concavidade, podemos organizar estas informações na Figura 05.

Figura 05 - Comportamento da Concavidade da Parábola



Fonte: Andrade (2020).

Considerando os valores já estabelecidos nos cálculos apresentados anteriormente ($a = 0,001245674$ e $\Delta = -0,039861462$) é correto afirmar que a parábola da ponte pênsil analisada terá a sua concavidade voltada para cima e não encostará na sua base de sustentação, tal qual comportamento é evidenciado e destacado na Figura 05.

1.4 O vértice da parábola

Para definir o vértice da parábola, imagine a seguinte situação apresentada por Vieira e Rejani (2017).

Outra situação que envolve a função quadrática é o lançamento de projéteis. Por exemplo, durante uma partida de futebol, observamos que a trajetória descrita pela bola quando um jogador faz um lançamento para um companheiro é uma parábola. Portanto, essa trajetória será representada por uma função do 2º grau. A altura máxima atingida pela bola representa o vértice desta parábola.

Conclui-se portanto, de modo simples, que o ponto de vértice é o valor máximo ou mínimo que a parábola pode assumir. Caracteriza-se também por ser o ponto que divide a parábola em partes simétricas.

Andrade (2020), nos traz novamente algumas considerações acerca do estudo dos coeficientes da função, desta vez, contrastando as informações com o ponto de vértice $V(x_v, y_v)$ da parábola, onde x_v é a coordenada x do vértice e y_v é a coordenada y do vértice. São eles:

- se o coeficiente a é positivo ($a > 0$), a concavidade (abertura) da parábola é voltada para cima e a coordenada y do vértice **é o valor mínimo** da função;
- se o coeficiente a é negativo ($a < 0$), a concavidade (abertura) da parábola é voltada para baixo e a coordenada y do vértice **é o valor máximo** da função.

As coordenadas do vértice $V(x_v; y_v)$ da parábola que representa a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ com $a \neq 0$, são dadas por: $V = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$. Aplicando os cálculos requeridos com os coeficientes já encontrados, conclui-se que $V = (170, 8)$.

Quando comparados os resultados obtidos com o gráfico da Figura 04, conclui-se que eles satisfazem a mesma condição: ambos determinam o ponto mínimo do vértice da parábola.

2 METODOLOGIA

A partir dos pressupostos listados anteriormente, conclui-se que a pesquisa será de natureza aplicada, qualitativa e quantitativa, na qual busca-se verificar o interesse e desempenho dos alunos em atividades práticas e desafiadoras que conciliam o currículo matemático no estudo de funções de segundo grau.

A amostragem analisada é composta por duas turmas específicas de alunos do 1º Ano do Ensino Médio da E.E.M Professora Darci Franke Welk, situada no Bairro São Luís, em Jaraguá do Sul - Santa Catarina.

Antes de se aprofundar no desenvolvimento metodológico desta pesquisa é válido ressaltar novamente que o problema central proposto consiste em encontrar uma alternativa didática que permita caracterizar uma parábola e, assim, relacionar o estudo das Funções de Segundo Grau de uma forma prática, desafiadora e desvinculada do ensino tradicional.

Para encontrar a solução desta problemática foram requeridos inicialmente estudos teóricos sobre o currículo e a BNCC (Base Nacional Comum e Curricular). Nesta análise, além de terem sido contextualizados os conteúdos associados ao estudo das funções quadráticas - descritos na introdução deste artigo -, foram analisadas também obras arquitetônicas e da construção civil que caracterizam e elucidam a aplicação real deste tipo de função.

Dentro das inúmeras possibilidades estudadas, a construção de miniaturas da ponte pênsil Hercílio Luz foi a escolhida para o projeto. Isto porque:

- os conteúdos previstos pela BNCC no ensino de funções quadráticas podem ser contemplados com a execução do projeto;
- o grau de dificuldade de execução do projeto é baixo, se comparado a outras alternativas como a construção de uma montanha russa - por exemplo;
- a ponte é um dos principais pontos turísticos do estado e por ser da região, possibilita o agendamento da visita *in loco* da mesma.

Após a definição sobre as atividades, foram analisadas estratégias de como realizá-las. Considerando que a ponte é extremamente extensa, utilizar a escala de 1 cm : 1 m tornou-se inviável. Deste modo, o desafio apresentado aos alunos para a construção de cada projeto atende as seguintes orientações:

Tabela 01 - Tabela Orientativa com medidas para a Construção de Maquetes

Critério Estabelecido	Medida Orientativa (cm)
Comprimento total da ponte (incluindo rampas de acesso)	entre 60 - 90 cm
Comprimento da ponte (extensão da ponte entre os mastros)	entre 30 - 70 cm
Largura da base da ponte	entre 4 - 6 cm
Altura total dos mastros de sustentação da parábola	entre 20 - 30 cm
Distância da ponte em relação ao nível do mar	entre 5 - 10 cm
Ponto de mínimo da parábola	entre 4 - 12 cm

Fonte: A autora (2022).

Após lançado o desafio, passou-se para a sua execução. Sendo assim, em pequenos grupos (de até 6 alunos), as turmas dirigiram-se para o laboratório da escola para executarem seus projetos. Foram disponibilizadas várias aulas para a consolidação da proposta mas, antes mesmo de iniciarem, os alunos reuniram-se para discutir como o executariam e quais materiais usariam.

Com o projeto finalizado, o currículo de matemática pode ser explorado mais a fundo. Neste contexto, aulas expositivas foram organizadas de modo que fosse elucidado e abordado os conceitos atribuídos às funções de segundo grau: desde a à sua estrutura, perpassando a fórmula de Bhaskara e a análise dos coeficientes numéricos da função, até chegar ao ponto do vértice da parábola.

Para aprofundamento, foram disponibilizadas ainda aulas na biblioteca e no laboratório de informática, buscando incentivar os alunos a investigar e procurar mais informações sobre o tema. Com as informações coletadas, os grupos foram instigados a calcular e caracterizar a parábola da sua maquete conforme as medidas próprias do seu projeto..

O fechamento desta pesquisa deu-se pela coleta de dados por meio do preenchimento de um formulário online, dividido em duas seções distintas e respondido individualmente por cada aluno.

Na primeira seção, foram elencadas perguntas de múltipla escolha sobre o estudo das Funções Quadráticas. O objetivo desta etapa é verificar se todos os conteúdos estudados e relacionados foram de fato assimilados por cada estudante.

Em seguida, outras quatro perguntas foram feitas. Mas nestas, buscou-se

analisar a opinião do estudante acerca da metodologia aplicada. Deste modo, o propósito desta seção foi caracterizar qualitativamente a proposta de construção de maquetes da ponte pênsil Hercílio Luz no estudo de funções quadráticas. Isto é, analisar se a proposta foi realmente interessante, atrativa e significativa para a formação cognitiva do estudante. Além é claro, de coletar sugestões de melhoria para aprimoramento do projeto em anos subsequentes.

Para finalizar a pesquisa, construiu-se gráficos para analisar as respostas de cada questionamento realizado.

3 RESULTADOS

A pesquisa, como já mencionado, apresenta seus resultados diferenciando-os em duas etapas:

- a primeira, caracterizada pelo desenvolvimento da prática na qual os alunos criaram suas próprias maquetes alusivas à ponte Hercílio Luz e testaram seus conhecimentos quanto ao estudo das funções quadráticas;
- a segunda, caracterizada pela análise quantitativa de adesão, interesse e aplicabilidade da execução do projeto.

Enfatizando os resultados obtidos na primeira etapa, nos Quadros 02 e 03, é possível observar as imagens com os projetos acabados de cada um dos grupos.

Considerando também que na finalização dos projetos os alunos foram instigados a realizar os cálculos para a determinação da Função de Segundo Grau atribuída a sua construção, selecionou-se um dos projetos - como exemplificação - e fez-se a transcrição dos resultados obtidos pela equipe no Quadro 04, apresentado na sequência dos Quadros 02 e 03.

Quadro 02 - Projetos Finalizados: Maquetes Alusivas a Ponte Hercílio Luz (Turma 1º02)

	
<p>Marcelly, Susiany, Maria Eduarda e Sabrina</p>	<p>Gabriel Alves, Gabriel Celestino, Matheus M.</p>
	
<p>Gabriel Volkmann, Luís Miguel, Matheus K.</p>	<p>Mirela, Querem, Nathaly e Lucas</p>
	
<p>Maylla, Miguel, Steffany e Luís Henrique</p>	<p>Pâmela, Larissa e Kaiane</p>

Fonte: A autora (2022).

Quadro 03 - Projetos Finalizados: Maquetes Alusivas a Ponte Hercílio Luz (Turma 1º03)

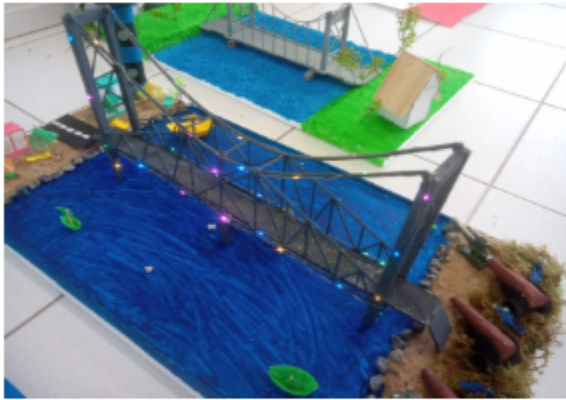


	
<p>Matheus, Evandro, Alan, Kevin, Gabriel F.</p>	<p>Lucas, José, Fernanda e Francisca</p>
	
<p>Iran, Gabriel L, Érika</p>	<p>Vitória, André, Renan, Eduardo, Eduarda</p>
	
<p>Joabe, Jonas, Cristhian, Felipe</p>	<p>Ana, Amanda, Caetano, João, Maria Eduarda</p>

Fonte: A autora (2022).

A seguir, como já mencionado, é possível ver o detalhamento dos cálculos que contemplam os conteúdos relacionados às funções quadráticas na análise final

do projeto. Lembrando que aqui está feita a transcrição dos dados de apenas uma das equipes, mas que **todas** elas tiveram que realizar os cálculos para encontrar a função, considerando as dimensões próprias do seu projeto.

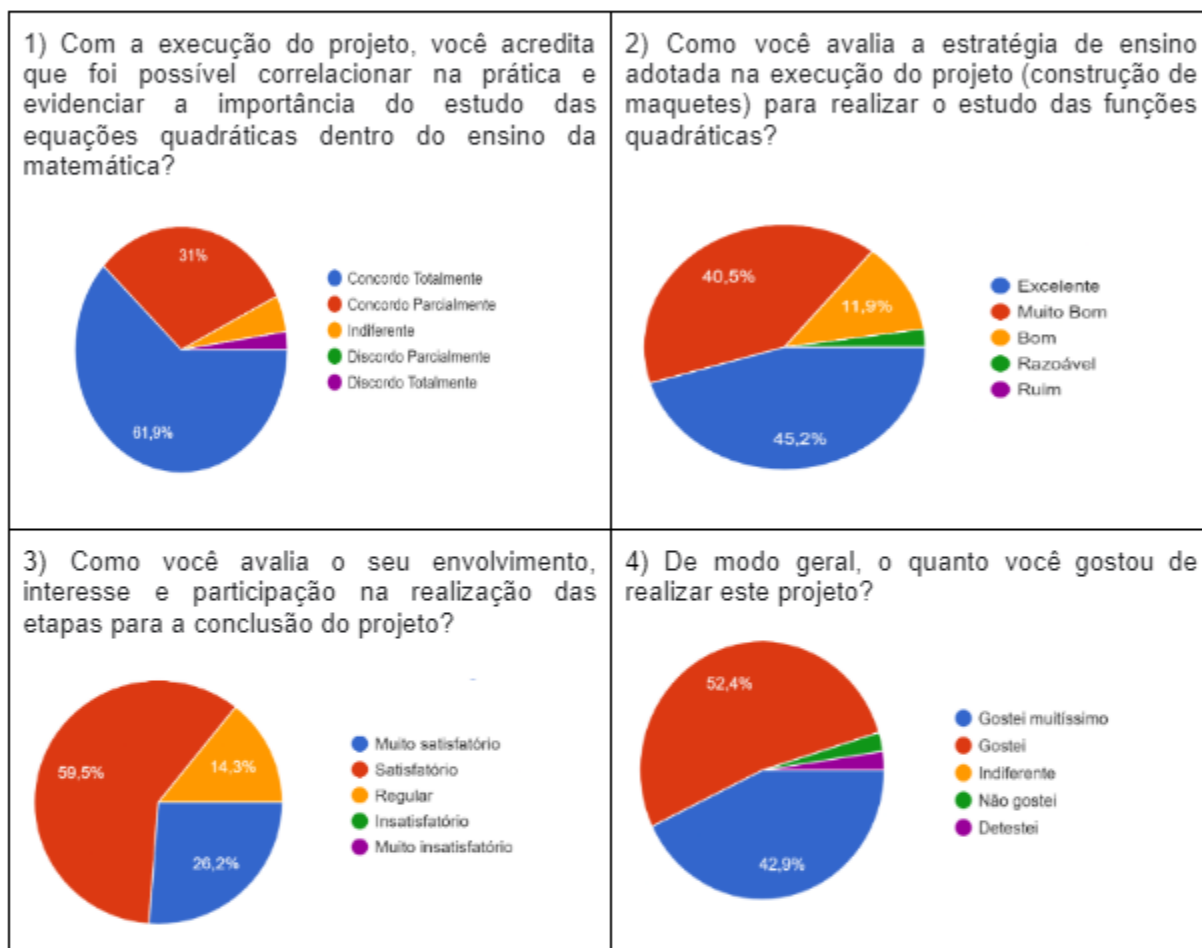
Quadro 04 - Cálculos aplicados pelos estudantes

	<p>Pares Ordenados $P1 = (0,24)$ $Pv = (33,12)$ $P2 = (66,24)$</p>
	<p>Determinação dos coeficientes</p> <ul style="list-style-type: none"> Coeficiente "c": $f(x) = ax^2 + bx + c$ $24 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$ $24 = 0 + 0 + c$ $c = 24$ Coeficiente "a" e "b": $Pv = (33,12)$ $P2 = (66,24)$ $f(x) = ax^2 + bx + c$ $f(x) = ax^2 + bx + c$ $12 = a \cdot 33^2 + b \cdot 33 + 24$ $24 = a \cdot 66^2 + b \cdot 66 + 24$ $12 = a \cdot 1089 + b \cdot 33 + 24$ $24 = a \cdot 4356 + b \cdot 66 + 24$ $8 - 24 = 1089a + 33b$ $24 - 24 = 4356a + 66b$ $-12 = 1089a + 33b$ $0 = 4356a + 66b$
	<p>Utilizando as equações encontradas e montando um sistema linear é possível afirmar que os valores de a e b são respectivamente 0,011019283 e -0,72727272.</p> <p>O coeficiente numérico "a" é positivo, portanto, a concavidade da parábola está voltada para cima. O vértice é definido pelo ponto de mínimo.</p>
<p>$f(x) = 0,011019283x^2 - 0,72727272x + 24$</p> <p>Cálculo do valor de delta. $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$ $\Delta = -0,528925549$</p> <p>Delta negativo, portanto, a função quadrática não possui raízes reais que interceptam ou tangenciam o eixo "x".</p>	<p>Ponto de Vértice</p> $Xv = \frac{-b}{2a} \rightarrow Xv = 33$ $Yv = \frac{-\Delta}{4a} \rightarrow Yv = 12$

Fonte: A autora (2022)

Após o término do projeto e realização dos cálculos requeridos, os alunos responderam um questionário para avaliar o seu interesse e satisfação na realização do projeto, no qual, obteve-se os seguintes resultados.

Quadro 05- Resultados Qualitativos do Projeto Desenvolvido

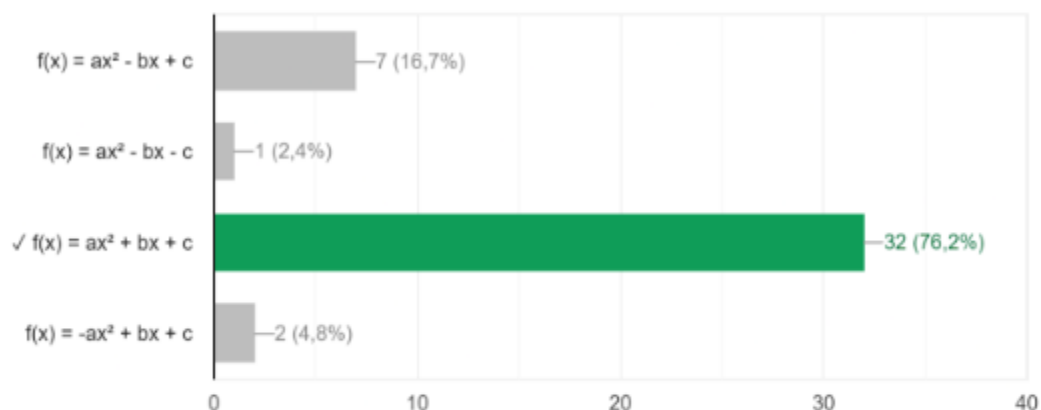


Fonte: A autora (2023)

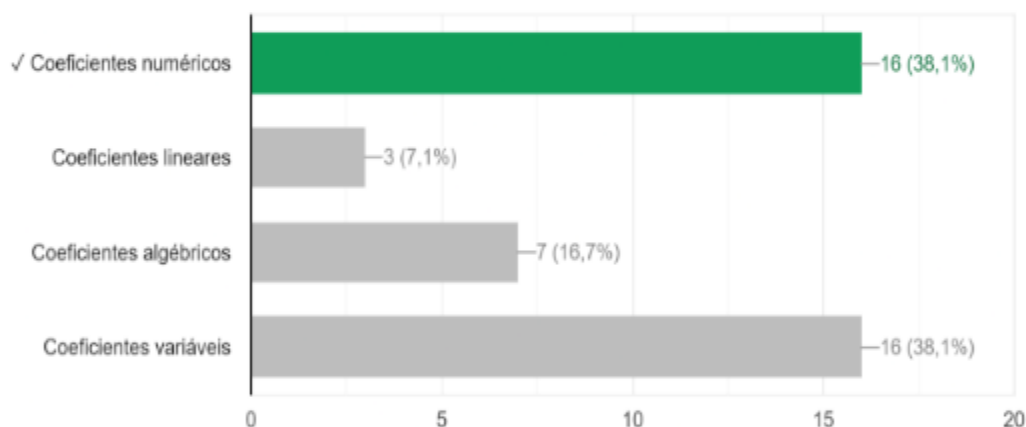
Já no que se refere ao questionário de avaliação para análise dos conhecimentos adquiridos com o desenvolvimento do projeto, obteve-se os resultados ilustrados no quadro 06. As respostas corretas para cada questionamento feito foram destacadas com a cor verde.

Quadro 06 - Resultados Gráficos do Formulário Avaliativo

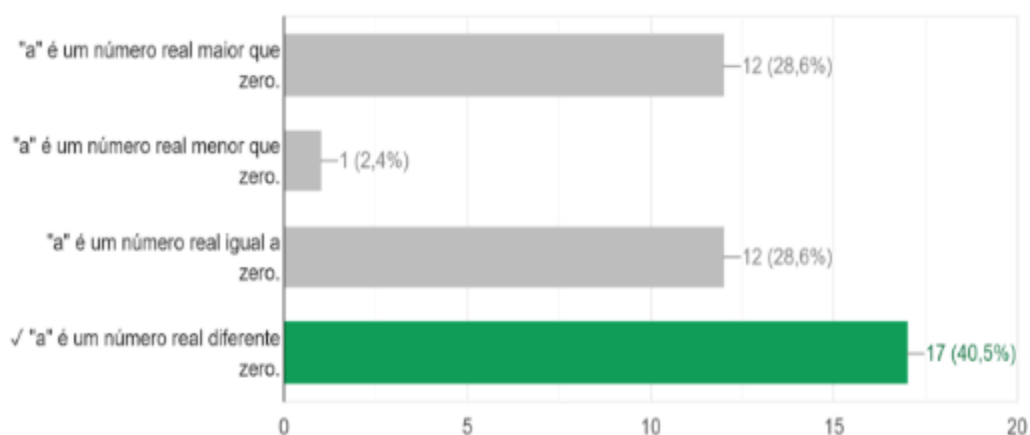
- 1) De acordo com seus conhecimentos, qual das opções listadas abaixo representa a lei de formação da função quadrática?



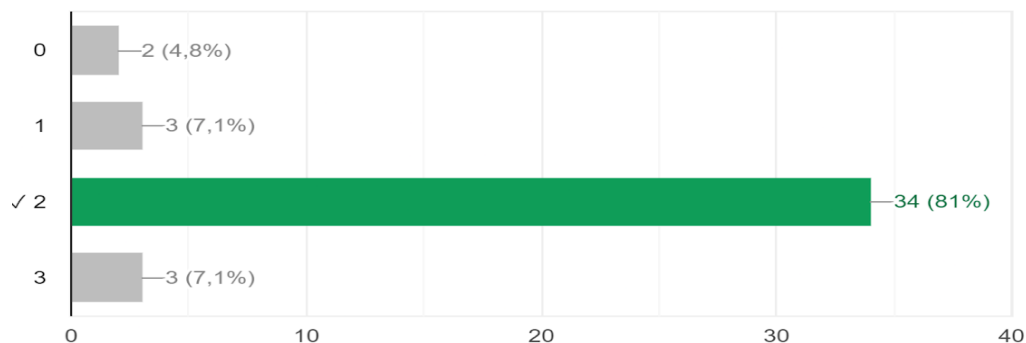
- 2) O que representam os valores de "a"; "b" e "c" na função quadrática?



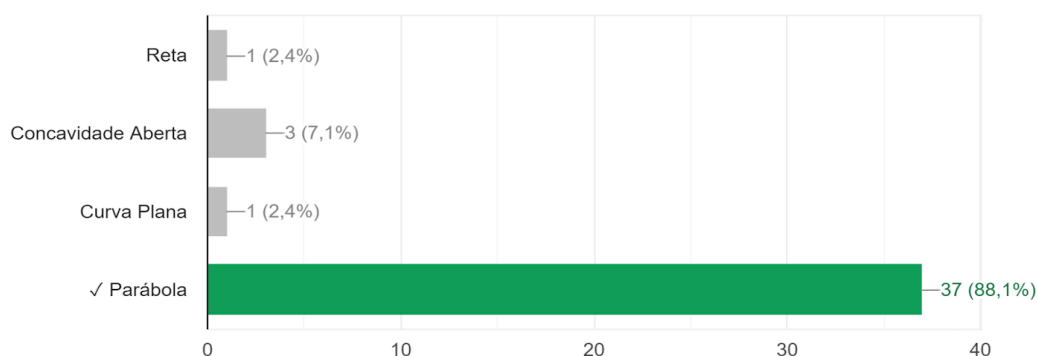
- 3) Considerando o coeficiente "a" da função de segundo grau, podemos afirmar que:



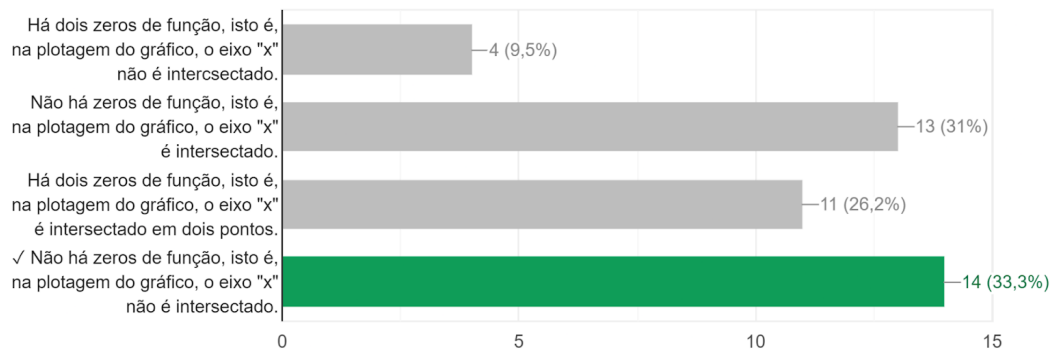
4) O conjunto solução de uma função quadrática pode ser formada por até quantas raízes?



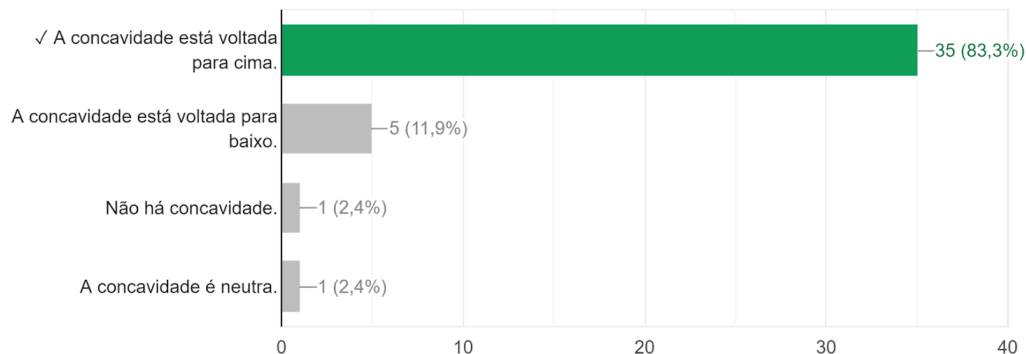
5) Qual o nome que se dá a representação gráfica de uma função quadrática?



6) O que representa o valor negativo do delta?



7) O que representa o sinal matemático positivo do coeficiente numérico "a"?



Fonte: A autora (2023)

4 DISCUSSÕES

Inicialmente, é válido destacar o envolvimento das turmas participantes. O projeto, como já ponderado, foi elaborado considerando o enfoque na construção de maquetes da ponte Hercílio Luz e cálculos matemáticos correlatos ao estudo das Funções de Segundo Grau. Entretanto, o seu desenrolar foi ainda mais abrangente, o que culminou com a participação de outras áreas do conhecimento; como: sociologia, inglês, arte e cultura digital.

O mais interessante neste vínculo adotado é que os encaminhamentos propostos partiram dos próprios estudantes. Por exemplo, a partir da curiosidade deles em entender o processo de construção e revitalização da ponte que as questões sociais foram envolvidas. Cheios de orgulho do projeto acabado, propuseram o estudo de fotografias e seus efeitos, levando a criação de diferentes websites e cartões postais em uma língua estrangeira.

Os gráficos plotados no Quadro 05 evidenciam e comprovam o sucesso do projeto: mais de 95% dos alunos questionados disseram que gostaram (ou gostaram muitíssimo) de realizá-lo e, cerca de 85% disseram estar pelo menos satisfeitos com o seu desempenho e envolvimento na construção deste protótipo.

Agora, ao que tange às questões matemáticas propostas, mais de 90% do grupo avaliado acredita totalmente ou parcialmente que foi possível evidenciar com a prática desenvolvida a importância das Funções Quadráticas, julgando a estratégia de ensino adotada como muito boa, boa ou excelente.

Os números apresentados no parágrafo anterior condizem com o nível de conhecimento adquirido pelos alunos, à julgar pelo desempenho coletivo dos grupos nos cálculos de sua parábola e, no questionário individual que fora preenchido.

Analisando as questões e as alternativas correlatas de modo **individual**, observa-se que, em sua maioria, elas mostram maior percentual de acertos do que de erros. E, ao analisar criticamente os desacertos é possível afirmar que os mesmos ocorreram ou por desatenção ou pela reprodução literal dos resultados obtidos, sem um filtro nos dados e interpretação dos mesmos.

Nos pontos que seguem é feita uma reflexão sobre os possíveis motivos para os erros encontrados nas respostas dos alunos.

- na primeira questão, 16,7% dos alunos assinalaram a opção " $f(x) = ax^2 - bx + c$ " como correta na caracterização de uma Função Quadrática. Isto porque, ao

desenvolver os cálculos dos coeficientes “a”, “b” e “c”, encontraram números com os sinais nesta respectiva ordem. Isto é, todos os grupos de estudo encontraram os valores dos coeficientes sendo: $a = +$; $b = -$ e $c = +$.

- na segunda questão, 38,1% dos alunos assinalaram a opção “coeficientes variáveis” como correta para nomear os coeficientes “a”, “b” e “c” da função. Isto porque, durante o estudo geral de funções, muito se foi falado sobre variáveis dependentes e independentes para explicar as relações envolvidas. Por exemplo, tal denominação foi utilizada no estudo de Funções Afim (ou Função de Primeiro Grau) que antecede o estudo das Funções Quadráticas.
- na terceira questão, 28,6% dos alunos afirmaram que o coeficiente “a” é um número real maior que zero, novamente fazendo a transcrição literal do resultado encontrado nos cálculos realizados. Isto é, como já mencionado anteriormente, todos os grupos encontraram valores positivos para “a”, embora sempre muito próximos do zero.
- na questão seis, 31% dos alunos assinalaram a opção que afirma que a parábola construída não possui zeros de função, por ter o delta negativo. Portanto, o eixo “x” é intersectado. Neste caso, pode-se observar falta de atenção/paciência na leitura da sentença, visto que a alternativa correta seria a quarta, que informa que o eixo “x” **não** é intersectado.

Como encerramento deste projeto, fez-se a revisão e a correção coletiva do questionário respondido. Assim, as dúvidas dos estudantes ainda puderam ser sanadas. É válido ressaltar também que o tempo de duração deste projeto é maior que se considerar o modelo tradicional de ensino. Entretanto, conclui-se que os resultados obtidos nesta metodologia são mais satisfatórios e que o ensino tornou-se mais aprazível para todos os envolvidos.

5 CONCLUSÃO

De modo geral, o projeto proposto tratou-se de uma simplificação da catenária, afinal, a parábola da ponte foi caracterizada por uma estrutura flexível,

fixada apenas nas suas extremidades e sujeita apenas à força do seu próprio peso.

Dado os expostos anteriores, percebe-se que a estratégia desenvolvida atende a temática central do projeto que havia sido proposto: a construção de maquetes da ponte pênsil Hercílio Luz apresentou-se como uma excelente alternativa didática capaz de evidenciar o estudo das funções quadráticas.

A prática, além de desafiadora e desvinculada do ensino tradicional, conseguiu se aproximar da realidade do aluno - através da união de suas vivências cotidianas e dos saberes matemáticos elencados pelo currículo - , tornando assim, o aprendizado mais atrativo e, principalmente, mais significativo.

Ao conceituar e representar a parábola foi possível também, estimular em cada estudante, a criatividade, o espírito coletivo e o raciocínio lógico na resolução de problemas. Foram tantos desafios observados ao desenrolar do projeto, que tais habilidades não poderiam ser descartadas.

Embora tenha sido um projeto bem sucedido, as dificuldades também puderam ser notadas pelo caminho: por ser abrangente e evidenciar várias partes intrínsecas ao estudo das equações quadráticas (como a fórmula de Bhaskara, construção e análise da representação gráfica da parábola, ponto de vértice ...), um tempo - demasiadamente longo - fez-se necessário para que os alunos pudessem se situar e compreender melhor cada tópico estudado.

Deste modo, uma alternativa que poderia ser adotada para evitar a "confusão" e otimizar o tempo de trabalho, seria realizar o estudo teórico das relações matemáticas envolvidas previamente antes da execução prática do projeto e, não durante o seu desenvolvimento.

Para finalizar, de modo geral, a ideia aplicada é de simples execução, afinal, são necessários materiais simples e baratos que serão moldados pela imaginação de cada grupo. Além do mais, o grau de dificuldade de criação é baixo. Cabe então ao professor(a), o acompanhamento e orientação dos seus alunos.

Com absoluta certeza, o empenho dos envolvidos também fez a diferença. A participação, curiosidade e comprometimento das turmas foram primordiais para o alcance dos objetivos propostos.

THE SECOND DEGREE FUNCTIONS' STUDY IN THE MODELS' CONSTRUCTION OF HERCÍLIO LUZ SUSPENSION BRIDGE

Abstract

The present search was developed looking to stimulate the students' visual and tactile perceptions regarding the understanding of Second Degree Functions or Quadratic Functions. In this way, the entire curriculum intrinsic to the referenced subject was approached through the construction of a parabola, which is nothing more than the graphic form representation of this type of function. To carry out the project, it was proposed to build, in groups, models alluding to the Hercílio Luz Suspension Bridge - which, as it is a suspension bridge, with two support masts that join cables in a curvilinear way, shows a parabola. At the end of the projects, the theoretical deepening can be done. The study contemplated: the characterization of a Second Degree Function, Bhaskara's method to find the real roots, the vertex point and the interpretation of the data, be it the signs attributed to the numerical coefficients, the value of the delta found or the number of elements that make up the solution set. All the deepening was guided by research in the computer room, lectures and reading of textbooks. To finalize the research, data were collected through forms completed individually by each student, looking not only to evaluate the acquired knowledge, but also to measure the level of interest and satisfaction in carrying out this project. Through this analysis, it can be seen that despite some difficulties, the project was successful, achieving its initial objectives in terms of student involvement and participation and the level of knowledge acquired by him.

Keywords: Suspension bridge. Model. Parable. Second Degree Function.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática Interligada: Funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica**. 1^a. ed. São Paulo: Scipione, 2020. 272 p. v. 1.

BRITO, Fernando. **Pontes Pensêis**. Mensagem recebida por <e-mail> em 31 de julho de 2022. Disponível em:

<https://mail.google.com/mail/u/3/?pli=1#search/fernando+brito/FMfcgzGpHHWhvfHGQRkbXwjbQBfTKxGV> Acesso em: 13 fev. 2023.

CELESTINO, Kamila Gonçalves; PACHECO, Edilson Roberto. **Observações sobre Bhaskara**. EAIC - Encontro Anual de Iniciação Científica, Guarapuava - PR, p. 1-4, 30 out. 2010. Disponível em: <https://anais.unicentro.br/xixeaic/pdf/1576.pdf> . Acesso em: 14 nov. 2022.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diegos. **Matemática 1: Quadrante**. 1ª. ed. São Paulo: SM, 2016. 290 p. v. 1.

ECIVIL: DICIONÁRIO DA CONSTRUÇÃO CIVIL. **Ponte Pênsil**. [S. l.]. 2022. Disponível em: <https://www.ecivilnet.com/dicionario/o-que-e-ponte-pensil.html> . Acesso em: 10 nov. 2022.

ENGELMANN, Pâmela. **Ponte Hercílio Luz: A reabertura do cartão postal**. Florianópolis, 2022. Disponível em: <https://cflimoveis.com.br/ponte-hercilio-luz-a-reabertura-do-cartao-postal/> . Acesso em: 15 nov. 2022

GIOMBELLI, Luíza Macedo. **Ponte Hercílio Luz completa 88 anos**. Cotidiano UFSC, 13 maio 2014. Disponível em: <https://cotidiano.sites.ufsc.br/ponte-hercilio-luz-completa-88-anos/> . Acesso em: 10 nov. 2022

HAYASHI, Fernando Augusto Yudyro. **Ponte Hercílio Luz: Caracterização do Projeto, Construção, Intervenções e Estado Atual de Conservação**. Orientador: Wilson de Jesus da Cunha Silveira. 2012. 233 p. Dissertação (Pós Graduação em Arquitetura e Urbanismo) - UFSC, Florianópolis, 2012. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/103429> . Acesso em: 13 fev. 2023.

RIBEIRO, Dayse Maria Alves de Andrade. **Uma abordagem didática para função quadrática**. Orientador: Prof. Rigoberto Gregorio Sanabria Castro. 2013. 70 p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - UENF Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2013. <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/08/22032013Dayse-Maria-Alves-de-Andrade-Ribeiro.pdf> . Acesso em: 13 nov. 2022.

RIZZO, Maria Luiza Alves. **Parábola**. In: *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/parabola.htm> . Acesso em 14 nov. 2022.

SILVA, Telma Fragoso; VICTER, Eline Flores. **Nem tudo é por Bhaskara: uma abordagem Histórica**. In: *Revista Digital Simonsen*, Nº 6, Maio. 2017. Disponível em: <http://www.simonsen.br/revista-digital/wp-content/uploads/2017/05/pronto-para-o-site.pdf#page=134> ISSN:2446-5941

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Raízes ou zero da função de 2º grau**. 2022. Disponível em: <https://mundoeducacao.uol.com.br/matematica/raizes-ou-zero-funcao-2-grau.htm> . Acesso em: 14 nov. 2022.

VIEIRA, Emília Melo; REJANI, Fernanda Campanha. **Pré Cálculo**. 22. ed. rev. Maringá: Unicesumar, 2017. 165 p.